

УДК 533.6.013.42

© 1999 г. В.А. ПОДОБЕДОВ, А.Т. ПОНОМАРЕВ, В.М. ПОПОВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЕТА ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ УПРУГОЙ РАКЕТЫ С РЕШЕТЧАТЫМИ РУЛЯМИ

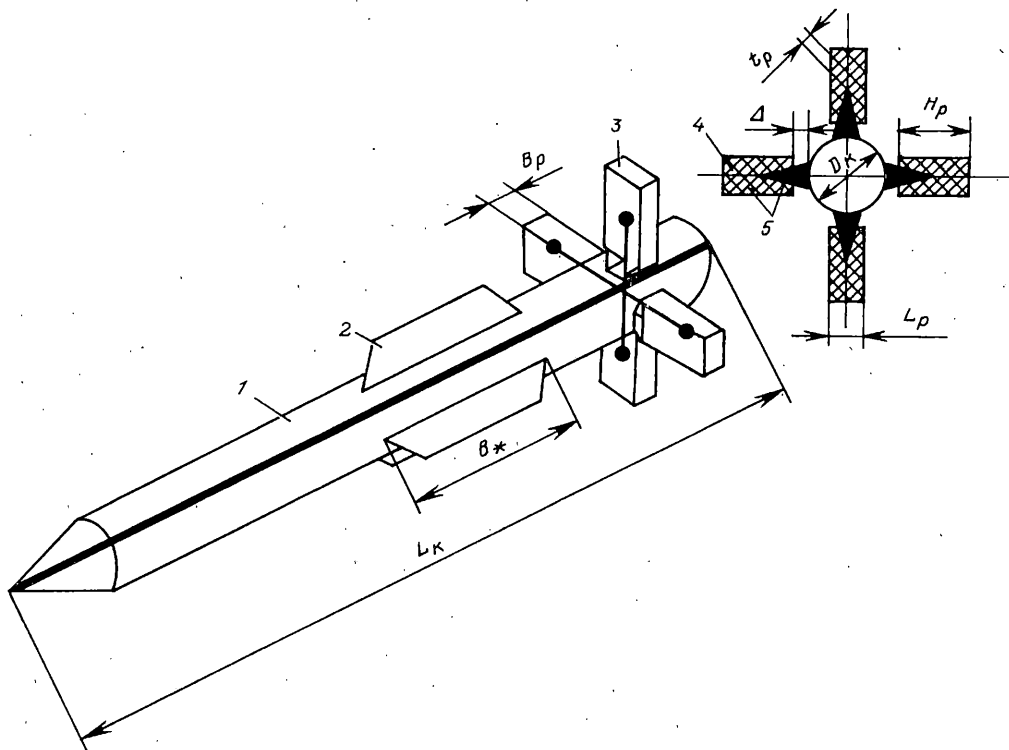
Приводится описание структурной математической модели для изучения процессов нагружения, деформирования и движения ракеты с решетчатыми рулями в реальных условиях полета с до- и сверхзвуковыми скоростями, в основу которой положены метод заданных форм и численные методы механики сплошной среды. Излагается рациональная методика расчета суммарных линейных аэродинамических и аэроупругих характеристик ракеты, базирующаяся на методе дискретных вихрей и предусматривающая определение коэффициентов интерференции элементов аэродинамической компоновки. Возможности математической модели иллюстрируются на конкретном примере.

Введение. Решетчатые аэродинамические поверхности, применявшиеся первоначально на объектах космической техники [1], в настоящее время используются в составе аэродинамических компоновок летательных аппаратов (ЛА) различных типов и назначения. Так, например, применение решетчатых аэродинамических поверхностей в качестве рулей ракет класса "воздух-воздух" позволяет улучшить их характеристики – уменьшить размеры и массу, повысить маневренность, упростить размещение на самолете-носителе и т.д. [2]. Расширение области применения решетчатых аэродинамических поверхностей повысило актуальность проблемы исследования и проектирования ЛА с ними, которая в настоящее время решается на основе современных методов, базирующихся на принципах системного анализа, численных методах механики сплошной среды и широком использовании ЭВМ [3]. Несмотря на достигнутые успехи в этом направлении [4], в решении задач аэроупругости ЛА с решетчатыми аэродинамическими поверхностями сохраняются существенные трудности. Они вызваны сложной пространственной конфигурацией указанных ЛА, широким диапазоном скоростей их полета и в связи с этим отсутствием рациональной методики расчета суммарных аэродинамических и аэроупругих характеристик таких компоновок. До последнего времени для подобных систем многомерные функции аэродинамических сил и моментов строились по данным продувок жестких моделей в аэродинамических трубах [5]. Дальнейшее развитие численных методов аэродинамики, в частности метода дискретных вихрей [1, 6, 7], открывает перспективу решения проблемы аэроупругости ЛА с решетчатыми крыльями.

В настоящей статье излагается построение структурной математической модели пространственного движения (полета) высокоскоростной невращающейся крестокрылой ракеты переменной массы с решетчатыми рулями, реализуемой в виде нелинейных интегродифференциальных уравнений аэроупругости, линеаризованных по аэродинамике и упругости [8, 9]. Она базируется на синтезе данных различных частей задачи – аэродинамической, упругой и баллистической, получаемых с помощью современных численных методов механики сплошной среды на ЭВМ. Аэродинамическая часть задачи решается в рамках модели идеальной сжимаемой среды и модифицированного метода дискретных вихрей [7, 8, 10], позволяющих

