МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 6 • 1998

УДК 539.376;539.219.3

© 1998 г. А. М. ЛОКОЩЕНКО, С. А. ШЕСТЕРИКОВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА ПОЛЗУЧЕСТЬ И ДЛИТЕЛЬНУЮ ПРОЧНОСТЬ

Приведен аналитический обзор основных феноменологических подходов при изучении влияния окружающей среды на ползучесть и длительную прочность металлов. Отмечено, что исследование диффузионных процессов связано со значительными вычислительными трудностями, которые возникают при представлении решения уравнения диффузии с переменными границами в удобной для анализа форме.

Проведено моделирование процесса накопления поврежденности в материале при совместном воздействии механических нагрузок и агрессивной окружающей среды. При применении кинетической теории Работнова–Качанова принимаются во внимание два параметра: поврежденность материала и концентрация химических элементов, ослабляющих сопротивление материала механическим нагрузкам. Предложено приближенное решение уравнения диффузии, которое основано на разделении поперечного сечения растягиваемого стержня на невозмущенную и возмущенную части и на определении движения границы между этими частями. Получена система определяющих уравнений, описывающих взаимодействие диффузионного и коррозионного фронтов в процессе ползучести вплоть до разрушения.

1. Краткий обзор основных феноменологических подходов. В данном разделе кратко рассмотрены основные феноменологические подходы, используемые при описании влияния агрессивной окружающей среды на ползучесть и длительную прочность.

Многочисленные исследования влияния окружающей среды на ползучесть и длительную прочность металлов показывают, что это влияние в основном характеризуется протекающими в металле диффузионными и коррозионными процессами. Многие результаты исследований опубликованы в монографиях [1–6], специальных тематических сборниках статей и в отдельных статьях.

В качестве основного параметра, характеризующего влияние окружающей среды на ползучесть материалов, обычно принимаются либо зависящая от растягивающего напряжения σ и времени t толщина поверхностного коррозионного слоя $\delta(\sigma, t)$, либо концентрация $C(\sigma, t)$ в материале некоторых химических элементов, ослабляющих его сопротивление действию внешних нагрузок. В случае исследования длительной прочности в рассмотрение вводится дополнительно второй параметр – рассеянная поврежденность материала $\omega(\sigma, t)$. В некоторых работах учитывается дополнительная зависимость вводимых параметров C и ω от пространственных координат. В ряде исследований авторы применяют феноменологические параметры, которым не придается какой-нибудь конкретный физический смысл.

Первые систематические исследования влияния окружающей среды на механические свойства металлов начались 50–60 лет тому назад. Г.В. Акимов [1] принимает линейный характер зависимости δ от t при малых значениях t и параболический характер этой зависимости с убывающей производной при больших t, зависимость же скорости $\dot{\delta}$ от растягивающего напряжения σ имеет линейный характер вплоть до предела пропорциональности.

В монографиях Э.М. Гутмана [2, 3] принимается не линейная, а экспоненциальная зависимость $\dot{\delta}(\sigma)$, в случае сложного напряженного состояния вместо σ вводится в рассмотрение среднее напряжение, время коррозионного разрушения t^* соответствует времени достижения средним напряжением предела текучести.

Существенный вклад в развитие феноменологического метода с использованием параметра δ внесли В.В. Петров, И.Г. Овчинников и др. В монографии [4] для описания зависимости δ от t в электрохимическом коррозионном процессе предлагается нелинейное кинетическое уравнение $\dot{\delta} = k\delta(\delta^* - \delta)$, $\delta^* = \lim \delta(t)$ при $t \longrightarrow \infty$, которое приводит к функции $\delta(t)$ с точкой перегиба и горизонтальной асимптотой. В [7] предложена модель коррозионного разрушения, которое определяется не только напряженным, но и деформированным состоянием материала; в этой модели скорость коррозионного процесса $\dot{\delta}$ связана с удельной энергией деформирования разрушаемого слоя поверхности. В [8] введены понятия движущихся диффузионного $\delta_1(t)$ и коррозионного $\delta_2(t)$ фронтов, для $\delta_1(t)$ принимается совершенно не связанное с уравнением диффузии кинетическое уравнение

$$\dot{\delta}_1(t) = A_1\delta_1^m(A_2 - \delta_1)^n, \quad \delta_1(t = 0) = 0$$

В монографии П.А. Павлова с соавторами [6] при оценке равномерного коррозионного износа в качестве поврежденности ω рассматривается отношение $\delta(t)/\delta^*$, в качестве $\delta(t)$ предлагается использовать экспоненциальную функцию времени $\delta(t) = \delta^*[1 - \exp(-bt)]$.

