

УДК 539.376

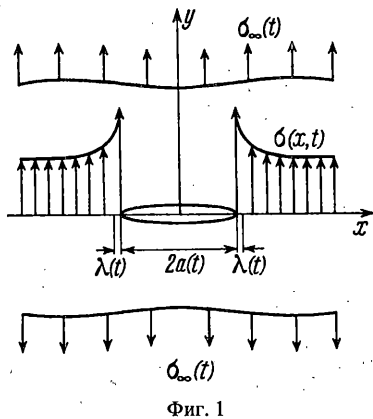
© 1998 г. В.В. БОЛОТИН

О РАСПРОСТРАНЕНИИ УСТАЛОСТНЫХ ТРЕЩИН В ЛИНЕЙНЫХ ВЯЗКОУПРУГИХ СРЕДАХ

Рост трещин в линейных вязкоупругих средах рассмотрен на основе синтеза механики разрушения и континуальной механики накопления повреждений. Медленно меняющаяся составляющая нагрузки, ее циклическая составляющая, и их взаимодействие учтены при вычислении обобщенных сил, продвигающих трещину, и мер повреждений в окрестности фронта трещины. Методом вычислительного эксперимента оценен сравнительный вклад медленно изменяющейся и циклической составляющих в скорости роста трещины, измеряемую как по отношению к естественному времени, так и числу циклов нагружения. Изучена эволюция условий вблизи фронта трещины в течение всей истории распространения трещины, начиная со стадии накопления повреждений на неподвижном фронте и вплоть до финального разрушения.

1. Поведение тел с наследственными свойствами осложнено взаимодействием ряда механизмов [1, 2], что относится также к процессам разрушения [3]. Наряду с ростом трещины происходят процессы наследственного деформирования и релаксации напряжений, т.е. перераспределение напряжений как у фронта трещины, так и в основном массиве материала: Это вносит изменения в механизм накопления микроповреждений, что оказывает обратное влияние на распространение трещины. Если нагрузки изменяются циклически, то необходимо учитывать синергетический эффект постоянной (или медленно меняющейся) компоненты напряжений и циклической компоненты как в общем энергетическом балансе, так и в механизме накопления микроповреждений. При достаточно высоких частотах необходимо учитывать тепловыделение и теплообмен в условиях, когда фронт трещины движется. Возникающие при этом температурные поля могут также существенно повлиять на механические свойства и т.д. Все перечисленные механизмы взаимодействуют, так что система определяющих уравнений становится весьма сложной. Применительно к большинству полимеров (таких как обычные термопласты) задача усложняется из-за необходимости учитывать большие деформации, приобретенную деформационную анизотропию и анизотропию повреждений вследствие ориентированной вытяжки микропор и микротрещин.

В данной работе рассмотрен лишь один из аспектов задачи, возникающей в связи с разрушением тел из линейных вязкоупругих материалов. Предложена модель, учитывающая эффект взаимодействия медленно изменяющейся и циклической составляющих процесса нагружения. Это взаимодействие учитывается, во-первых, при вычислении обобщенных сил, продвигающих трещину, и соответствующих сил сопротивления; во-вторых, при вычислении микроповреждений, которые возникают на фронте трещины и его продолжении. Тепловыделение вследствие циклического нагружения предполагается пренебрежимо малым, условия деформирования изотермическими, а деформации малыми. В основу положена теория роста усталостных трещин, подробное изложение которой можно найти в [4, 5].



Фиг. 1

Рост трещин в вязкоупругих средах контролируется рядом параметров, изменяющихся во времени. Характерные времена их изменения могут быть существенно различными. В зависимости от соотношения между ними меняется тип процессов накопления повреждений и закономерности роста трещин.

Для простоты примем, что процесс нагружения – однопараметрический и задан значениями номинального напряжения $\sigma_{\infty}(t)$. Это может быть, например, приложенное "на бесконечности" напряжение, которое действует ортогонально плоскости, в которой распространяется трещина (фиг. 1). Это номинальное напряжение имеет постоянную или медленно изменяющуюся составляющую $\sigma_{\infty,m}(t)$ и

чисто циклическую составляющую с медленно изменяющейся амплитудой $\sigma_{\infty,a}(t)$. Для определенности положим

$$\sigma_{\infty} = \sigma_{\infty,m} + \sigma_{\infty,a} \sin 2\pi f t \quad (1.1)$$

где частота f также может медленно изменяться во времени. Характерное время циклической составляющей процесса нагружения введем как $\tau_f = f^{-1}$, т.е. как период нагружения. Если изменение медленных составляющих в (1.1) влияет на рост трещин, то нужна вторая временная характеристика, равная времени, в течение которого функции $\sigma_{\infty}(t)$ и/или $\sigma_{\infty,m}(t)$ получают существенное изменение. Обозначим эту характеристику τ_m .

