

УДК 531.8

© 1999 г. А.И. ТЕЛЕГИН

### **ДИНАМИЧЕСКАЯ РАЗВЯЗКА СИСТЕМ ТЕЛ С ЗАМКНУТЫМИ ВЕТВЯМИ**

Рассмотрена задача синтеза динамически развязанных систем твердых тел. Дан критический обзор известных работ в рассматриваемой области с указанием причин ошибочных теоретических результатов и практических рекомендаций. Сформулированы известные необходимые и достаточные условия динамической развязки древовидных систем тел с открытыми ветвями и показано, что в случае наложения геометрических связей между концевыми телами ветвей эти условия являются только достаточными, а новые необходимые и достаточные условия ослабляются. Приведены примеры динамической развязки систем тел с одним и двумя циклами. Приведен пример частичного уравнивания и развязки движения звеньев в действующем электромеханическом роботе "Кобра".

Синтез динамически развязанных систем твердых тел (СТТ) имеет большое практическое значение. Например, динамическая развязка движений звеньев роботов позволяет существенно упростить его управление, снизить энергозатраты и повысить точность выполнения технологических операций [1]. Поэтому при проектировании СТТ часто стремятся к тому, чтобы свести к минимуму отрицательное влияние инерционных сил там, где они возникают независимо от нашего желания, как естественное проявление законов инерции движущихся тел. Для того, чтобы устранить влияние инерционных сил, возникающих вследствие совмещения движений по отдельным степеням подвижности, можно внутри каждого тела так разместить массы, чтобы инерционные силы, развиваемые телами, взаимно уравновесились; или спроектировать такую схему СТТ, в которой тела разовьют равные, но противоположно направленные взаимно уравновешивающие силы инерции. Эти подходы при развязке движений тел СТТ реализованы в настоящей работе.

Интерес к синтезу СТТ с заданными свойствами значителен. Во многих работах ищутся, например, общие условия построения СТТ с упрощенной динамикой. Синтез выполняется на множестве таких параметров как масса, положение центра масс и моментов инерции тел. Однако использование для этого классической формы записи динамических функций и уравнений динамики (УД) приводит к ошибкам. Рассмотрим типичные из них.

В [2] рассматривается СТТ со структурой одной открытой ветви с вращательными сочленениями. Синтез проводится только на множестве массо-геометрических параметров, т.е. на ориентацию осей вращения ограничения не ищутся. Из анализа слагаемых классической формулы кинетической энергии делается вывод, что если центр масс звена помещен в начало его связанной системы координат (СК), т.е. звено статически уравновешено, то УД упрощаются. Далее отдельно анализируется слагаемое кинетической энергии, содержащее тензор инерции тела, и утверждается, что если все три главных момента инерции тела равны, то это ведет к существенному упрощению УД. Таким образом, в анализируемой статье автор дает следующие ошибочные рекомендации для упрощения динамики СТТ: распределять звенья робота

так, чтобы их центры масс лежали в шарнирных точках, а три главных момента инерции были одинаковыми.

В [3] автор анализируя коэффициенты УД манипулятора, делает следующие ошибочные рекомендации: кинематическая схема манипулятора должна включать в себя, по возможности, призматические сочленения, при которых, во-первых, диагональные инерционные элементы являются константами, во-вторых, не возникают центробежные силы инерции, в-третьих, исключается взаимосвязь скоростей по отношению к внешним сочленениям; степени подвижности манипулятора целесообразно располагать параллельно или перпендикулярно друг другу, так как такое расположение позволяет исключить взаимные инерционные силы и некоторые гравитационные коэффициенты.

Автор работы [4] анализируя УД манипуляторов с одной разомкнутой кинематической цепью, содержащей только вращательные степени подвижности, утверждает, что в случае инвариантной к положению звеньев матрицы инерции УД являются линейными за исключением моментов сил тяжести. В то время, как статическое уравновешивание СТТ является необходимым условием инвариантности инерционных свойств СТТ относительно положения тел [5].