А.М. Локощенко в [9–11] использовал различные модели, основанные на введении поверхностного слоя $\delta(t)$, для аналитического описания наблюдаемого во многих экспериментах влияния формы и размеров поперечного сечения образцов на характеристики ползучести и длительной прочности.

Во многих работах при исследовании влияния окружающей среды на ползучесть и длительную прочность металлов вводится параметр $S(t)$, характеризующий ослабление сопротивляемости металлов внешним нагрузкам. В ряде работ этим параметром является концентрация C некоторых химических элементов в металле, в других работах физический смысл вводимого параметра S не рассматривается, хотя очевидна его связь с концентрацией C. В большинстве работ кинетические уравнения для S и ω имеют общий характер $\dot{\omega} = \Phi_1(\sigma, T, \omega, S)$, $\dot{S} = \Phi_2(\sigma, T, \omega, S)$, конкретизация зависимостей и методы их определения не рассматриваются.

В.В. Петров с соавторами [5, 12, 13] придают параметру S смысл концентрации агрессивной среды C. В качестве кинетического уравнения для C принимается стандартное уравнение второго закона Фика (уравнение диффузии), для анализа длительной прочности используется стандартное уравнение $\dot{\omega} = a\sigma^n/(1 - \omega)^m$, в котором a, n, m являются функциями концентрации C. В [15] рассмотрено упругопластическое деформирование сплошной среды при воздействии водорода, при этом механические уравнения дополнены модифицированным уравнением диффузии, учитывающим градиент среднего напряжения в сплошной среде.

В.М. Кожеватова [15] при анализе ползучести углеродистой стали в среде водорода при $T = 200–600°C$ учитывает диффузию водорода в стали, его реакцию с углеродом и в результате – образование метана и обезуглероживание стали. В [15] применяется теория ползучести Работнова, при этом в качестве кинетического параметра используется количество продукта реакции – метана. Для упрощения учитывается резкое изменение свойств стали на фронте обезуглероживания, в качестве зависимости глубины обезуглероженного слоя δ от времени t принимается полученная Ю.И. Арчаковым [16] функция квадратного корня $\delta = \text{const}\sqrt{t}$.

А.М. Локощенко и Д.А. Кулагин [17] предложили модель, основанную на использовании уравнения диффузии, которая описывает неоднородное распределение растягивающих напряжений в материале при однородном поле скоростей ползучести. С помощью этой модели авторы [17] описали известный масштабный эффект длительной прочности.

В [18] Г.Г. Максимович с соавторами при исследовании длительной прочности материалов в условиях физико-химических воздействий предлагают учитывать взаимосвязь деформационных процессов с адсорбцией, диффузией, химическими реакциями, теплопроводностью и т.п. Поведение материалов при действии механических нагрузок, окружающей среды и высокой температуры предлагается исследовать с помощью следующей системы уравнений:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = F_1, \quad \frac{\partial \rho_{ij}}{\partial t} = F_2, \quad \frac{\partial C_l}{\partial t} = F_3, \quad \gamma_l = F_4, \quad \frac{\partial T}{\partial t} = F_5,$$

$$F_n = F_n(\varepsilon, C_l, \rho_{ij}, \alpha, T) \quad (n = 1, 2, \ldots, 5)$$

Здесь ε – деформация, x – пространственная координата, $\rho_{ij}(x, t)$ – плотность дислокаций, $C_l(x, t)$ – концентрация l-й компоненты, γ_l – скорость химической реакции, T – температура, $\alpha(x, t)$ – параметр, характеризующий количество включений, пор и т.д. Функционалы F_n не конкретизируются, методы их определения не обсуждаются.

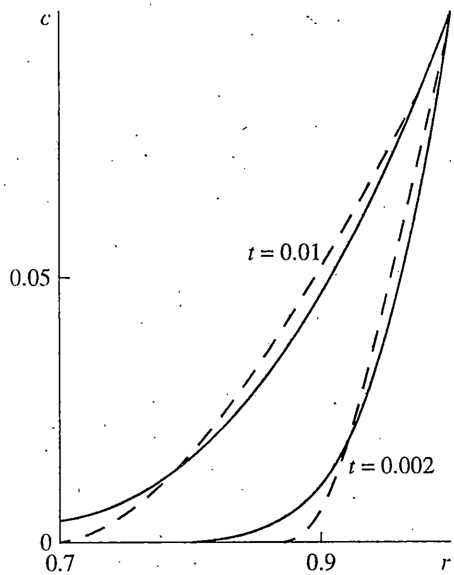
В.С. Павлина и Я.С. Матычак [19] провели анализ взаимодействия процессов диффузионного насыщения и протекания внутренней химической реакции, с этой целью они рассмотрели систему уравнений диффузии с дополнительными членами и с помощью преобразования Лапласа получили ее решение. Это решение позволяет исследовать начальную стадию однородного образования химических комплексов и выявить их влияние на кинетику перераспределения диффундирующих элементов. В [20] предложенный метод распространен на дополнительное описание сублимации легирующих элементов с одновременным распадом химических соединений в сплавах.