унифицировать расчет суммарных линейных аэродинамических и аэроупругих характеристик объекта в широком диапазоне скоростей полета, за исключением трансзвуковой области. Рассматриваются две расчетные дискретные вихревые схемы обтекания. По одной из них – сквозной – вся ракета представляется в виде пространственно расположенных взаимно пересекающихся тонких несущих поверхностей, заменяемых взаимодействующими вихревыми поверхностями. Трудность реализации сквозной вихревой схемы вызвана большим числом планов решетчатых рулей и существенными различиями в характерных линейных размерах между основными частями компоновки, например, хордой плана решетки и длиной корпуса ракеты и т.д. Поэтому для согласования аэродинамических расчетных вихревых схем, моделирующих отдельные части ракеты, последние приходится покрывать значительным числом дискретных особенностей, что приводит к существенному увеличению затрат машинного времени на расчет аэродинамических характеристик. Здесь для определения суммарных аэродинамических и аэроупругих характеристик ЛА типа ракеты с решетчатыми рулевыми или несущими поверхностями предлагается использовать более рациональный подход, который ранее применялся для ЛА традиционных компоновок [11, 12]. Он заключается: в предварительном нахождении аэродинамических характеристик изолированных основных элементов компоновки любым (расчетным или экспериментальным) способом; построении единой согласованной расчетной дискретной вихревой схемы обтекания ракеты в целом для расчета коэффициентов интерференции элементов компоновки (она может быть значительно "грубее" вихревой схемы, предназначенной непосредственно для определения суммарных аэродинамических и аэроупругих характеристик изделия); вычислении суммарных аэродинамических и аэроупругих характеристик. Установлено, что такой способ определения суммарных аэродинамических и аэроупругих характеристик ЛА сложной пространственной компоновки позволяет, с одной стороны, существенно сократить затраты машинного времени, а с другой – повысить точность и достоверность результатов за счет использования экспериментальных данных, полученных при продувках отдельных элементов компоновки. Решение упругой части задачи строится исходя из балочного представления ракеты и состоит в нахождении форм и частот собственных колебаний [13]. Синтез составных частей уравнения движения упругой ракеты осуществляется на основе метода заданных форм, в качестве которых используются предварительно найденные собственные функции. Возможности рациональной методики определения суммарных аэродинамических и аэроупругих характеристик, математического моделирования на ЭВМ процессов нагружения, деформирования и движения ЛА сложной конфигурации с использованием его структурной математической модели иллюстрируются на примере гипотетической высокоскоростной невращающейся ракеты, имеющей в качестве управляющих и стабилизирующих органов решетчатые рули.

1. Модель аэродинамики. Стационарная задача. Согласно методике, изложенной в работе [7], корпус (1), крылья (2) и рулевые поверхности (3), состоящие из окантовочных рам (4) и диагонального набора планов (5), (фиг. 1) представляются совокупностью тонких несущих поверхностей. Эти поверхности при построении единой расчетной дискретной вихревой схемы (фиг. 2, а) моделируются согласованным семейством вихревых отрезков, а свободные вихревые пелены, сходящие с задних кромок несущих поверхностей – семейством свободных полубесконечных вихревых нитей постоянной интенсивности. Аналогично строятся расчетные дискретные вихревые схемы отдельных элементов компоновки (фиг. 2, в). Скачки уплотнения при сверхзвуковых скоростях полета считаются слабыми, а их конфигурация – известной. Интенсивности присоединенных вихрей (дискретных особенностей) определяются в результате решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), каждая из строк которой представляет собой условие непротекания в контрольной точке (отмечены знаком "крест" на фиг. 2, а). Порядок СЛАУ определяется числом неизвестных дискретных особенностей, входящих в расчетную



Фиг. 1

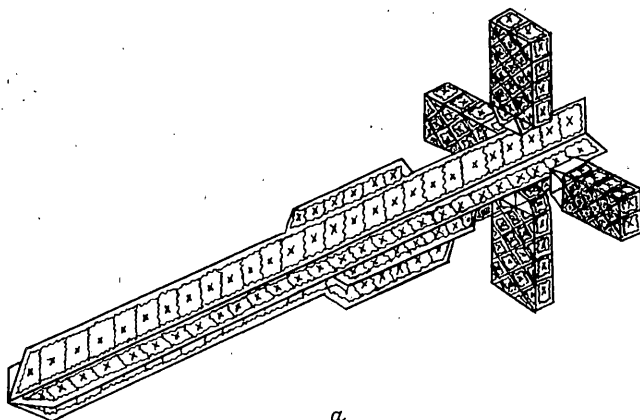
вихревую схему. Аэродинамическая нагрузка ищется с помощью теоремы Жуковского "в малом". Единственность решения обеспечивается путем выполнения условия Чаплыгина – Жуковского о конечности скоростей на линиях схода пелен.

Исходная задача по расчету линейных аэродинамических характеристик сводится к предварительному решению ряда канонических ϵ_j – задач аэродинамики по кинематическим параметрам $\epsilon_j = \{q'_{ok}, \dot{q}_{ok}, q_l, \dot{q}_l, \delta_v, \dot{\delta}_v, \Delta_\mu, \dot{\Delta}_\mu\}$, где $q_{ok}, \dot{q}_{ok}$ и $q_l, \dot{q}_l$ – параметры, характеризующие соответственно смещение ракеты как жесткого тела и упругие перемещения точек ее конструкции относительно связанной системы координат $Oxyz$; $\delta_v, \dot{\delta}_v$ – углы и скорости отклонения рулевых поверхностей; $\Delta_\mu, \dot{\Delta}_\mu$ – параметры порывов ветра или ударных волн; здесь и далее точкой обозначается производная по времени. В итоге задача обтекания ракеты сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) для определения неизвестных циркуляций Γ :

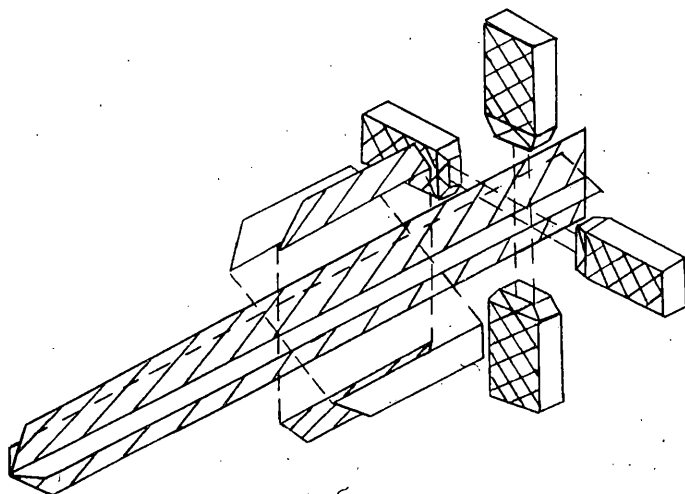
$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \Gamma_{\epsilon_{ji}} W_{ij} = -4\pi G_{\epsilon_{ji}} \quad (1.1)$$

где W_{ij} – матрица коэффициентов влияния для ЛА в целом, вычисляемая по соответствующим формулам в зависимости от режима обтекания [6], $G_{\epsilon_{ji}}$ – значение граничного условия, отвечающего кинематическому параметру ϵ_j в контрольной точке i , N – число вихрей, которое равно числу контрольных точек.