Автор работы [6] рассматривает задачу обеспечения развязанной динамики и инвариантных инерционных свойств для манипулятора с тремя степенями подвижности. В руке рассматриваемого манипулятора применен передаточный механизм, состоящий из звеньев, образующих параллелограмм, т.е. кинематическая структура СТТ имеет замкнутые цепи. В этой работе автор получил неверные формулы вычисления элементов матрицы инерционных коэффициентов и, как следствие, во-первых, записал ошибочные условия инвариантности поддиагональных элементов матрицы инерционных коэффициентов, во-вторых, счел невозможным обеспечить полную инвариантность относительно положения звеньев руки. Однако в [7] получены условия инвариантности инерционных свойств для аналогичной и более сложных СТТ.

Авторы работы [8] вывели верные УД СТТ, но не увидели условия развязки движения ее тел, в то время как ставили перед собой такую цель.

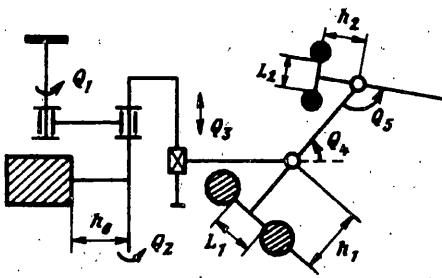
Перечисленные ошибочные теоретические результаты объясняются, например, неэффективностью форм представления анализируемых динамических функций и УД.

Условия динамической развязки СТТ со структурой открытого дерева (СТТОД). В [7] найдены следующие структурные и кинематические ограничения, для которых допустима динамическая развязка движений тел за счет распределения их масс. Каждая цепь, связывающая стойку с концевым звеном искомой СТТОД, может состоять только из трех следующих друг за другом групп звеньев  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$ , где  $\Gamma_1$  – группа поступательных звеньев,  $\Gamma_2$  – группа вращательных и поступательных звеньев,  $\Gamma_3$  – группа вращательных звеньев. Причем, во-первых, оси вращения и направления поступательного перемещения всех звеньев  $\Gamma_2$  должны быть параллельны друг другу, во-вторых, оси вращения всех звеньев  $\Gamma_3$  должны быть параллельны друг другу. При этом СК последнего звена  $\Gamma_1$  и сочлененного с ним первого звена  $\Gamma_2$ , а также, СК последнего звена  $\Gamma_2$  и сочлененного с ним первого звена  $\Gamma_3$ , могут иметь произвольную исходную ориентацию относительно друг друга.

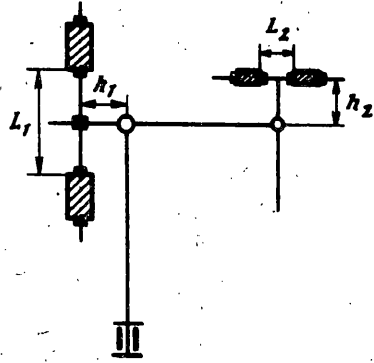
Ограничения на распределение масс такие. Если  $m_{0i}$  – не последнее звено  $\Gamma_3$ , то для развязки движений необходимо и достаточно выполнить равенства

$$m_j^x = m_j^y = 0 \quad (i \leq j \leq N_i) \quad (1)$$

где  $m_j^x, m_j^y, m_j^z$  – проекции вектора статического момента  $j$ -го несущего тела на оси его СК,  $N_i$  – номер концевой тела  $i$ -й подсистемы. Выполнение равенства (1) означает статическое уравновешивание  $j$ -го несущего тела относительно оси вращения  $j$ -го



Фиг. 1



Фиг. 2

тела. Здесь считается, что ось аппликат СК тела направлена по оси его относительного вращения. Под  $i$ -м несущим телом понимается само  $i$ -е тело вместе с несомыми подсистемами, массы которых сосредоточены на  $i$ -м теле в точках роста этих подсистем [7].

Достаточными условиями развязки звеньев  $\Gamma_3$  являются следующие ограничения:

$$m_j^z = I_j^{xy} = I_j^{xz} = I_j^{yz} = 0 \quad (2)$$

$$I_j^{xx} = I_j^{yy}, \quad i \in \Gamma_3 \quad (3)$$

где  $I_j^{xx}, I_j^{yy}, I_j^{zz}, I_j^{xy}, I_j^{xz}, I_j^{yz}$  – элементы тензора инерции  $j$ -го несущего тела.