Г.Г. Максимович с соавторами [21] описали процесс высокотемпературного взаимодействия титановых сплавов с разреженной средой с учетом газонасыщения металла и сублимации легирующего элемента марганца. При этом они в качестве исходной модели использовали систему уравнений многокомпонентной диффузии, рассмотренную в [22], при записи граничных условий учитывалась разность химических потенциалов элементов в металле и газовой среде.

B.F. Dyson и S. Osgerby [23, 24] при анализе ползучести с учетом химических реакций рассматривают цилиндрический образец как композит, состоящий из внутренней, центральной цилиндрической части и внешней оболочки, и записывают различные уравнения для двух областей.

Следует отметить, что большинство предложенных моделей для описания влияния агрессивной окружающей среды на механические характеристики материалов не было апробировано с помощью обработки известных экспериментальных данных или решения конкретных задач, во многих работах методы вычисления используемых функций и характеристик материала не приводятся. Это обстоятельство объясняется, в частности, большими вычислительными трудностями, которые возникают при представлении решения уравнения диффузии с переменными границами в удобной для анализа форме.

Кроме рассмотренных выше подходов для исследования равномерной коррозии, в ряде работ используются две концепции, позволяющие изучать локальное развитие коррозии, проявляющееся в виде местных трещин (Р.В. Гольдштейн, В.И. Астафьев и др.) или питтингов (В.Я. Флакс).



Фиг. 1

2. Введение диффузионного фронта. Ниже в качестве основного параметра, характеризующего влияние окружающей среды на механические свойства материалов, будем принимать концентрацию C. В качестве примера рассмотрим осесимметричную задачу о диффузии в круговом цилиндрическом стержне радиуса R, растягиваемом постоянной силой. Для простоты рассмотрим для концентрации C нулевое начальное условие, в качестве граничного условия на поверхности стержня примем равенство концентрации C постоянному значению C_0. Введем безразмерные переменные $r = \rho/R$, $c = C/C_0$, где ρ – расстояние от оси цилиндра до произвольной точки, ниже под t будем понимать безразмерное время, определяемое отношением реального времени к (R^2/D), D – коэффициент диффузии. В этих безразмерных переменных задача о диффузии принимает следующий вид:

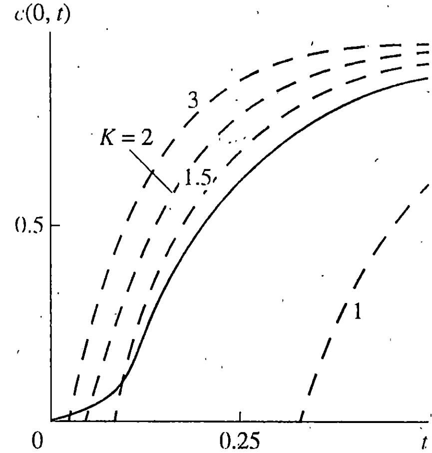
$$\frac{\partial c(r,t)}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial c}{\partial r}\right), \quad c(r,0) = 0, \quad c(1,t) = 1, \quad \frac{\partial c}{\partial r}(0,t) = 0 \tag{2.1}$$

Точные решения уравнения диффузии для тел с постоянными границами, представляемые обычно в виде тригонометрических рядов или рядов, состоящих из функций Бесселя, не всегда позволяют получить представление искомых характеристик в обозримой форме. Громоздкость решения резко увеличивается, если границы рассматриваемой области изменяются во времени, особенно если закон этого изменения заранее неизвестен.