Другая группа величин, характеризующих скорость протекания временных процессов, связана со свойствами материала. Процесс наследственного деформирования задается одной или несколькими постоянными времени. Например, для линейного стандартного вязкоупругого материала за постоянную времени τ_h можно принять либо время релаксации τ_0 , либо время запаздывания $\tau_r = \tau_0 E_0 / E_{\infty}$. Здесь E_0 и E_{∞} – значения мгновенного и длительного (равновесного) модулей упругости. Для более сложных сред может быть большее число характерных временных параметров. Интерес представляют их минимальные и максимальные значения τ_{h-} и τ_{h+} .

Еще один процесс, связанный с механическими свойствами материала, – накопление микрповреждений. Этот процесс контролируется как медленно изменяющейся, так и циклической составляющей напряжений. При повреждениях, вызванных действием окружающей среды, к этим параметрам добавляются параметры среды, например, концентрация активного агента. В дальнейшем будет применен континуальный подход к описанию микрповреждений. Типичное уравнение для скалярной меры повреждений $\omega(t)$, где $0 \leq \omega(t) \leq 1$, имеет вид

$$\omega(t) = \int_0^t \Omega(t - \tau) d\sigma(\tau) \quad (1.2)$$

Здесь $\sigma(t)$ – напряжение, которое является источником повреждений. В трещине Гриффитса (фиг. 1) это напряжение отрыва, действующее при $|x| \geq a$, $y = 0$, а $\Omega(t)$ – аналог функции ползучести в теории линейной вязкоупругости. Характерное время изменения этой функции обозначим τ_{ω} . Очевидно, что в общем случае следует различать значения τ_{ω} для медленно действующей и циклической составляющей процесса нагружения, а также для активных факторов окружающей среды.

Для усталостных трещин необходимо охарактеризовать времена их распространения. Пусть λ – характерный размер концевой зоны у фронта трещины. Размер трещины обозначим a . Введем параметр

$$\tau_a = \lambda (da/dt)^{-1} \quad (1.3)$$

равный, очевидно, времени прохождения фронтом трещины отрезка длиной λ при условии, что скорость роста da/dt отлична от нуля и мало меняется при продвижении трещины на $\Delta a \approx \lambda$.

Термические эффекты могут оказать значительное влияние на рост усталостных трещин, в частности, вследствие изменения механических свойств и связанного с этим перераспределением полей напряжений, деформаций и перемещений. Для простоты не будем включать эти факторы в рассмотрение. Применительно к таким полимерам как термопласты это означает, что частота изменения напряжений должна быть не слишком высока. Если температура окружающей среды близка к постоянной, то процесс в целом можно рассматривать как изотермический. Включение термических процессов, в общем, достаточно элементарно; однако оно усложняет систему определяющих уравнений задачи, которая в данной статье обсуждается в чисто механическом аспекте.

Наконец, важной характеристикой является время T эксплуатации технического объекта или время испытаний. Так, при $T \gg \tau_h$ можно пренебречь всеми наследственными эффектами, трактуя материал как упругий с характеристиками жесткости типа модуля упругости E_∞ . Если $T \ll \tau_h$, то можно также рассматривать материал как упругий, используя мгновенные характеристики жесткости типа модуля упругости E_0 . В типичной ситуации имеем соотношения

$$\tau_m \sim \tau_\omega \sim \tau_h, \quad \tau_f \ll \tau_h, \quad \tau_a \ll \tau_h \quad (1.4)$$

Истолкование первых двух соотношений в (1.4) очевидно. Последнее соотношение требует, чтобы параметры деформирования, нагружения и накопления повреждений изменялись достаточно медленно. Тогда за отрезок времени, в течение которого трещина продвинется на расстояние порядка λ , этим изменением можно пренебречь. Остальные параметры задачи можно при этом "заморозить". Такое условие существенно упрощает приближенное решение задачи, однако не является необходимым в дальнейшем анализе.