Что касается коэффициентов интерференции, то для простоты и ясности изложения определение их рассмотрим на примере взаимодействия ЛА с несжимаемым потоком. Отметим, что такой комбинированный подход нахождения суммарных



a



б

Фиг. 2

аэродинамических характеристик ЛА традиционного типа широко используется [11, 12]; применительно к ЛА с решетчатыми рулями он до сих пор не применялся из-за отсутствия разработанных методик. Линейная задача аэродинамики в этом случае сводится к интегральному уравнению относительно интенсивностей двойных слоев вида [6]:

$$\int_{S+\sigma} \mu(\mathbf{r}) \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) dS = 4\pi(\mathbf{n}, \mathbf{U}_\infty), \quad \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \left[\frac{(\mathbf{n}(\mathbf{r}), (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0))}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^3} \right] \quad (1.2)$$

где $\mu(\mathbf{r})$ – интенсивность двойного слоя, $\Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)$ – нормальная проекция градиента возмущенного потенциала, индуцированного в точках поверхности ЛА; $\mathbf{U}_\infty$ – вектор невозмущенной скорости; S – поверхность ЛА; σ – поверхность сошедших вихревых пелен.

Предположим, что ЛА состоит из двух интерферирующих элементов (поверхностей) 1 и 2 таких, что $\sigma_1 \cup \sigma_2 = \sigma$, $S_1 \cap S_2 = 0$, $S_1 \cup S_2 = S$, где S_1, S_2 – поверхности элементов соответственно 1 и 2. Тогда без нарушения общности по аналогии (1.2) для любой точки $\mathbf{r}_0$ поверхностей 1 и 2 можно записать

$$\sum_{i=1}^2 \int_{S_i + \sigma_i} \mu_i(\mathbf{r}) \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) dS \Big|_{\mathbf{r}_0 \in S_j} = 4\pi(\mathbf{n}, \mathbf{U}_\infty(\mathbf{r}_0)) \quad (j = \overline{1, 2}) \quad (1.3)$$

Представим величины $\mu_i(\mathbf{r}) (i = \overline{1, 2})$ в виде

$$\mu_i(\mathbf{r}) = \mu_i^0(\mathbf{r}) + \varepsilon_i(\mathbf{r}), \quad \varepsilon_i(\mathbf{r}) = O(\mu_i^0) \quad (1.4)$$

где $\mu_i^0(\mathbf{r})$ – интенсивности двойных слоев, моделирующие изолированные поверхности $S_i (i = \overline{1, 2})$, $\varepsilon_i(\mathbf{r})$ – приращения интенсивностей двойных слоев, вызванные взаимным влиянием поверхностей S_i друг на друга. Считая $\varepsilon_i(\mathbf{r}) \ll \mu_i^0(\mathbf{r})$, в первом приближении получаем [10]:

$$\int_{S_i + \sigma_i} \varepsilon_i(\mathbf{r}) \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) dS = - \int_{S_{3-i} + \sigma_{3-i}} \mu_{3-i}^0(\mathbf{r}) \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) dS \Big|_{S_i}, \quad (i = \overline{1, 2}) \quad (1.5)$$

Далее предположим, что интегральные уравнения (1.5) разрешимы и их решения $\varepsilon_i(\mathbf{r}) (i = \overline{1, 2})$ определены на поверхностях S_i . Тогда для основных аэродинамических характеристик (c_y^α , m_z^α и др.) с учетом (1.4) можно записать

$$c_i = \int_{S_i} \frac{\partial \mu_i}{\partial x} f_i dS = \int_{S_i} \frac{\partial \mu_i^0}{\partial x} f_i dS + \int_{S_i} \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial x} f_i dS \quad (1.6)$$

где c_i – коэффициенты аэродинамических сил и моментов для i -го элемента соответственно в составе ЛА; f_i – функция координат – весовой коэффициент, определяемый в соответствии с типом рассматриваемой аэродинамической характеристики. Деля почленно выражение (1.6) на первое интегральное выражение его правой части, имеем

$$K = 1 + \left[\int_{S_i} \frac{\partial \varepsilon_i}{\partial x} f_i dS \right] / \left[\int_{S_i} \frac{\partial \mu_i^0}{\partial x} f_i dS \right] \quad (1.7)$$

где $K = c_i / \left[\int_{S_i} \frac{\partial \mu_i^0}{\partial x} f_i dS \right]$ – коэффициент интерференции [10, 11]; отсюда $c_i = K c_i^0$,

где $c_i^0 = \int_{S_i} \frac{\partial \mu_i^0}{\partial x} f_i dS$ – коэффициенты аэродинамических сил и моментов изолированных элементов ЛА.

Как отмечалось выше, задача расчета линейных аэродинамических характеристик ЛА в широком диапазоне скоростей полета решается модифицированным методом дискретных вихрей, при этом интегральные уравнения редуцируются к системам СЛАУ вида (1.1). Матрица коэффициентов W в (1.1) содержит как коэффициенты, относящиеся к изолированным элементам компоновки, так и коэффициенты, учитывающие их взаимное влияние. Поэтому СЛАУ (1.1) можно записать в виде

$$\begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

где W_{11}, W_{22} – квадратные матрицы коэффициентов влияния изолированных элементов ЛА 1 и 2 соответственно; W_{12}, W_{21} – прямоугольные матрицы коэффициентов, учитывающие взаимное влияние составных частей компоновки.

Пусть $\Gamma_i^0 (i = \overline{1, 2})$ – интенсивности двойных слоев, полученные при решении задач обтекания изолированных частей ЛА; $\Delta \Gamma_i$ – их приращения, обусловленные интерференцией элементов компоновки. Суммарную интенсивность двойных слоев Γ_i^0 на

каждом элементе компоновки в составе ЛА в целом, найденную по (1.8), можно представить в виде

$$\Gamma_i = \Gamma_i^0 + \Delta\Gamma_i$$

Полагая $|\Delta\Gamma_i| \ll |\Gamma_i|$, $\|W_{ks}\| \ll \|W_{kk}\|$ при $k \neq s$, имеем

$$\Delta\Gamma_1 = -W_{11}^{-1}W_{12}\Gamma_2^0, \quad \Delta\Gamma_2 = -W_{22}^{-1}W_{21}\Gamma_1^0 \quad (1.9)$$

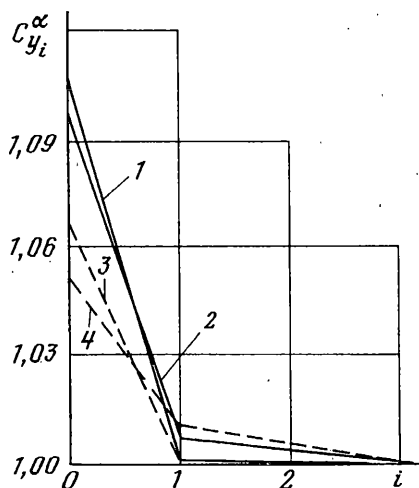
если для матриц W_{ii} существуют обратные матрицы W_{ii}^{-1} ($i = \overline{1,2}$).