Точное решение задачи (2.1) имеет вид [25]:

$$c(r,t) = 1 - 2\sum_{j=1}^{+\infty}\frac{J_0(\mu_j r)}{\mu_j J_1(\mu_j)}\exp(-\mu_j^2 t)$$

где $J_0(r)$ и $J_1(r)$ – функции Бесселя I рода нулевого и первого порядка соответственно, μ_j ($j = 1, 2, \ldots$) – положительные корни уравнения $J_0(\mu_j) = 0$. На фиг. 1 сплошными линиями нанесены соответствующие точному решению эпюры $c(r)$ при $t = 0.002$ и $t = 0.01$, а на фиг. 2 – зависимость концентрации $c(0, t)$ в центре стержня от времени.



Фиг. 2

Из уравнения диффузии следует, что заметное изменение концентрации c в каждой точке стержня наступает по истечении некоторого времени, зависящего от расстояния данной точки до поверхности стержня. В связи с этим естественно разделить всю область поперечного сечения стержня на невозмущенную и возмущенную части и исследовать движение границы между этими частями (подобный подход для решения других классов задач применяли ранее С.А. Шестериков и М.А. Юмашева [26] и другие авторы).

При получении приближенного решения уравнения (2.1) введем координату $l(t)$ диффузионного фронта ($l(0) = 1$, $l(t_0) = 0$) и рассмотрим две последовательные стадии решения:

$$c(r,t) = \begin{cases} 0, & 0 \le r \le l(t), \quad 0 < t \le t_0 \\ \left[\dfrac{r - l(t)}{1 - l(t)}\right]^k, & l(t) \le r \le 1, \quad 0 < t \le t_0 \end{cases} \tag{2.2}$$

$$c(r,t) = B(t) + [1 - B(t)]r^k, \quad 0 \le r \le 1, \quad t \ge t_0 \tag{2.3}$$

Согласно (2.2)–(2.3) эпюры $c(r)$ при любом t представляются в виде парабол k-й степени ($k > 1$). Зависимости (2.2)–(2.3) удовлетворяют граничным условиям (2.1), определим функции $l(t)$ и $c(0, t) = B(t)$ из интегрального удовлетворения уравнения диффузии

$$\int_0^1 \left[\frac{\partial c}{\partial t} - \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial c}{\partial r}\right)\right] r\,dr = 0 \tag{2.4}$$

Подставляя (2.2)–(2.3) в (2.4), определяем функции $l(t)$ и $B(t)$, а затем – концентрацию $c(r, t)$. Вычисления показали, что хорошее соответствие точного [25] и приближенного (2.2)–(2.3) решений уравнения диффузии (2.1) достигается при значении $k = 1.5$. В этом случае имеем:

$$\frac{dt}{dl} = -\frac{4}{105}(1-l)(3+4l), \; t(l=1) = 0, \; t = \frac{2}{315}(1-l)^2(8l+13), \; t_0 = \frac{26}{315} = 0.083$$
$$\frac{dB}{dt} = 7(1-B), \quad B(t=t_0) = 0, \quad B(t) = 1 - \exp\left(\frac{26}{45} - 7t\right) \tag{2.5}$$

На фиг. 1 штриховыми линиями изображены соответствующие (2.2), (2.5) эпюры $c(r)$ при $k = 1.5$, а на фиг. 2 – значения концентраций $c(0, t)$ в центре стержня при указанных значениях показателя степени k.

Введем интегрально среднюю по поперечному сечению стержня концентрацию $c_m(t)$ и с помощью (2.2), (2.3), (2.5) вычислим зависимость $c_m(t)$ при $k = 1.5$:

$$c_m(t) = 2\int_0^1 c(r,t)rdr = \begin{cases} \frac{4}{35}(1-l(t))(5+2l(t)), & 0 < t \le t_0 \\ 1-\frac{3}{7}\exp\left(\frac{26}{45}-7t\right), & t \ge t_0 \end{cases} \tag{2.6}$$

В качестве примера проведем анализ экспериментальных данных, описанных в [27]. Ниже до конца этого параграфа под t понимается реальное время. Цилиндрические образцы ($R = 2.5$ мм) из железа сначала подвергались предварительному окислению при 1081°C и давлении 10^{-4} атм в течение $t°$ час, а затем – испытанию на ползучесть до разрушения в атмосфере аргона при той же температуре 1081°C при напряжении $\sigma = 86$ МПа. На фиг. 3 сплошными линиями нанесены кривые ползучести $p(t)$ при различных значениях $t°$, кривые *1, 2, ..., 6* соответствуют значениям $t° = 0, 0.5, ..., 2.5$ час. Из фиг. 3 следует, что предварительное высокотемпературное окисление в течение $t° = 2.5$ час приводит к значительному уменьшению времени разрушения t^* (в 2.7 раза). Коэффициент диффузии кислорода в железе при $T = 1081$°C составляет $D = 7.2 \times 10^{-8}$ см²/с [28]. Безразмерные значения времен предварительного окисления составляют соответственно 0; 0.002; 0.004; ..., 0.01. С помощью (2.5)–(2.6) вычисляются интегрально средние значения концентрации c_m: 0; 0.097; 0.136; 0.166; 0.191; 0.213.