2. Рассмотрим однопараметрическую трещину отрыва, например, центральную трещину длиной $2a$ или краевую трещину длиной a под действием заданных на бесконечности нормальных напряжений $\sigma_\infty(t)$. Индекс I , указывающий на моду I , будем опускать, обозначая коэффициенты интенсивности напряжений K_I и соответствующее критическое значение K_{IC} просто K и K_C .

Условия страгивания, роста и остановки трещины сформулируем в терминах принципа виртуальных перемещений для систем с односторонними связями [6, 7]. Сравнивая два смежных состояния тела с трещинами, отличающиеся на δa , запишем условия равновесия системы тело с трещиной – нагрузка в виде

$$\delta W_e + \delta W_i + \delta W_f \leq 0 \quad (2.1)$$

Здесь δW_e и δW_i – виртуальная работа внешних и внутренних сил соответственно, δW_f – виртуальная работа разрушения. При вычислении виртуальной работы принимается, что сравниваемые состояния – состояния равновесия в обычном смысле, т.е. a является единственной обобщенной координатой, по которой производится варьирование. Полагая

$$\delta W_e + \delta W_i = G\delta a, \quad \delta W_f = -\Gamma\delta a \quad (2.2)$$

вводим обобщенную движущую силу G и обобщенную силу сопротивления Γ (аналог G и G_C , J и J_C в линейной механике разрушения). Условие (2.1) принимает вид $G \leq \Gamma$. При $G < \Gamma$ трещина не растет, а при $G > \Gamma$ трещина распространяется динамически. Если $G = \Gamma$, $\partial G/\partial a < \partial \Gamma/\partial a$, где G и $\partial G/\partial a$ вычисляются в момент достижения максимума нагрузки, то состояние системы с медленно растущей трещиной – устойчивое. При $G = \Gamma$, $\partial G/\partial a > \partial \Gamma/\partial a$, состояние становится неустойчивым. Типичная

ситуация для усталостных трещин состоит в том, что $G < \Gamma$ в течение инкубационной стадии, когда идет процесс накопления повреждений у неподвижного фронта трещины. Для медленно растущей усталостной трещины имеем

$$G = \Gamma \quad (2.3)$$

при выполнении условия $\partial G/\partial a > \partial \Gamma/\partial a$.

Для описания роста трещины необходимо дополнить условие (2.3) уравнением, описывающим накопление микроповреждений на фронте трещины $x = a$ и на ее предполагаемой траектории $x > a$. Оставаясь в рамках континуальной механики разрушения, введем две скалярные меры микроповреждений, $\omega_s(x, t)$ и $\omega_f(x, t)$, одна из которых описывает повреждение от медленно меняющейся (квазистатической) составляющей напряжений $\sigma_s(x, t)$, вторая – повреждение от циклической составляющей с размахом $\Delta\sigma(x, t)$. Эти меры удовлетворяют условиям $0 \leq \omega_s(x, t) \leq 1$, $0 \leq \omega_f(x, t) \leq 1$. Нижнее значение соответствует неповрежденному, верхнее – полностью поврежденному материалу. Меры повреждений $\omega_s(x, t)$ и $\omega_f(x, t)$ являются функционалами от истории нагружения и накопления повреждений в данной частице материала, т.е. описываются уравнениями типа (1.2).

Для замыкания системы уравнений необходимо задать зависимость обобщенных сил от мер повреждений ω_s и ω_f . В данной статье будем пренебрегать влиянием этих мер на движущую силу G . Для силы сопротивления Γ учет влияния мер повреждения не только существенен, но и является необходимым. Именно это влияние служит основным механизмом, который контролирует рост усталостных трещин. Примем, что удельная работа разрушения γ зависит от мер повреждения $\gamma = \gamma_0 F(\omega_s, \omega_f)$. Здесь γ_0 – значение удельной работы разрушения для неповрежденного материала. В случае сквозной однопараметрической трещины имеем

$$\Gamma = \Gamma_0 F(\psi_s, \psi_f) \quad (2.4)$$

где $\Gamma_0 \equiv \gamma_0$ – обобщенная сила сопротивления для неповрежденного материала. Функция $F(\psi_s, \psi_f)$ является неубывающей относительно обоих аргументов, а $\psi_s(t)$ и $\psi_f(t)$ равны значениям функций $\omega_s(x, t)$ и $\omega_f(x, t)$ на фронте трещины

$$\psi_s(t) = \omega_s[a(t), t], \quad \psi_f(t) = \omega_f[a(t), t] \quad (2.5)$$