Основные коэффициенты аэродинамических характеристик могут быть рассчитаны по циркуляциям Γ , умноженным на известный вектор F . В этом случае формула (1.7) для расчета коэффициентов интерференции K приобретает форму

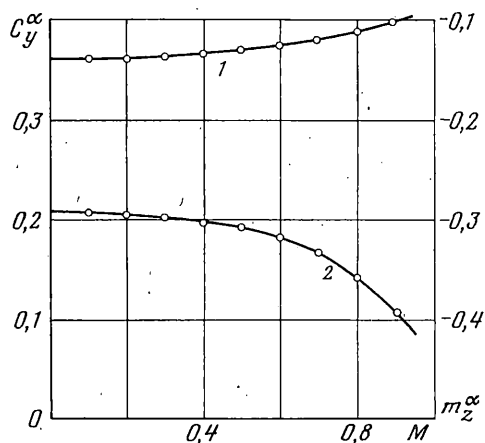
$$K = 1 - \frac{F_k W_{kk}^{-1} W_{ks} \Gamma_s^0}{F_k \Gamma_k^0} \quad (s \neq k, \quad k, s = \overline{1,2}) \quad (1.10)$$

Отсюда следует, что суммарные аэродинамические характеристики для ЛА в целом, состоящего из k несущих поверхностей, могут быть найдены по известным аэродинамическим характеристикам изолированных элементов компоновки благодаря использованию коэффициентов интерференции. Судя по формуле (1.10), для расчета коэффициентов интерференции K по ней необходимо предварительно сформировать матрицу коэффициентов влияния W размерности $N \times N$ для ЛА в целом (N – суммарное количество особенностей, покрывающих поверхности ЛА) и найти обратные матрицы коэффициентов влияния W_{kk}^{-1} ($k = \overline{1,m}$) для m отдельных элементов компоновки размерностью $N_k \times N_k$. Отметим, что, с одной стороны, изложенная процедура вычисления коэффициентов интерференции K может быть увязана с процедурой блочно-итерационного метода решения СЛАУ, например, $\Gamma_s^i = W_{ss}^{-1}(W_{sk}\Gamma_k^{i-1} + G_s)$, где i – номер итерации, $s, k = \overline{1,2}$ ($s \neq k$), а с другой – последнее соотношение выражает принцип эквивалентного угла атаки [10, 11].

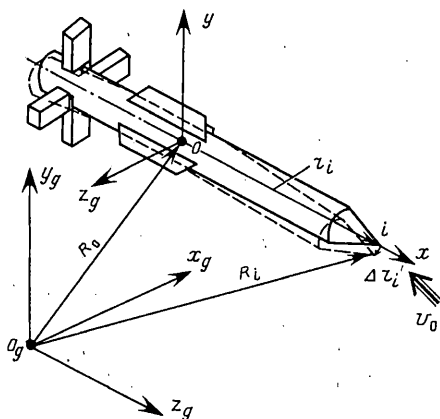
О достоверности предлагаемой методики определения аэродинамических характеристик ЛА сложной пространственной компоновки можно судить по фиг. 3. Данные фиг. 3 отражают сходимость итерационного процесса определения коэффициента подъемной силы c_{yi}^α (i – номер итерации) по углу атаки α ракеты с решетчатыми рулями с помощью коэффициентов интерференции по отношению к значению коэффициента c_y^α , найденному при решении задачи обтекания этого же объекта на основе единой вихревой схемы при различном удалении рулей от крыльев $\bar{x}$ ($\bar{x} = x/b_0$, где b_0 – средняя аэродинамическая хорда крыла) и разных числах Маха. Кривые 1 и 2 построены соответственно при $\bar{x} = 0,2$; 1 и $M = 0$, кривые 3 и 4 – при $\bar{x} = 0,2$; 1 и $M = 0,8$. Геометрия компоновки: $\bar{\Delta} = 1,27$, $\bar{H} = 1,08$, $\bar{L}_p = 2,12$, $N = 4$, где $\bar{\Delta}, \bar{H}, \bar{L}_p$ – соответственно расстояние между корпусом ракеты и ближайшим к нему планом решетки, высота решетки, длина консоли решетки, отнесенные к радиусу R корпуса ракеты, N – число планов решетки (см. фиг. 1). Как видим, для учета взаимного влияния элементов компоновки требуется ~4 итерации. Следует отметить, что нулевое приближение $i = 0$ соответствует обтеканию изолированных элементов компоновки. На фиг. 4 для гипотетической ракеты с решетчатыми рулями приводятся зависимости соответственно коэффициентов аэродинамических сил c_y^α (кривая 1) и моментов m_z^α (кривая 2) от числа Маха при дозвуковом обтекании; сплошная кривая – взаимное влияние элементов объекта учитывается с помощью коэффициентов интерференции, крестиками показаны результаты, полученные на основе единой вихревой модели компоновки. Были



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

также просчитаны некоторые данные сверхзвуковых продувок компоновки "корпус + решетчатое крыло" при горизонтальном расположении решеток на корпусе с относительным шагом решетки $\bar{t}_p = 0,5$ ($\bar{t}_p = t_p / b_p$, где t_p – шаг решетки, b_p – ширина плана) [1, 14]. Так величины коэффициентов c_y^α в расчете и эксперименте составили соответственно $c_y^\alpha = 1,732$ и $1,617$ 1/рад (расхождение $\sim 6\%$) при $M = 2,5$ и $1,452$ и $1,335$ 1/рад. ($\sim 9\%$) при $M = 4,2$. Как видно, результаты вычислений, выполненных по обеим методикам, и сравнение их с данными эксперимента хорошо согласуются между собой. При этом следует отметить, что расчет суммарных аэродинамических коэффициентов с использованием коэффициентов интерференции позволяет значительно снизить затраты машинного времени.