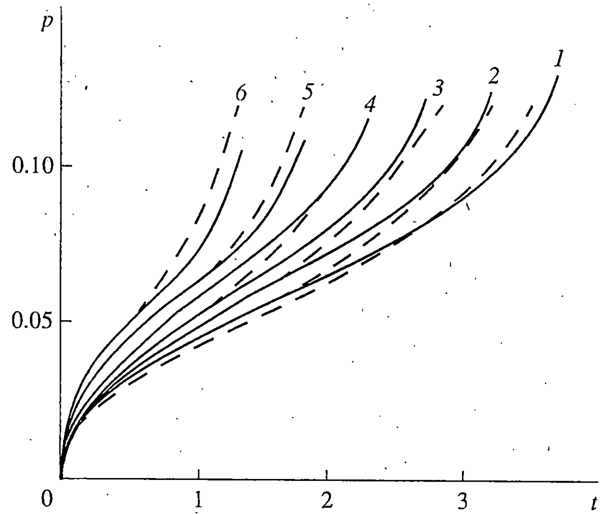
Для описания кривых ползучести вплоть до разрушения при различных c_m модифицируем уравнение [29] и дополним его деформационным критерием разрушения $dp/dt = F(\sigma)\, p^{-\alpha}\exp(\beta p)/f(c_m)$, $f(c_m) = 1 - g\,c_m^h$, $p^* = p(t^*) = 0.122 = \text{const}$, $F = 0.9 \times 10^{-6}$ час$^{-1}$, $\alpha = 2.5$, $\beta = 51$, $g = 30$, $h = 2.5$.

Теоретические кривые ползучести изображены на фиг. 3 штриховыми линиями. Из фиг. 3 следует хорошее соответствие экспериментальных и теоретических кривых.

3. Решение задачи при учете движения диффузионного и коррозионного фронтов. Для анализа влияния окружающей среды на длительную прочность растягиваемого постоянной силой стержня с дополнительным учетом коррозионного процесса будем использовать кинетическую теорию Ю.Н. Работнова [30] с двумя структурными параметрами – поврежденностью $\omega(r, t)$ и концентрацией $c(r, t)$, где t – безразмерное время.

Поврежденность материала $\omega(r, t)$ при ползучести является возрастающей функцией времени t. В связи с диффузией, распространяющейся от поверхности стержня ($r = 1$) и ослабляющей его сопротивление внешней нагрузке, поврежденность $\omega(r, t)$ зависит также от r (эта зависимость также возрастающая).

Принимая в качестве условия разрушения равенство $\omega = 1$, получаем, что в некоторый момент времени $t = t_1$ нарушается сплошность стержня на его боковой поверхности $r = 1$. При $t > t_1$ поверхность, разделяющая области неразрушенного и разрушенного материала, распространяется вглубь стержня. Назовем координату фронта разрушения $X(t)$, она определяется из условия $\omega(X(t), t) = 1$. При $0 \le t \le t_1$ имеем $X(t) \equiv 1$, при $t > t_1$ координата $X(t)$ является подлежащей определению убывающей функцией времени. Так как растягивающая сила не зависит от времени, то появление фронта разрушения приводит к уменьшению площади поперечного сечения и соответственно к увеличению продольного напряжения σ. Для простоты считаем, что при $t > t_1$ безразмерное напряжение $\sigma = \sigma(t)$ не зависит от поперечной координаты r.



Фиг. 3

Рассмотрим кинетическое уравнение для поврежденности $\omega(r, t)$ в виде

$$\frac{\partial\omega(r,t)}{\partial t} = A\left[\frac{\sigma(t)}{1-\omega(r,t)}\right]^n f(c(r,t)), \quad \sigma(t) = \sigma_0(X(t))^{-2}$$
$$\omega(r,0)\equiv 0, \quad \omega(X(t),t)\equiv 1, \quad 0\le r\le X(t), \quad 0\le t\le t^*, \quad \sigma(t^*) = \sigma_b(t^*), \tag{3.1}$$

здесь σ_0 – начальное значение продольного напряжения, $\sigma_b(t)$ – предел длительной прочности в условиях агрессивной среды, функция $f(c(r, t))$ характеризует степень влияния концентрации вредных химических элементов на структурную целостность материала ($f = 1$ при $c = 0$). Уравнение (3.1) характеризует постепенное разрушение поверхностных слоев стержня при $t_1 < t < t^*$ (определяемое условием $\omega(X(t), t) = 1$ при $\sigma(t) < \sigma_b(t)$), заканчивающееся разделением стержня на две части при значении времени t^* ($\sigma(t^*) = \sigma_b(t^*)$).