3. Вычисление обобщенной движущей силы из первого соотношения (2.2) весьма трудоемко: оно требует параллельного численного решения двух краевых задач для тела с трещинами, начальные размеры которых мало отличаются [8]. В процессе роста трещин это различие, как правило, изменяется, однако остается малым. Это позволяет использовать разность между размерами трещин в один и тот же момент времени как приближение Δa для вариации δa в соотношениях (2.2), а соответствующие разности напряжений, деформаций и перемещений – как изохронные вариации. С другой стороны, было показано [8], что некоторые эвристические формулы [9–11], использующие (без должного обоснования) идею аналогии Вольterra, дают удовлетворительное приближение для обобщенной силы G , продвигающей трещину. В данной статье применяем формулу типа (1.2):

$$G(t) = \int_0^t D(t - \tau) d[K^2(\tau)] \quad (3.1)$$

где $D(t)$ – функция податливости, $K(t)$ – коэффициент интенсивности напряжений.

Пусть напряжения, приложенные "на бесконечности", меняются во времени циклически со средним значением $\sigma_{\infty, m}(t)$, амплитудой $\sigma_{\infty, a}(t)$ и частотой f , будучи заданы, например, в форме (1.1). Все параметры в правой части этой формулы могут быть медленно меняющимися функциями времени. Коэффициент интенсивности напря-

жений для соответствующего упругого тела определен как

$$K(t) = Y(t)\sigma(t)[\pi a(t)]^{1/2} \quad (3.2)$$

где $a(t)$ – размер трещины, $Y(t)$ – поправочный коэффициент (форм-фактор) порядка единицы. Эти параметры также медленно изменяются во времени. Тогда

$$K(t) = K_m(t) + K_a(t) \sin 2\pi ft \quad (3.3)$$

с медленно изменяющейся составляющими $K_m(t)$ и циклической составляющей $K_a(t)$.

Если характерные времена τ_h , τ_m и τ_o для функций $D(t)$, $K_m(t)$ и $K_a(t)$ велики по сравнению с периодом τ_f циклического нагружения, тогда максимальное значение за цикл обобщенной силы (3.1) приближенно представляется в виде

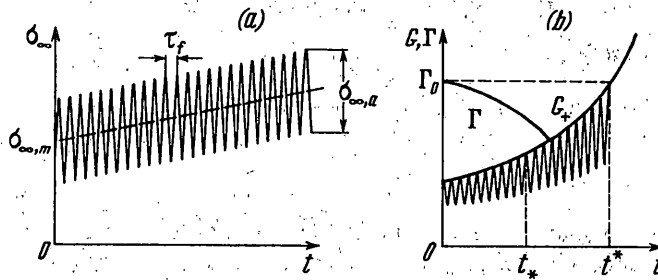
$$G_+(t) = D(t)K_s^2(0) + \int_0^t D(t-\tau) \frac{d}{d\tau} [K_s^2(\tau)] d\tau + D(\tau_f)K_f^2(t) \quad (3.4)$$

Первые два члена в правой части учитывают медленно меняющуюся составляющую коэффициента интенсивности $K_s(t)$ учетом вклада циклической составляющей. Последний член в (3.4) учитывает чисто циклическую составляющую $K_f(t)$.

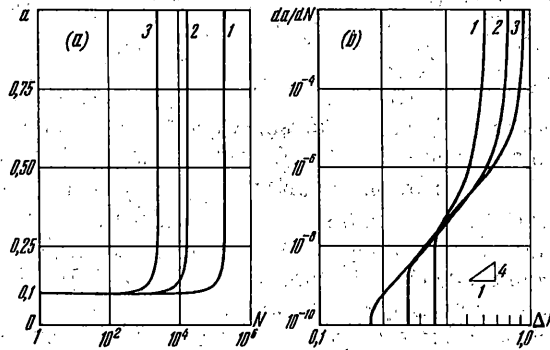
Формула (3.4) учитывает взаимодействие медленно изменяющегося и циклической составляющих в общем балансе энергии в условиях, когда рост трещины сопровождается наследственным деформированием. Известно [3], что вибрации ускоряют рост трещин в полимерах при квазистатическом нагружении. С другой стороны, скорость роста усталостных трещин и усталостная долговечность зависят от средней составляющей напряжений даже при отсутствии наследственного деформирования.