2. Упругая модель. Модель строится с учетом работы материала конструкции в рамках закона Гука и того, что в разрешающей системе уравнений движения ракеты информация от упругой части задачи представляется в свернутом виде – через аппроксимацию перемещений точек конструкции заданными (собственными) функциями. Соответствующая расчетная упругая схематизация объекта выбирается в зависимости от его конструктивного оформления и особенностей работы. Судя по

фиг. 1, основным конструктивным элементом рассматриваемой ракеты является корпус (1), представляющий собой удлиненную регулярную структуру, состоящую из подкрепленных тонкостенных оболочек цилиндрической и конической геометрических форм. Конструктивная специфика аэродинамических поверхностей (2) и решетчатых рулей (3) в сравнении с корпусом (1) такова, что первые представляют собой малоразмерные тонкие крылья малого удлинения, а вторые – набор малоразмерных пространственно разнесенных тонких взаимно перекрещивающихся пластинок (планов), образующих квадратные соты и окантованных относительно жесткой рамой. Отсюда ясно, что частотный спектр частей (1)–(3) ракеты будет сильно разнесенным, т.е. существенно отличающимся друг от друга. Деформированное состояние ракеты в целом, несмотря на ее широкополосное нагружение в период разгона как аэроупругого объекта автоматического управления [9] будет определяться главным образом деформацией корпуса; влияние частей (2) и (3) в этом случае будет носить локальный характер и проявляться через местное изменение жесткостных и массовых характеристик последнего. Систематические расчеты показывают, что подобные конструкции при определении низших частот и форм собственных колебаний с достаточной для практики точностью можно схематизировать упругой балкой (жирная линия на фиг. 1). Таким образом, решение упругой части проблемы аэроупругости сводится к задаче на собственное значение, т.е. к предварительному нахождению частот и форм собственных колебаний ракеты [13].

3. Синтезная модель динамики движения ракеты. Такая модель является итогом соединения с помощью ЭВМ данных упругой модели объекта, моделей его обтекания и движения. Движение ракеты рассматривается относительно земной (инерциальной) системы координат $O_g x_g y_g z_g$, оси которой x_g и z_g лежат в горизонтальной плоскости, а ось y_g направлена вертикально вверх (фиг. 5). В качестве связанной системы координат используются так называемые средние оси [8], совпадающие с главными центральными осями инерции деформируемой ракеты. Вектор-радиус $\mathbf{R}_i$ произвольной точки аппарата в инерциальной системе координат представляется в виде суммы (см. фиг. 5): $\mathbf{R}_i = \mathbf{R}_0 + \mathbf{r}_i + \Delta \mathbf{r}_i$, в которой $\mathbf{R}_0$ – вектор-радиус начала связанной системы координат, $\mathbf{r}_i$ – вектор-радиус положения i -ой точки объекта относительно связанных осей в его недеформируемом состоянии, $\Delta \mathbf{r}_i$ – вектор-радиус относительного перемещения i -ой точки при деформировании объекта.

Линейные и угловые скорости аппарата как твердого тела предлагаются произвольными по величине, а упругие перемещения i -ой точки конструкции $\Delta \mathbf{r}_i$ – малыми. Последние вычисляются относительно связанной системы координат $Oxyz$ и в уравнениях движения ракеты представляются в виде разложения в ряд по известным (собственным) вектор-функциям $f_l(x, t)$ координат

$$\mathbf{u}(x, t) = \sum_{l=1}^{N_q} f_l(x, t) q_l(t) \quad (3.1)$$

где $q_l(t)$ – искомые обобщенные параметры упругих перемещений (амплитуды форм), N_q – число удерживаемых в разложении форм, $f_l(x, t)$ – относительное значение вектора-функции формы с номером l , найденное по методике п. 2.

При составлении уравнений движения используются принцип Даламбера в сочетании с методом Бубнова в виде метода заданных форм и принцип "затвердевания", в соответствии с которым ракета в произвольный момент времени t рассматривается как деформируемое тело постоянной массы, дополнительно нагруженное, кроме известных внешних сил, реактивными и кориолисовыми силами, возникающими за счет относительного ускоренного перемещения центра масс, изменения траекторных параметров и движения продуктов сгорания топлива по камере и соплу двигателя на этапе разгона ракеты. Пренебрегая внешним (ракета не вращается) и внутренним моментом кориолисовых сил, как слабо влияющими на законы движения [15], систему

уравнений, описывающую пространственное движение высокоскоростной невращающейся упругой ракеты, в векторно-матричной форме запишем в виде [4]:

$$\begin{aligned} M_0(\dot{\mathbf{U}} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{U}) &= \mathbf{G} + \mathbf{T}^* + \mathbf{P}_a + \mathbf{F}_r + \mathbf{R}_y \\ \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\Omega}} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{J}\boldsymbol{\Omega} &= \mathbf{M}^* + \mathbf{M}_a + \mathbf{M}_y, \quad \dot{M}_0 = \mu^* \\ M_l[\ddot{q}_l + (2\kappa_l\Omega_l + E_l^k)\dot{q}_l + (\Omega_l^2 - C_l^N)q_l] &= P_l + \mathbf{T}^* \cdot \mathbf{f}_l \quad (l = \overline{1, N_q}) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Здесь M_0 – масса ракеты, $\mathbf{U}$ – вектор абсолютной скорости центра масс ракеты, $\boldsymbol{\Omega}$ – вектор абсолютной угловой скорости, $\mathbf{G}$ – вес ракеты, $\mathbf{J}$ – тензор инерции, $\mathbf{P}_a$, $\mathbf{M}_a$ – главный вектор и главный момент аэродинамических сил, $\mathbf{T}^*$ – тяга двигателя, вектор которой считается направленным вдоль упругой оси корпуса ракеты, $\mathbf{M}^*$ – момент тяги двигателя, $\mathbf{F}_r$ – силы, обусловленные перемещением центра масс ракеты относительно ее корпуса, в общем случае равны

$$\mathbf{F}_r = M_0 \mathbf{a}_c + 2M_0 \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{U}_c \quad (3.3)$$

где $\mathbf{a}_c$, $\mathbf{U}_c$ – соответственно ускорение и скорость перемещения центра масс ракеты относительно ее корпуса.