Для развязки звеньев  $\Gamma_2$  необходимо и достаточно выполнить ограничения

$$m_j^x = m_j^y = 0 \quad (j = 1 \dots N_i) \quad (4)$$

за счет надлежащего распределения масс этих звеньев. Физические ограничения (4) означают, что звенья вращательных сочленений должны быть статически уравновешены относительно осей своего вращения с учетом масс несомых звеньев. Ограничения (2), (3) означают, что ось вращения каждого несущего звена 3-й цепочки должна быть осью динамической симметрии.

На фиг. 1,2 приведены кинематические схемы частных случаев СТТ из описанного класса и варианты распределения масс их звеньев, при котором моменты инерции подсистем относительно осей вращения звеньев не зависят от положений вращательных и поступательных звеньев, а движения звеньев развязываются. Для этих СТТ ограничения (1), (4) удовлетворяются путем подбора расстояний  $h_i$  ( $i = 0, 1, 2$ ), а ограничения (3) за счет расстояний  $L_1, L_2$ .

В схемах на фиг. 1,2 первая группа звеньев отсутствует. Из фиг. 2 видно, что 2-я группа состоит из одного звена, а 3-я – из двух последних звеньев, которые имеют возможность вращаться в вертикальной плоскости. Следовательно, как частный случай общих условий записываются следующие ограничения на распределение масс рассматриваемой СТТ с одной открытой ветвью:

$$m_j^z = I_j^{xy} = I_j^{xz} = I_j^{yz} = 0 \quad (5)$$

$$I_j^{xx} = I_j^{yy} \quad (6)$$

$$m_j^x = m_j^y = 0 \quad (j = 2, 3) \quad (7)$$

Для практической реализации этих ограничений достаточно распределить массы

2-го и 3-го звеньев так, как показано на фиг. 2. Здесь выбор расстояний  $h_1, h_2$  позволяет статически уравновесить 3-е звено и 2-е с учетом массы 3-го, т.е., выполнить ограничения (7). Ограничения (5) выполняются, если в конструкциях двух последних звеньев массы распределены симметрично плоскостям  $O_i X_i Z_i$  ( $i = 2, 3$ ). Выбор расстояний  $L_1, L_2$  позволяет удовлетворить ограничениям (6), т.к. за счет увеличения расстояния  $L_i$  ( $i = 2, 3$ ) момент инерции  $I_i^{xx}$  возрастает, а  $I_i^{yy}$  не изменяется. Следует иметь в виду, что ось  $O_i X_i$  вращательного сочленения направлена вдоль образующей звена, а ось  $O_i Z_i$  – вдоль оси вращения.

Пусть УД СТТОД с  $N$  степенями свободы записаны в следующем общем виде:

$$\sum_i^{k-1} H_{ki} \ddot{Q}_i + \sum_{i=k}^{N_k} H_{ik} \ddot{Q}_i + h_k = F_k \quad (k = 1, \dots, N) \quad (8)$$

где  $Q_i$  –  $i$ -я обобщенная координата (ОК) СТТОД,  $H_{ki}$  – элементы матриц инерционных коэффициентов,  $h_k$  –  $k$ -я обобщенная инерционная сила;  $F_k$  –  $k$ -я обобщенная движущая сила. В (8), считается, что обобщенная сила тяжести учтена в  $F_k$ .

Если некоторые ветви СТТОД замыкаются на стойку или образуют друг с другом замкнутые цепи (циклы), то СТТОД превращается в СТТ. Пусть  $q_i$  ( $i = 1 \dots n$ ) – ОК СТТ, а связь между ОК  $Q_i$  и  $q_i$  имеет вид

$$Q_i = Q_i(q_1, q_2, \dots, q_n) \quad (i = 1, \dots, N) \quad (9)$$

где  $n$  – число степеней свободы СТТ ( $n < N$ ).