Отождествляя в формуле (3.4) K_s со средним значением K_m , имеем $K_f^2 = 2K_mK_a + K_a^2$. Если принять за K_s^2 средний квадрат коэффициента интенсивности (3.3) в пределах цикла, т.е. $K_s^2 = K_m^2 + 1/2K_a^2$, то $K_f^2 = 2K_mK_a + 1/2K_a^2$. При $K_a > 1/2K_m$, $\tau_f \ll \tau_r$ оба подхода дают удовлетворительное согласие численных результатов, полученных непосредственным интегрированием по формуле (3.1). Поскольку формула (3.1) оказывается пригодной в случае медленно меняющихся напряжений [8], а последний член в (3.4) в сущности основан по формуле Ирвина, то перечисленные факты можно рассматривать как основание для применения формулы (3.1) в случае сочетания медленно меняющихся и циклических напряжений. По сравнению с (3.1), формула (3.4) позволяет сократить объем вычислений, когда число циклов очень велико. Впрочем, в дальнейшем численном анализе использовалась формула (3.1).

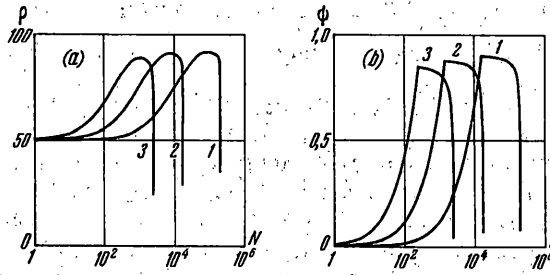
Качественная картина изменения обобщенных сил в процессе роста трещин показана на фиг. 2. На фиг. 2, а схематически показан процесс нагружения со средним напряжением цикла $\sigma_{\infty m}$ и размахом $\Delta\sigma_{\infty}(t)$. Изменение обобщенных сил проиллюстрировано на фиг. 2, в. Для обобщенной движущей силы $G(t)$ показано как изменение ее мгновенных значений, так и изменение ее верхней огибающей $G_+(t)$. Обобщенная сила сопротивления $\Gamma(t)$, равная Γ_0 при $t = 0$, при $0 < t < t_*$ уменьшается вследствие накопления повреждений. В момент $t = t_*$ впервые достигается условие (2.4) и происходит страгивание трещины. Дальнейший рост трещины происходит (если не учитывать малые скачкообразные приращения) при выполнении условия $G_+(t) = \Gamma(t)$. При этом значения $G_+(t)$, определяемые по формуле (3.4), растут вместе с распространением трещины. Этот процесс продолжается до достижения неустойчивого состояния при $t = t^*$. При этом $G_+ = \Gamma_0$ или $G_+ = \Gamma < \Gamma_0$, $\partial G_+/\partial a > \partial \Gamma/\partial a$. Второй случай более типичен для усталостных трещин. Из-за повреждений, накопленных в дальнем поле, финальное разрушение происходит при меньшей нагрузке, чем при монотонном нагружении [4, 11].



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

4. Для дальнейших расчетов рассмотрим одну из простейших реализаций модели. Пусть трещина – центральная с полудлиной $a(t)$. Напряжение описывается формулой (1.1) при $\sigma_{\infty,m} = \text{const}$, $\sigma_{\infty,a} = \text{const}$, $f = \text{const}$. Для мер микрповреждений возьмем уравнения

$$\frac{\partial \omega_s}{\partial t} = \frac{1}{t_c} \left(\frac{\sigma_m - \sigma_{th}}{\sigma_s} \right)^{m_s} (1 - \omega_s)^{-n_s}, \quad \frac{\partial \omega_f}{\partial t} = \left(\frac{\Delta \sigma - \Delta \sigma_{th}}{\sigma_f} \right)^{m_f} (1 - \omega_f)^{-n_f} \quad (4.1)$$