В качестве кинетического уравнения, характеризующего изменение во времени концентрации $c(r, t)$, естественно принять уравнение диффузии для области с переменной внешней границей ($0 \le r \le X(t)$):

$$\frac{\partial c(r,t)}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial c}{\partial r}\right), \quad c(r,0) = 0, \quad c(X(t),t) = 1, \quad \frac{\partial c}{\partial r}(0,t) = 0 \tag{3.2}$$

Л.М. Качанов [31] исследовал систему уравнений, аналогичную (3.1)–(3.2), которая представляет собой систему двух уравнений в частных производных с неизвестной переменной границей области. Ниже предложен приближенный метод решения задачи, который приводит ее к решению системы двух интегро-дифференциальных обыкновенных уравнений.

При решении системы уравнений (3.1)–(3.2) введем вместо $\omega(r, t)$ другой параметр поврежденности $\Omega(r, t)$, который возрастает во времени от нулевого значения при $t = 0$ до предельного значения $[(n + 1)A]^{-1}$ при разрушении:

$$\Omega(r,t) = \frac{[1-(1-\omega(r,t))^{(n+1)}]}{(n+1)A} = \int_0^t (\sigma(t'))^n f(c(r,t'))\,dt'. \tag{3.3}$$

В течение первой стадии ползучести $0 < t < t_1$ координата фронта разрушения $X(t) \equiv 1$. Из (3.3) следует, что разрушение материала впервые наступает в том месте, где концентрация $c(r, t)$ максимальна, т.е. при $r = 1$. Из (3.3) при $X(t) = 1$ получаем выражение для вычисления времени первой стадии t_1 (стадии скрытого разрушения):

$$\frac{1}{(n+1)A} = \int_0^{t_1} \sigma_0^n f(c=1)dt', \quad t_1 = [(n+1)A\sigma_0^n f(c=1)]^{-1}$$

При $t > t_1$ поверхностный слой стержня начинает разрушаться и возникает фронт разрушения $X(t)$, перемещающийся от поверхности стержня к его оси и характеризуемый условием $\Omega(X(t), t) \equiv [(n+1)A]^{-1} = \text{const}$. Отсюда

$$\left[\frac{d\Omega(r,t)}{dt}\right]_{r=X(t)} = \left[\frac{\partial\Omega}{\partial t} + \frac{\partial\Omega}{\partial r}\frac{dr}{dt}\right]_{r=X(t)} = 0 \tag{3.4}$$

Частные производные, входящие в (3.4), имеют следующий вид:

$$\partial\Omega(r,t)/\partial t = (\sigma(t))^n f(c(r,t)) \tag{3.5}$$

$$\frac{\partial\Omega(r,t)}{\partial r} = \int_0^t (\sigma(t'))^n \frac{df(c(r,t'))}{dc}\frac{\partial c(r,t')}{\partial r}dt' \tag{3.6}$$

Подставляя (3.5)–(3.6) в (3.4), получаем интегро-дифференциальное уравнение для определения движения фронта разрушения:

$$\begin{gathered} dX/dt = -(\sigma(t))^n f(c(X(t),t))/I(t), \quad X(t=t_1) = 1 \\ I(t) = \int_0^t (\sigma(t'))^n \frac{df(c(X(t),t'))}{dc}\frac{\partial c(X(t),t')}{\partial r}dt' \end{gathered} \tag{3.7}$$

При решении этого уравнения будем рассматривать зависимость c от r как параболическую функцию с показателем степени $k = 1.5$. Рассмотрим случай $t_1 < t_0$ (согласно (2.5) значение $t_0 = 0.083$). При этом в процессе второй стадии разрушения в поперечном сечении стержня развиваются два фронта: $X(t)$ и $l(t)$, и функция $c(r, t)$ может быть представлена в следующем виде:

$$c(r,t) = \begin{cases} 0, & 0 \le r \le l(t) \\ \left[\dfrac{r-l(t)}{X(t)-l(t)}\right]^{1.5}, & l(t) \le r \le X(t) \\ 0, & X(t) \le r \le 1 \end{cases} \tag{3.8}$$