Докажем, что если связь между ОК  $q_j$  и  $Q_i$  выражается зависимостями (9), а УД СТТОД записаны в виде (8), то УД СТТ имеют вид

$$\sum_{j=1}^n H_{jk}^{\circ} \ddot{q}_j + h_k^{\circ} = U_{qk} \quad (k = 1, \dots, n) \quad (10)$$

$$H_{jm}^{\circ} = \sum_{k=1}^N Q_k^j \left( \sum_i^{k-1} H_{ki} Q_i^m + \sum_{i=k}^{N_k} H_{ik} Q_i^m \right) \\ h_j^{\circ} = \sum_{k=1}^N Q_k^j \left( h_k + \sum_i^{k-1} H_{ki} Q_i^j + \sum_{i=k}^{N_k} H_{ik} Q_i^j \right) \quad (11)$$

$$Q_k^j = \frac{\partial Q_k}{\partial q_j}, \quad Q^i = \sum_m^n \dot{q}_m \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 Q_i}{\partial q_m \partial q_j} \quad (12)$$

где  $U_{qk}$  – обобщенная сила, приведенная к  $q_k$ .

Действительно, после двукратного дифференцирования (9) и использования обозначений (12) получим связь между обобщенными ускорениями СТТОД и СТТ в виде

$$\ddot{Q}_i = \sum_{j=1}^n Q_k^j \ddot{q}_j + Q^k \quad (k = 1, \dots, N) \quad (13)$$

Вычислим частную производную от энергии ускорения  $S$  по  $j$ -му обобщенному ускорению СТТ. Получим

$$\frac{\partial S}{\partial \ddot{q}_j} = \sum_{k=1}^N \frac{\partial S}{\partial \ddot{Q}_k} \frac{\partial \ddot{Q}_k}{\partial \ddot{q}_j} = \sum_{k=1}^N Q_k^j \frac{\partial S}{\partial \ddot{Q}_k} = \\ = \sum_{k=1}^N Q_k^j \left( \sum_i^{k-1} H_{ki} \ddot{Q}_i + \sum_{i=k}^{N_k} H_{ik} \ddot{Q}_i + h_k \right) = \\ = \sum_{k=1}^N Q_k^j \left[ \sum_i^{k-1} H_{ki} \left( \sum_{m=1}^n Q_i^m \ddot{q}_m + Q^i \right) + \sum_{i=k}^{N_k} H_{ik} \left( \sum_{m=1}^n Q_i^m \ddot{q}_m + Q^i \right) + h_k \right] =$$

$$= \sum_{m=1}^n \ddot{q}_m \sum_{k=1}^N Q_k^j \left( \sum_i^{k-1} H_{ki} Q_i^m + \sum_{i=k}^{N_k} H_{ik} Q_i^m \right) + \\ + \sum_{k=1}^N Q_k^j \left( h_k + \sum_i^{k-1} H_{ki} Q_i^j + \sum_{i=k}^{N_k} H_{ik} Q_i^j \right)$$

Здесь  $S$  рассматривается как сложная функция  $S = S(\ddot{Q}_1, \ddot{Q}_2, \dots, \ddot{Q}_N)$ , где  $\ddot{Q}_i$  зависит от  $\ddot{q}_j$ , по формулам (13) вместо  $\partial S / \partial \ddot{Q}_k$  подставлена левая часть УД (8), вместо  $\ddot{Q}_i$  подставлены правые части связей (13), перегруппированы слагаемые. Если теперь воспользоваться обозначением (11), (12) и  $F_k$  привести к  $q_k$ , то по формализму Аппеля УД рассматриваемой СТГ записываются в виде (10).

Аналогично доказывается следующая зависимость обобщенных сил тяжести СТГ и соответствующей СТГОД

$$G_k^{\circ} = \sum_{i=1}^N G_i Q_i^k \quad (k = 1, \dots, n) \quad (14)$$

где  $G_i$  – обобщенные силы тяжести СТГОД;  $G_k^{\circ}$  – обобщенные силы тяжести СТГ.

Условия динамической развязки СТГ с замкнутыми ветвями. Пусть СТГ допускает размыкания циклов, при которых выполняются следующие условия. Соответствующая СТГОД имеет структурные и кинематические параметры СТГОД из динамически развязываемого класса. ОК этой СТГОД являются линейными комбинациями ОК исходной СТГ. Тогда из формул (10), (11) следует, что коэффициенты УД исходной СТГ являются линейными комбинациями коэффициентов УД СТГОД, получившейся после размыканий циклов. Поэтому, если на распределения масс звеньев СТГОД наложить ограничения (1)–(7), то коэффициенты УД этой СТГОД обратятся в постоянные величины, что соответствует динамической развязке движения звеньев. Однако это не единственное решение. Менее жесткие ограничения, т.е. меньшее количество уравнений, связывающих прежнее число массогеометрических параметров, получается при учете линейных комбинаций коэффициентов УД СТГОД. Вид этих комбинаций зависит от вида связей. В следующих двух примерах приводятся возможные варианты менее жестких условий для развязки движений систем тел с циклами и описывается их практическая реализация.