Здесь $\sigma(x, t)$ – нормальное напряжение на фронте трещины и ее продолжении, т.е. при $|x| \geq a(t)$ (фиг. 1), $\sigma_m(x, t)$ – среднее значение, $\Delta \sigma(x, t)$ – размах этого напряжения. Параметры материала $\sigma_s > 0$, $\sigma_{th} \geq 0$, $\sigma_f > 0$, $\Delta \sigma_{th} \geq 0$, $m_s > 0$, $m_f > 0$, $n_s \geq 0$, $n_f \geq 0$ предполагаются известными постоянными. При $\sigma_m < \sigma_{th}$ и при $\Delta \sigma < \Delta \sigma_{th}$ правые части соответствующих уравнений должны быть положены равными нулю. Выбор постоянной времени t_c в первом уравнении (4.1) произволен, поскольку t_c входит в комплексе $t_c \sigma_s^{m_s}$. Поэтому можно принять t_c равным единице, например, одному часу.

Второе уравнение (4.1) может быть заменено на следующее:

$$\frac{\partial \omega_f}{\partial N} = \left(\frac{\Delta \sigma - \Delta \sigma_{th}}{\sigma_f} \right)^{m_f} \quad (4.2)$$

Число циклов N связано с естественным временем (или наработкой в единицу времени) соотношением $dN = f dt$. Уравнение (2.4) возьмем в виде

$$\Gamma = \Gamma_0 [1 - (\psi_s + \psi_f)^\alpha] \quad (4.3)$$

при $\alpha > 0$ и повреждениях на фронте, определяемых по формулам (2.5).

Напряжение $\sigma(x, t)$ будем определять как для узкой эллиптической щели с большей полуосью a и эффективным радиусом кривизны на фронте ρ . Этот радиус, строго говоря, не является параметром трещины, а характеризует концентрацию напряжений у фронта с учетом сложной фрактографической картины и, может быть, локальных пластических деформаций. В [8, 11] этот радиус принят постоянной материала. В [4, 5] было принято, что эффективный радиус кривизны ρ зависит от скорости роста трещины и скорости накопления повреждений на фронте трещины. Пусть изменение радиуса ρ описывается уравнением

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\rho_s - \rho}{\lambda_p} \frac{da}{dt} + (\rho_b - \rho) \left(\frac{d\psi_s}{dt} + \frac{d\psi_f}{dt} \right) \quad (4.4)$$

Здесь ρ_s — "острый" радиус, ρ_b — "тупой" радиус. Первый член в правой части уравнения (4.4) описывает заострение трещины при ускорении ее роста; при этом λ_p — размер, характеризующий это ускорение. Второй член учитывает затупление фронта из-за накопления повреждений. Если начальный радиус на фронте $\rho(0) \equiv \rho_0 < \rho_b$, то в инкубационной стадии происходит затупление фронта. При больших значениях ρ_0 , что соответствует, например, началу роста от конструктивного концентратора напряжений, накопление повреждений может вызвать заострение трещины при ее неподвижном фронте с приближением радиуса ρ к ρ_b . Когда трещина начинает расти, начинается заострение ее фронта, которое протекает тем быстрее, чем выше скорость da/dt .

Схема вычислений до страгивания состоит в интегрировании уравнений (4.1), (4.2) и (4.4), вычислений по формулам (3.4) и (4.3) и проверке условия $G_+(t) < \Gamma(t)$. При $t > t_*$ схема меняется. Размеру трещины a дают малое приращение Δa , после чего уравнения (4.1), (4.2) и (4.4) интегрируют до тех пор, пока не будет достигнуто равенство

$$\psi_s(t) + \psi_f(t) = [1 - G(t) / \Gamma(t)]^{1/\alpha} \quad (4.5)$$

вытекающее из (2.3) и (4.3). Это дает первое приближение для значения Δt , соответствующего заданному приращению Δa . На следующем этапе уточняют значения ω_s , ω_f и ρ для новых значений a и t . Эту процедуру повторяют до тех пор, пока не будет достигнута необходимая точность по всем параметрам задачи. После этого размеру трещины a дают следующее приращение и так далее.