Далее в (3.2) $\mathbf{R}_y$, $\mathbf{M}_y$ – главный вектор и главный момент управляющих сил, возникающих при отклонении рулевых поверхностей; μ^* – секундный расход топлива через сечение сопла двигателя; M_l , κ_l , Ω_l , P_l – соответственно обобщенная масса, коэффициент конструкционного демпфирования, собственная частота, обобщенная аэродинамическая сила, отвечающие l -ой форме f_l собственных свободных колебаний упругой ракеты (ССК); E_l^k – квадратная матрица, элементами которой являются коэффициенты демпфирования, обусловленные силами Кориолиса за счет упругих колебаний корпуса ракеты и определяемые по формуле [9]:

$$k_{ij} = 2 \int_0^{L_k} \mu^*(x) \frac{df_j}{dx} f_i dx \quad (i = \overline{1, N_q})$$

где $\mu^*(x)$ – секундный расход топлива через произвольное поперечное N сечение ракеты, L_k – длина ракеты, C_l^N – квадратная матрица, элементы которой характеризуют влияние сжимающих и растягивающих сил в поперечных сечениях корпуса на вынужденные колебания ракеты и вычисляются по зависимости [9]:

$$\begin{aligned} C_{ij} &= - \int_0^{L_k} N(x) \frac{df_j(x)}{dx} \frac{df_i(x)}{dx} dx + \mathbf{T}^* \cdot \mathbf{f}_i(l) \frac{df_j(x)}{dx} \Big|_{x=l} \\ N(x) &= j_m \int_0^x m(x) dx + \int_0^x X_a(x) dx \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$j_m = T_9 / M_0, \quad T_9 = T^* - X_a$$

Здесь $N(x)$ – продольные сжимающие силы в поперечных сечениях корпуса, $m(x)$ – погонная масса ракеты, $X_a(x)$ – погонная сила аэродинамического сопротивления, j_m – интенсивность массовых сил, направленная против движения ракеты, T_9 – эффективная тяга, X_a – сила сопротивления.

Ориентация подвижной системы координат Ox_yz относительно неподвижной $O_gx_gy_gz_g$ осуществляется с помощью параметров Родрига – Гамильтона $\lambda_k (k = \overline{0, 3})$, которые определяются по известным соотношениям [15].

Траекторные параметры ракеты находятся из решения кинематических диффе-

ренциальных уравнений вида:

$$\begin{vmatrix} \dot{x}_g \\ \dot{y}_g \\ \dot{z}_g \end{vmatrix} = U_x U_y U_z {}^T [\beta^*] \quad (3.5)$$

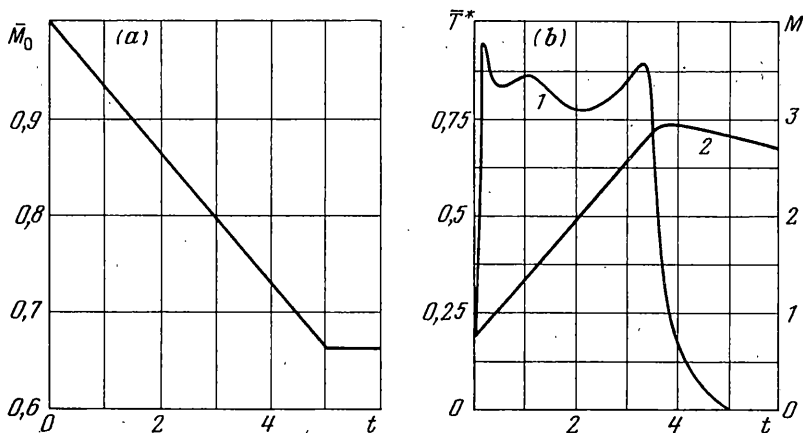
где U_x, U_y, U_z – проекции вектора скорости полета U соответственно на оси x, y, z , связанной с ракетой системы координат $Oxyz$, $[\beta^*]$ – матрица направляющих косинусов, элементы которой β_{ij}^* ($i, j = \overline{1,3}$) определяются через параметры с помощью известных зависимостей [15].

В итоге решение задачи движения высокоскоростной невращающейся упругой ракеты с решетчатыми рулями при разгоне сводится к совместному интегрированию уравнений (3.2) и (3.5) при предварительно насчитанных аэродинамических и аэроупругих коэффициентах комбинированным способом, описанным в п. 1, в диапазоне чисел Маха $0 \leq M \leq 4$ с шагом $\Delta M = 0,1$. Возможности такой синтезной структурной математической модели проиллюстрируем на конкретном примере.

4. Пример. Рассмотрим процесс нагружения, деформирования и движения гипотетической невращающейся крестокрылой ракеты с решетчатыми рулями при разгоне. При формировании структурной математической модели ракеты будем учитывать три низших тона ССК, рассчитанных по методике п. 2. Тягу двигателя T^* разложим на две составляющие, одну из которых по величине 80% от полной тяги приложим к днищу двигателя, а другую, равную $0,2T^*$, – в центре среза сопла. Кроме того, примем, что при недеформированном состоянии ракеты вектор результирующей тяги проходит через центр масс. Далее для упрощения расчетов в уравнениях (3.2) не будем учитывать силы Кориолиса, вызванные упругими колебаниями ракеты, силы, связанные со смещением центра масс, и сжимающие (растягивающие) силы в поперечных сечениях корпуса.