Пример динамической развязки системы тел с одним циклом. Найдем условия развязки движений звеньев СТГ (фиг. 3), состоящей из механизма параллелограмма, установленного на поворотной платформе. Свяжем СК с  $j$ -м звеном ( $j = 2 \dots 5$ ) так, чтобы ось  $O_1 Z_1$  и точки  $O_j$  лежали в одной плоскости. На схеме показаны оси  $O_j X_j$  СК звеньев. Центр масс 1-го звена лежит на оси  $O_1 Z_1$ . Центры масс остальных звеньев лежат в плоскости  $O_j X_j Z_j$ , т.е.  $m_j^y = 0$  ( $j = 2 \dots 5$ ). Звенья имеют следующие длины  $O_2 O_3 = O_5 C = A$ ,  $O_4 O_5 = O_3 C = B$ : Если мысленно разорвать замыкание в точке  $C$ , то получившаяся СТГОД будет иметь пять степеней свободы. Через  $Q_i$  обозначены ОК этой СТГОД, а через  $q_i$  – ОК исходной СТГ. Очевидно, что связь между этими ОК имеет вид

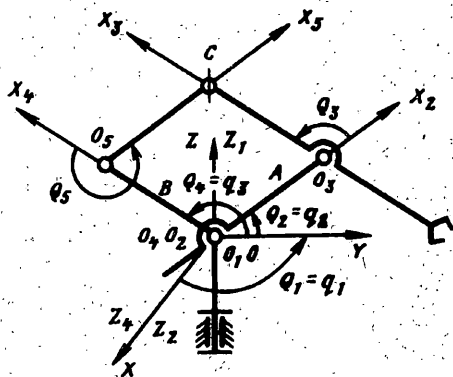
$$Q_1 = q_1, \quad Q_2 = q_2, \quad Q_3 = q_3 - q_2, \quad Q_4 = q_3, \quad Q_5 = q_2 - q_3$$

из которого получаем следующие отличные от нуля частные производные

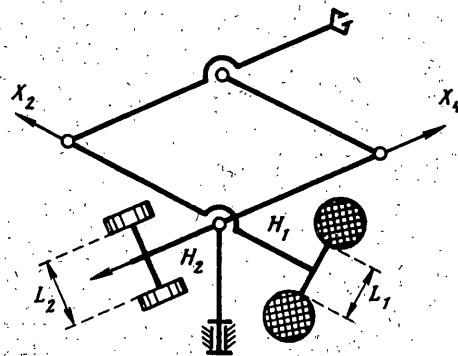
$$Q_1^1 = 1, \quad Q_2^2 = 1, \quad Q_3^2 = -1, \quad Q_4^2 = 1, \quad Q_5^3 = 1, \quad Q_4^3 = 1, \quad Q_5^3 = -1$$

В результате подстановки этих производных в (11) получим следующую систему ограничений

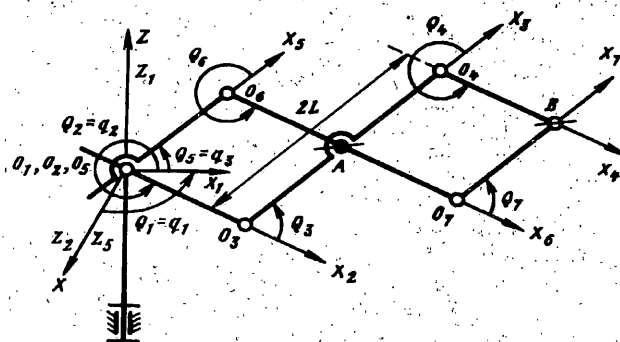
$$I_2^{xx} + I_5^{xx} = I_2^{yy} + I_5^{yy}, \quad I_3^{xx} + I_4^{xx} = I_3^{yy} + I_4^{yy} \quad (15)$$