Подставляя (3.8) в (2.4), получаем связь скоростей двух фронтов

$$\frac{dl}{dt} = -\left[\frac{105X}{4(X-l)} + \frac{3(5X+2l)}{2}\frac{dX}{dt}\right](3X+4l)^{-1} \tag{3.9}$$

Система (3.7), (3.9) решается вплоть до $t = t_2$, при котором $l(t_2) = 0$. При $t > t_2$ наступает третья стадия процесса разрушения, в которой концентрация $c(r, t)$ представляется в виде

$$c(r,t) = \begin{cases} B(t) + [1-B(t)]\left(\dfrac{r}{X(t)}\right)^{1.5}, & 0 \le r \le X(t) \\ 0, & X(t) \le r \le 1 \end{cases} \tag{3.10}$$

Подставляя (3.10) в (2.4), получаем следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{dB}{dt} = \frac{(1-B)}{X^2}\left(7+2X\frac{dX}{dt}\right) \tag{3.11}$$

Распределение концентрации $c(r, t)$ в третьей стадии определяется зависимостью (3.10) при выполнении уравнений (3.7) и (3.11). В случае $t_1 > t_0$ первая стадия процесса разрушения переходит непосредственно в третью стадию. Время разрушения t^* определяется из условия $\sigma(t^*) = \sigma_b(t^*)$, т.е.

$$\sigma_0(X(t^*))^{-2} = \sigma_b(t^*) = \frac{2}{[X(t^*)]^2}\int_0^{X(t^*)} \sigma_b^0(t)[f(c(r,t))]^{-1/n} r dr,$$

где $\sigma_b^0(t)$ – кривая длительной прочности при отсутствии агрессивной окружающей среды.

Рассмотрим упрощенный вариант модели. Для случая незначительной коррозии $((1-X) \ll 1)$ пренебрежем движением коррозионного фронта ($X(t) \equiv 1$), кроме этого, допустим, что влияние окружающей среды определяется интегрально средним по поперечному сечению стержня значением концентрации $c_m(t)$. В этом случае кинетическое уравнение (3.1) принимает следующий вид:

$$\frac{d\omega}{dt} = A\left(\frac{\sigma_0}{1-\omega(t)}\right)^n f(c_m(t)) \tag{3.12}$$

где функция $c_m(t)$ определяется уравнением (2.6), $f(c_m(t))$ – возрастающая функция, удовлетворяющая неравенству $f \geq 1$. Интегрирование (3.12) приводит к выражению для времени разрушения t^* при действии агрессивной окружающей среды

$$\int_0^{t^*} f(c_m(t))dt = t_0^*, \quad t_0^* = [A(n+1)\sigma_0^n]^{-1} \tag{3.13}$$

где t_0^* – время разрушения при отсутствии окружающей среды; из (3.13) следует неравенство $t^* < t_0^*$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 96-01-00691).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Акимов Г.В.* Основы учения о коррозии и защите металлов. М.: Металлургиздат, 1946. 464 с.
2. *Гутман Э.М.* Механохимия металлов и защита от коррозии. М.: Металлургия, 1974. 230 с.
3. *Гутман Э.М.* Механохимия металлов и защита от коррозии. М.: Металлургия, 1981. 270 с.
4. *Петров В.В., Овчинников И.Г., Шихов Ю.М.* Расчет элементов конструкций, взаимодействующих с агрессивной средой. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1987. 285 с.
5. *Петров В.В., Овчинников И.Г., Иноземцев В.К.* Деформирование элементов конструкций из нелинейного разномодульного неоднородного материала. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1989. 159 с.
6. *Павлов П.А., Кадырбеков Б.А., Колесников В.А.* Прочность сталей в коррозионных средах. Алма-Ата: Наука, 1987. 211 с.
7. *Овчинников И.Г.* Об одной модели коррозионного разрушения // Механика деформируемых сред. Саратов: Сарат. ун-т, 1979. Вып. 6. С. 183–188.
8. *Овчинников И.Г.* Учет влияния жидкометаллической среды на кинетику разрушения цилиндрической трубы // Деформирование материалов и элементов конструкций в агрессивных средах. Саратов: Сарат. политех. ин-т, 1983. С. 12–19.