Тогда уравнения движения упругого объекта (3.2) в скалярной форме примут вид

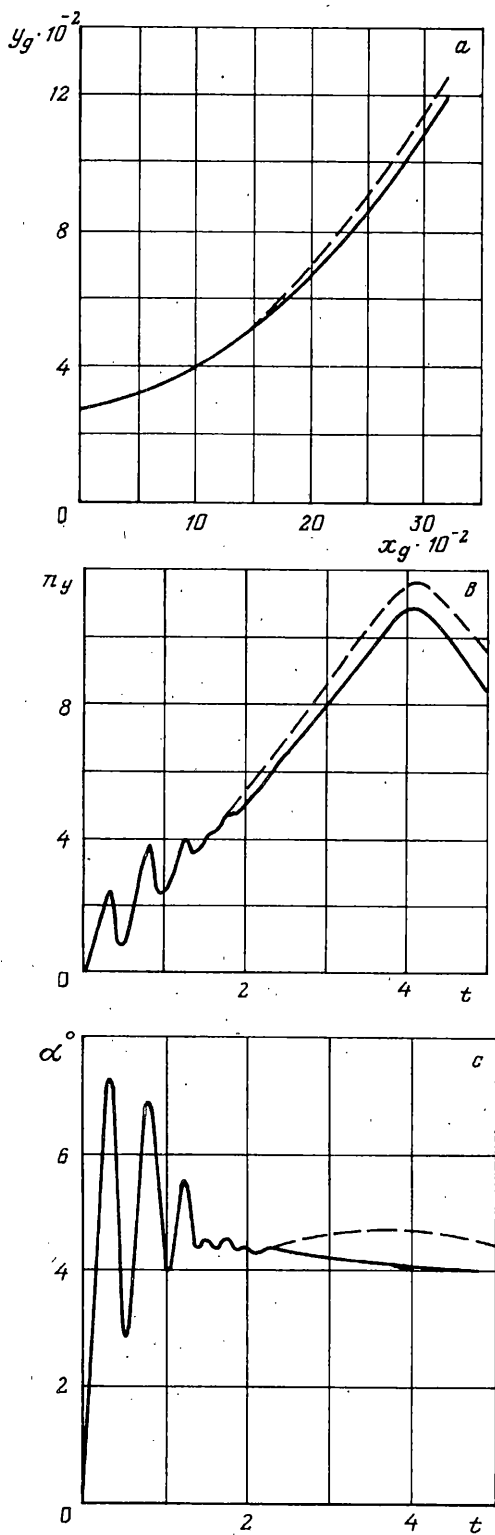
$$\begin{aligned} M_0(\dot{U}_x + \Omega_y U_z - \Omega_z U_y) &= 0,8T^* \cos\left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i^d\right) + 0,2T^* \cos\left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i^s\right) + \\ &+ 0,5c_y \rho U^2 S \sin \alpha - 0,5c_x \rho U^2 S \cos \alpha - G \sin \vartheta \\ M_0(\dot{U}_y + \Omega_z U_x - \Omega_x U_z) &= 0,8T^* \sin\left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i^d\right) + 0,2T^* \sin\left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i^s\right) + \\ &+ 0,5c_y \rho U^2 S \cos \alpha - 0,5c_x \rho U^2 S \sin \alpha - G \cos \vartheta \cos \gamma \\ M_0(\dot{U}_z + \Omega_x U_y - \Omega_y U_x) &= 0,5c_z \rho U^2 S + G \cos \vartheta \cos \gamma \\ J_x \dot{\Omega}_x + (J_z - J_y) \Omega_y \Omega_z &= 0,5m_x \rho U^2 S b \\ J_y \dot{\Omega}_y + (J_x - J_z) \Omega_x \Omega_z &= 0,5m_y \rho U^2 S b \\ J_z \dot{\Omega}_z + (J_y - J_x) \Omega_x \Omega_y &= 0,5m_z \rho U^2 S b + 0,8T^* \left[\sin\left(\sum_{l=1}^3 \varphi_l^d\right) \sum_{l=1}^3 f_l^d + \sin\left(\sum_{l=1}^3 \varphi_l^s\right) l_d \right] + \\ &+ 0,2T^* \left[\sin\left(\sum_{l=1}^3 \varphi_l^s\right) \sum_{l=1}^3 f_l^s + \sin\left(\sum_{l=1}^3 \varphi_l^d\right) l_s \right] \\ \dot{M}_0 &= T^* I(j^* g) \\ M_l(\ddot{q}_l + 2\kappa_l \Omega_l \dot{q}_l + \Omega_l^2 q_l) &= 0,5c_l \rho U^2 S b + 0,8T^* \sin(\varphi_l^d) f_l^d + 0,2T^* \sin(\varphi_l^s) f_l^s \quad (l = \overline{1,3}) \end{aligned} \quad (4.1)$$



Фиг. 6

В (4.1) J_x, J_y, J_z — моменты инерции недеформируемой ракеты относительно главных осей инерции; $c_x, c_y, c_z, m_x, m_y, m_z$ — соответственно аэродинамические коэффициенты лобового сопротивления, подъемной и боковой сил, моментов крена, рысканья и тангажа, c_l — безразмерный коэффициент обобщенной аэродинамической силы; $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ — проекции вектора угловой скорости Ω на оси связанной системы координат $Oxyz$; $\alpha, \vartheta, \gamma$ — соответственно углы атаки, тангажа и крена; ρ — плотность невозмущенного потока; U — абсолютная скорость ракеты, определяемая по формуле $U = [U_x^2 + U_y^2 + U_z^2]^{1/2}$; S — характерная площадь; b — характерный линейный размер; j^* — единичный импульс двигателя; $\phi_l^d, \phi_k^s, f_l^d, f_l^s$ — соответственно углы поворота дна двигателя и среза сопла относительно центра масс ракеты и прогибы этих сечений относительно исходного недеформированного состояния корпуса ракеты по l -ой форме ССК. Обобщенные суммарные аэродинамические коэффициенты (4.1) определялись путем предварительного решения $\varepsilon_j = \{\alpha, \beta, \Omega_x, \Omega_y, \Omega_z, q_l, \dot{q}_l, \delta_v, \dot{\delta}_v\}$ — задач аэродинамики на основе гипотезы квазистационарности с помощью комбинированного подхода (см. п. 1) с последующим суммированием результатов по формулам:

$$\begin{aligned}
 c_y &= c_y^\alpha \alpha + c_y^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + c_y^{\Omega_z} \Omega_z + c_y^{\dot{\Omega}_z} \dot{\Omega}_z + \sum_{l=1}^3 (c_y^{q_l} q_l + c_y^{\dot{q}_l} \dot{q}_l) + \sum_{v=1}^k (c_y^{\delta_v} \delta_v + c_y^{\dot{\delta}_v} \dot{\delta}_v) \\
 c_z &= c_z^\beta \beta + c_z^{\dot{\beta}} \dot{\beta} + c_z^{\Omega_y} \Omega_y + c_z^{\dot{\Omega}_y} \dot{\Omega}_y + \sum_{l=1}^3 (c_z^{q_l} q_l + c_z^{\dot{q}_l} \dot{q}_l) + \sum_{v=1}^k (c_z^{\delta_v} \delta_v + c_z^{\dot{\delta}_v} \dot{\delta}_v) \\
 m_x &= m_x^{\Omega_x} \Omega_x + m_x^{\dot{\Omega}_x} \dot{\Omega}_x + \sum_{l=1}^3 (m_x^{q_l} q_l + m_x^{\dot{q}_l} \dot{q}_l) + \sum_{v=1}^k (m_x^{\delta_v} \delta_v + m_x^{\dot{\delta}_v} \dot{\delta}_v) \\
 m_y &= m_y^\beta \beta + m_y^{\dot{\beta}} \dot{\beta} + m_y^{\Omega_y} \Omega_y + m_y^{\dot{\Omega}_y} \dot{\Omega}_y + \sum_{l=1}^3 (m_y^{q_l} q_l + m_y^{\dot{q}_l} \dot{q}_l) + \sum_{v=1}^k (m_y^{\delta_v} \delta_v + m_y^{\dot{\delta}_v} \dot{\delta}_v) \\
 m_z &= m_z^\alpha \alpha + m_z^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + m_z^{\Omega_z} \Omega_z + m_z^{\dot{\Omega}_z} \dot{\Omega}_z + \sum_{l=1}^3 (m_z^{q_l} q_l + m_z^{\dot{q}_l} \dot{q}_l) + \sum_{v=1}^k (m_z^{\delta_v} \delta_v + m_z^{\dot{\delta}_v} \dot{\delta}_v) \\
 c_l &= c_l^\alpha \alpha + c_l^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + c_l^\beta \beta + c_l^{\dot{\beta}} \dot{\beta} + c_l^{\Omega_x} \Omega_x + c_l^{\dot{\Omega}_x} \dot{\Omega}_x + c_l^{\Omega_y} \Omega_y + c_l^{\dot{\Omega}_y} \dot{\Omega}_y + c_l^{\Omega_z} \Omega_z + \\
 &+ c_l^{\dot{\Omega}_z} \dot{\Omega}_z + \sum_{i=1}^3 (c_l^{q_i} q_i + c_l^{\dot{q}_i} \dot{q}_i) + \sum_{v=1}^k (c_l^{\delta_v} \delta_v + c_l^{\dot{\delta}_v} \dot{\delta}_v) \quad (l = \overline{1, 3})
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$