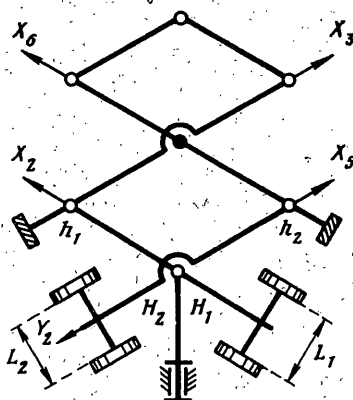
Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

$$I_2^{xy} + I_5^{xy} = 0, \quad I_3^{xy} + I_4^{xy} = 0, \quad I_2^{yz} + I_5^{yz} = 0, \quad I_3^{yz} + I_4^{yz} = 0$$

$$I_2^{xz} + I_5^{xz} + Am_3^z = 0, \quad I_3^{xz} + I_4^{xz} + Bm_5^z = 0 \quad (16)$$

$$m_5^x B + m_3^x A = 0, \quad m_3^x + m_4^x = 0, \quad m_2^x + m_5^x = 0 \quad (17)$$

при удовлетворении которых УД рассматриваемой СГТ являются линейными с постоянными коэффициентами, а движения звеньев развязываются.

Для выполнения перечисленных равенств достаточно специальным образом распределить массы звеньев параллелограмма. Действительно, если массы распределены симметрично плоскостям  $O_i X_i Y_i$ ,  $O_i X_i Z_i$  ( $i = 2 \dots 5$ ), то выполняются равенства (16). Если центры масс 2-го и 4-го звеньев имеют в СК этих звеньев координаты  $(a_2, 0, 0)$ ,  $(a_4, 0, 0)$ , где

$$a_2 = -(Am_3 + m_5^x) / m_2, \quad a_4 = -B(m_5 - m_5^x / A) / m_4 \quad (18)$$

$m_{0i}$  — масса  $i$ -го звена, то выполняются равенства (17). И, наконец, если расположить массы на таком удалении от осей ординат их СК, при котором выполняются равенства

$$I_2^{xx} = I_2^{yy} + I_5^{yy} - I_5^{xx}, \quad I_4^{xx} = I_4^{yy} + I_3^{yy} - I_3^{xx} \quad (19)$$

то будут выполнены ограничения (15).

Возможная схема практического распределения масс звеньев параллелограмма показана на фиг. 4. Очевидно, что за счет подбора расстояний  $H_1, H_2$  удовлетворяются равенства (18). За счет выбора расстояний  $L_1, L_2$  удовлетворяются равенства (19), т.к. при изменении  $L_1$  меняется момент  $I_2^{xx}$ , а моменты  $I_2^{yy}, I_5^{yy}, I_5^{xx}$  остаются постоянными. Аналогично при изменении  $L_2$  меняется момент  $I_4^{xx}$ , а моменты  $I_3^{yy}, I_4^{yy}, I_3^{xx}$  — постоянны.

Пример динамической развязки системы тел с двумя циклами. Найдем условия развязки движений звеньев СТГ (фиг. 5), состоящей из механизма пантографа, установленного на поворотной платформе. Введем СК  $j$ -го звена ( $j = 2...7$ ) так, чтобы ось  $Q_j Z_j$  и точки  $O_j$  лежали в одной плоскости. На схеме показаны оси  $O_j X_j$  СКК звеньев. Центр масс 1-го звена лежит на оси  $Q_1 Z_1$ . Центры масс остальных звеньев лежат в плоскости  $O_j X_j Z_j$ , т.е.  $m_j^y = 0$  ( $j = 2...7$ ). Если мысленно разорвать замыкания в точках  $A$  и  $B$ , то получившаяся СТГОД будет иметь семь степеней свободы. Через  $Q_i$  обозначены ОК этой СТГОД, а через  $q_i$  — ОК исходной СТГ. Очевидно, что связь между этими ОК имеет вид

$$Q_1 = q_1, Q_2 = q_2, Q_5 = q_3, Q_3 = Q_7 = q_3 - q_2, Q_4 = Q_6 = q_2 - q_3$$