9. *Локощенко А.М.* Влияние масштабного фактора на длительную прочность // Проблемы прочности. 1995. № 3. С. 13–18.
10. *Локощенко А.М.* Зависимость характеристик длительной прочности от параметров поперечного сечения образцов // Изв. вузов. Машиностроение. 1995. № 4–6. С. 5–11.
11. *Локощенко А.М.* Зависимость характеристик ползучести и длительной прочности от размеров поперечного сечения образцов // Физ.-хим. механика материалов. 1997. № 1. С. 70–74.
12. *Овчинников И.Г., Петров В.В.* Математическое моделирование процесса взаимодействия элементов конструкций с агрессивными средами // Деформирование материалов и элементов конструкций в агрессивных средах. Саратов: Сарат: политех. ин-т, 1983. С. 3–11.
13. *Гарбуз Е.Р.* Длительная прочность круглого бруса при кручении с учетом влияния диффузии водорода // Деформирование материалов и элементов конструкций в агрессивных средах. Саратов: Сарат. политех. ин-т. 1983. С. 25–29.
14. *Овчинников И.Г., Рассада А.Б.* Модель взаимодействия нагруженных элементов конструкций с водородосодержащей средой и ее приложения // Прикладные проблемы прочности и устойчивости деформируемых систем в агрессивных средах. Саратов: Сарат. политех. ин-т. 1989. С. 12–16.
15. *Кожеватова В.М.* К расчету длительной прочности конструктивных элементов, работающих в контакте с водородосодержащими средами // Динамика и прочность машин. Харьков: Вища шк. 1986. Вып. 43. С. 51–60.
16. *Арчаков Ю.И.* Водородоустойчивость стали. М.: Металлургия. 1978. 151 с.
17. *Локощенко А.М., Кулагин Д.А.* Анализ масштабного эффекта длительной прочности // Научн. тр. I-го междун. семин. "Актуальные проблемы прочности". Новгород: Новг. ун-т. 1997. Т. 1. Ч. 1. С. 229–235.
18. *Максимович Г.Г., Павлина В.С., Скицкий Р.Ю.* Длительная прочность деформированных материалов в условиях физико-химических воздействий // Физ.-хим. механика материалов. 1976. Т. 12. № 5. С. 85–87.
19. *Павлина В.С., Матычак Я.С.* Диффузионное насыщение сплавов в условиях комплексообразования // Физ.-хим. механика материалов. 1984. Т. 20. № 6. С. 29–34.
20. *Павлина В.С., Федирко В.Н., Матычак Я.С., Тарлума Т.С.* Анализ кинетики сублимации легирующих элементов сплавов с учетом химических превращений // Физ.-хим. механика материалов. 1985. Т. 21. № 6. С. 60–64.
21. *Максимович Г.Г., Федирко В.Н., Павлина В.С., Пичугин А.Т., Лукьяненко А.Г.* Моделирование процессов высокотемпературной газовой коррозии титановых сплавов в вакууме // Физ.-хим. механика материалов. 1990. Т. 26. № 6. С. 29–34.
22. *Павлина В.С., Матычак Я.С.* Обобщенные условия массообмена и диффузионные процессы в трехкомпонентных сплавах // Физ.-хим. механика материалов. 1979. Т. 15. № 1. С. 41–48.
23. *Dyson B.F., Osgerby S.* Modelling synergy between creep and corrosion for engineering design // Materials and engineering design: the next decade. Eds B.F. Dyson and D.R. Hayhurst. London: Institute of Metals, 1989. P. 373–379.
24. *Osgerby S., Dyson B.F.* Effects of oxygen on creep performance: mechanisms and predictive modelling // Mater. Sci. and Technol. 1990. V. 6. № 1. P. 2–8.
25. *Смирнов М.М.* Задачи по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1968. 112 с.
26. *Шестериков С.А., Юмашева М.А.* К проблеме терморазрушения при быстром нагреве // Изв. АН СССР. МТТ. 1983. № 1. С. 128–135.
27. *Hough R.R., Rolls R.* The influence of oxidation on the high-temperature tensile creep of iron // Metal Sci. J. 1971. V. 5. Iuly, P. 206–209.
28. *Явойский В.И., Хаазе Р., Лузгин В.П.* Химическое взаимодействие неметаллических включений со сталью в твердом состоянии // Изв. АН СССР. Металлы. 1974. № 3. С. 39–45.
29. *Киселевский В.Н., Косов Б.Д.* Уравнение состояния для процесса ползучести упрочняющегося материала // Пробл. прочности. 1975. № 4. С. 8–16.
30. *Работнов Ю.Н.* Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
31. *Качанов Л.М.* Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974. 311 с.

Москва

Поступила в редакцию 14.VI.1998