Фиг. 7

где k — количество аэродинамических рулей. Коэффициент лобового сопротивления c_x определяется по экспериментальной поляре ракеты, т.е. зависимости c_x от коэффициента подъемной силы c_y , числа Маха M и высоты полета.

Процесс движения ракеты при разгоне, пущенной с самолета на высоте $H = 200$ м с начальной скоростью $U_{0x} = 270$ м/с, рассматривался на основе уравнений (4.1); моделировалось 5с полета. Влияние самолета-носителя на пуск ракеты не учитывалось. На фиг. 6, а, б показано изменение относительной массы ракеты $\bar{m} (\bar{m} = M_0(t)/M_0(0))$, где $M_0(t)$ и $M_0(0)$ — соответственно текущая масса и масса ракеты в момент пуска, (полностью заправленная топливом), тяги двигателя $\bar{T}^*$ (кривая 1, $\bar{T}^* = T^*(t)/T_{\max}^*$, где $T^*(t)$ и $T_{\max}^*$ — соответственно текущая и максимальная тяга двигателя), а также скорости ракеты M (кривая 2) на активном участке полета (до момента времени $t = 3,8$ с).

Ракета перемещается в плоскости Oxy . После выключения двигателя скорость ее смещения уменьшается; она продолжает движение в этой плоскости с набором высоты за счет отклонения рулей на кабрирование ($\delta = 5^\circ$). На фиг. 7а, б, в нанесено соответственно изменение по времени t [с] текущих координат аппарата x_g, y_g [км] относительно земной системы координат $O_g x_g y_g z_g$, нормальной перегрузки n_y в центре масс и угла атаки α при движении его как твердого тела (штриховые линии) и с учетом упругости конструкции (сплошные линии) при его разгоне от $M = 0$ до $M = 3$. Из фиг. 7 видно, что для выбранного гипотетического аппарата учет упругости конструкции не приводит к существенному изменению параметров движения по сравнению с его перемещением как твердого тела, а значит не вызовет снижения эффективности органов управления.

Выводы. Создана методика опре-

деления коэффициентов интерференции элементов аэродинамической компоновки ЛА произвольной конфигурации; построена структурная математическая модель ЛА типа высокоскоростной невращающейся ракеты с решетчатыми рулями для моделирования на ЭВМ процессов нагружения, деформирования и движения в реальных условиях полета; использование обеих методик для исследования объектов авиационно-ракетной техники позволит сократить сроки их разработки и удешевить сами проекты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоцерковский С.М., Одновол Л.А., Сафин Ю.З. и др. Решетчатые крылья. М.: Машиностроение, 1985. 320 с.
2. Sokolovsky G. Air-to-air missile by Vympel // Military Parade. 1998. № 5(29). Р. 66–68.
3. Самарский А.А. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент // Вестн. АН СССР. 1979. № 5. С. 38–49.
4. Морозов В.И., Пономарев А.Т., Рысев О.В. Математическое моделирование сложных аэроупругих систем. М.: Наука, 1995. 736 с.
5. Рейдель А.Л., Пригоникер А.Б. Построение математической модели аэродинамических сил и моментов осесимметричной ракеты // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1996. № 1. С. 131–140.
6. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. М.: ТОО "Янус", 1995. 520 с.
7. Валуцкий А.М., Граськин С.С., Подобедов В.А. Исследование методом дискретных вихрей стационарного обтекания пространственных несущих систем при до- и сверхзвуковых скоростях потока // Изв. вузов. Авиац. техника. 1990. № 4. С. 48–56.
8. Астапов И.С., Белоцерковский А.С., Морозов В.И. Нелинейные интегродифференциальные уравнения аэроупругости // Изв. АН СССР. МТТ. 1985. № 6. С. 61–70.
9. Колесников К.С., Сухов В.Н. Упругий летательный аппарат как объект автоматического управления. М.: Машиностроение, 1974. 267 с.
10. Подобедов В.А., Попов В.М., Хохленко Ю.Н. К обоснованию итерационного процесса расчета аэродинамических характеристик летательных аппаратов с использованием коэффициентов интерференции / Современные научно-технические проблемы гражданской авиации. Тр. Междунар. научно-техн. конф. М.: Изд-во МГТУ ГА, 1996. С. 62–67.
11. Основы прикладной аэрогазодинамики / Под ред. Н.Ф. Краснова. Кн. 1. М.: Высш. шк. 1990. 336 с.
12. Аэродинамика ракет / Под ред. Х. Хемша и Дж. Нилсена. Кн. 1. М.: Мир, 1989. 425 с.
13. Соболев Е.И. Применение цифровых вычислительных машин для определения критической скорости флаттера систем с многими степенями свободы // Труды ЦАГИ. 1965. Вып. 949. 85 с.
14. Феодосьев В.И. Основы техники ракетного полета. М.: Наука, 1981. 496 с.
15. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973. 320 с.

Москва

Поступила в редакцию
3.08.1998

Зав. редакцией В.М. Кутырева

Технический редактор Т.В. Скворцова

Сдано в набор 04.05.99

Подписано к печати 20.07.99

Формат бумаги 70 × 100¹/₁₆

Офсетная печать

Усл.печ.л. 16,9

Усл.кр.-отт. 5,6 тыс.

Уч.-изд.л. 20,3

Бум.л. 6,5

Тираж 325 экз. Зак. 2772

Адрес редакции: 117526 Москва, проспект Вернадского, д. 101. Тел. 434-35-38

Отпечатано в типографии "Наука", 121099, Москва, Шубинский пер., 6