из которого имеем следующие отличные от нуля частные производные

$$Q_1^1 = 1, Q_2^2 = 1, Q_3^2 = -1, Q_3^3 = 1, Q_4^2 = 1, Q_4^3 = -1$$

$$Q_5^3 = 1, Q_6^2 = 1, Q_6^3 = -1, Q_7^2 = -1, Q_7^3 = 1$$

В результате подстановки этих производных в (11) получим следующую систему ограничений

$$I_2^{xx} + I_4^{xx} + I_6^{xx} = I_2^{yy} + I_4^{yy} + I_6^{yy} + 2Lm_4^x$$

$$I_3^{xx} + I_5^{xx} + I_7^{xx} = I_3^{yy} + I_5^{yy} + I_7^{yy} + 2Lm_7^x \quad (20)$$

$$I_2^{xy} + I_4^{xy} + I_6^{xy} = 0, I_3^{xy} + I_5^{xy} + I_7^{xy} = 0$$

$$I_2^{yz} + I_4^{yz} + I_6^{yz} = 0, I_3^{yz} + I_5^{yz} + I_7^{yz} = 0$$

$$I_2^{xz} + I_4^{xz} + I_6^{xz} + L(m_3^z + m_4^z + 2m_7^z) = 0$$

$$I_3^{xz} + I_5^{xz} + I_7^{xz} + L(m_6^z + m_7^z + 2m_4^z) = 0 \quad (21)$$

$$m_4^x = m_7^x \quad (22)$$

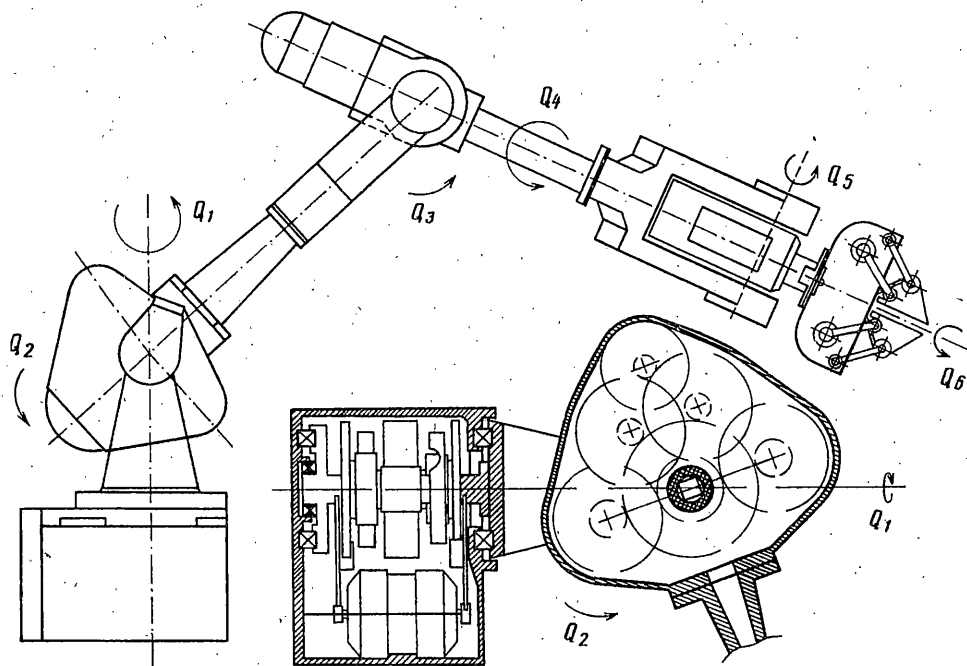
$$m_3^x + m_6^x = 0 \quad (23)$$

$$m_2^x + m_4^x + m_6^x = 0, m_3^x + m_5^x + m_7^x = 0 \quad (24)$$

при удовлетворении которых УД рассматриваемой СТГД являются линейными с постоянными коэффициентами, а движения звеньев развязываются.

Для выполнения перечисленных равенств достаточно специальным образом сконструировать звенья пантографа и распределить их массы. Действительно, если конструкции 4-го и 7-го звеньев одинаковы, т.е. параметры 4-го и 7-го звеньев совпадают, то выполняется ограничение (22). Если конструкции 3-го и 6-го звеньев одинаковы, то за счет статического уравнивания 3-й и 6-й подсистем будет выполнено ограничение (23), так как

$$m_3^x = m_6^x = 0 \quad (25)$$



Фиг. 7

Если массы распределены симметрично плоскостям  $O_i X_i Y_i$ ,  $O_i X_i Z_i$  ( $i=2...7$ ), то выполняются равенства (21). Если центры масс 2-го и 5-го звеньев имеют в собственных СК координаты  $(a_2, 0, 0)$ ,  $(a_5, 0, 0)$ , где

$$a_2 = -(Lm_3 + m_4^x) / m_{02}, \quad a_5 = -(Lm_6 + m_7^x) / m_{05} \quad (26)$$

то выполняются равенства (24). И, наконец, если расположить массы на таком удалении от осей ординат СК 2-го и 5-го звеньев, при котором выполняются равенства

$$\begin{aligned} I_2^{xx} &= I_2^{yy} + I_4^{yy} + I_6^{yy} + 2Lm_4^x - I_4^{yy} - I_6^{xx} \\ I_5^{xx} &= I_3^{yy} + I_5^{yy} + I_7^{yy} + 2Lm_7^x - I_5^{xx} - I_7^{xx} \end{aligned} \quad (27)$$

то будут выполнены ограничения (20).

Возможная схема практического распределения масс звеньев пантографа показана на фиг. 6. Очевидно, что за счет выбора расстояний  $h_1, h_2$  удовлетворяются равенства (25). За счет подбора расстояний  $H_1, H_2$  удовлетворяются равенства (26). За счет выбора расстояний  $L_1, L_2$  удовлетворяются равенства (27), так как при изменении  $L_1$  меняется момент  $I_2^{xx}$ , но остальные величины остаются постоянными. Аналогично при изменении  $L_2$  меняется момент  $I_5^{xx}$ , но остальные величины в (27) постоянны. Это позволяет подбором расстояния  $L_2$  выполнить последнее ограничение (27).

Пример практической реализации результатов. На фиг. 7 изображена конструкция манипуляционной системы электромеханического робота "Кобра", имеющего шесть степеней свободы в пространстве, предназначенного для ликвидации аварий на АЭС. Частичное статическое уравнивание звеньев этого робота позволило уменьшить статические нагрузки на их приводы. Разнесение масс качающегося звена относительно ее продольной оси позволило частично устранить взаимное влияние движений звеньев. Общие рекомендации конструкторам манипуляционных систем роботов



состоят в следующем. Желательно стремиться размещать массы приводов в уравновешивающих частях несущих конструкций и разносить их относительно продольной оси.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фролов К.В. Проблемы механики в современном машиностроении // Механика и научно-технический прогресс. Т. 1. Общая и прикладная механика. М.: Наука, 1987. С. 7–71.
2. Park H.S., Cho H.S. General design conditions for an ideal robotic manipulator having simple dynamics // Intern. J. Robotics Research. 1991. V. 10. № 1. P. 21–29.
3. Tourassis V.D., Neuman C.P. The inertial characteristics of dynamic robot models // Mech. and Mach. Theory. 1985. V. 20. № 1. P. 41–52.
4. Youcef-Toumi K., Asada H. The design of open-loop manipulator arms with arms decoupled and configuration – invariant inertia tensors // Trans. ASME. J. Dyn. Syst. Measur. and Contr. 1987. V. 109. № 3. P. 268–275.
5. Мелентьев Ю.И., Телегин А.И. Динамика манипуляционных систем роботов. Иркутск: Изд-во Иркутск. ун-та, 1985. 348 С.
6. Youcef-Toumi K., Kuo A.T. High-speed trajectory control of a direct-drive manipulator // IEEE Trans. Rob. and Autom. 1993. V. 9. № 1. P. 102–108.
7. Телегин А.И. Системы твердых тел. Математическое обеспечение решения задач механики и управления. Ч. 2. Челябинск: Изд-во ЧГТУ, 1995. 202 с.
8. Коловский М.Э., Слоущ А.В. Основы динамики промышленных роботов. М.: Наука, 1988. 240 с.

Миасс

Поступила в редакцию  
24.10.1996