Результаты численного моделирования представлены на фиг. 3–8. При этом использована модель стандартного вязкоупругого материала, а также численные данные, имеющие порядок, типичный для большинства промышленных термопластов: $E_0 = 2E_\infty = 1$ ГПа, $\tau_r = 10^3$ с, $\gamma_0 = 1$ кДж/м². Относительно других параметров нет достаточных экспериментальных данных. Чтобы получить результаты, которые по порядку величин близки к лабораторным, положим: $\sigma_s = \sigma_f = 10^3$ МПа, $\sigma_{th} = \Delta \sigma_{th} = 100$ МПа, $t_c = 10^3$ с, $m_s = m_f = 4$, $n_s = n_f = 0$, $\alpha = 1$. Характерные длины из уравнения (4.4) выберем так, чтобы они имели порядок размеров "зон серебра", т.е. областей концентрации микрповреждений с сильной анизотропией: $\rho_s = 10$ мкм,

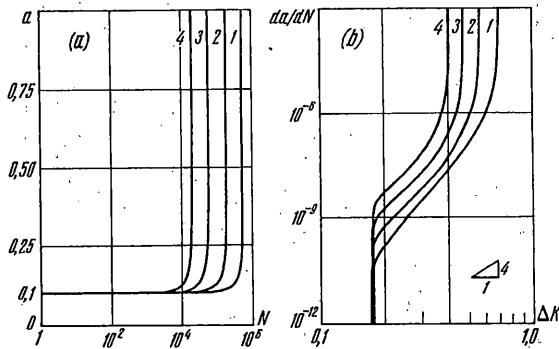
$\rho_b = \lambda_p = 100$ мкм. Начальные данные приняты следующие: $a_0 = 100$ мкм, $\rho_0 = 50$ мкм.

Зависимость роста трещины от уровня циклической составляющей $\Delta\sigma_\infty$ показана на фиг. 3. Фиг. 3, а показывает изменение размера трещины a [мм]; фиг. 3, в – изменение скорости ее роста da/dN [м/цикл] при постоянном среднем напряжении цикла $\sigma_{\infty,m} = 10$ МПа. Кривые 1–3 соответствуют значениям амплитуды напряжений $\sigma_{\infty,a} = 5; 7,5$ и 10 МПа при частоте $f = 0,1$ Гц. Стадии начального накопления повреждений и ускоренного роста различимы на фиг. 3, а. При заданных численных значениях вклад постоянной составляющей в скорость роста трещины относительно невелик по сравнению со вкладом постоянной составляющей. Это видно из фиг. 3, в, где скорость роста трещины, определяемая как da/dN , отложена в функции от размаха ΔK [МПа · м^{1/2}] коэффициента интенсивности повреждений. Начальные участки диаграмм расходятся из-за порогового эффекта, заключительные – вследствие приближения K_{\max} к критическому значению вязкости разрушения.

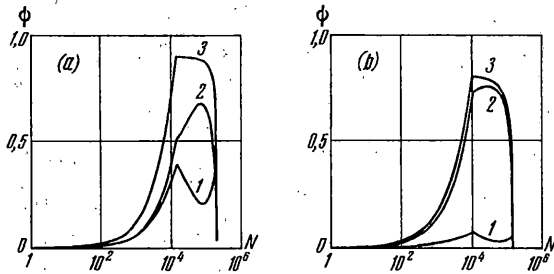
На фиг. 4, а показана эволюция эффективного радиуса кривизны на фронте ρ [мкм] на фиг. 4, в – изменение суммарной меры повреждений $\psi = \psi_s + \psi_f$. В течение инкубационной стадии радиус ρ растет от начального значения до значения, близкого к ρ_b . Далее распространение трещины происходит при медленно изменяющемся ρ . Финальная стадия сопровождается заострением фронта трещины. Аналогичный характер имеют графики для меры повреждений ψ . В пределах инкубационной стадии наблюдается монотонный рост ψ . Продвижение трещины происходит при уровне ψ , довольно близком к предельному значению. Когда размер трещины приближается к критическому, мера повреждения на фронте быстро уменьшается. Финальное разрушение происходит при небольшом повреждении на фронте.

Влияние среднего напряжения цикла $\sigma_{\infty,m}$ проиллюстрировано на фиг. 5. При этом принято, что $\sigma_{\infty,a} = 5$ МПа, $\sigma_{\infty,m} = 7,5; 10; 12,5$ и 15 МПа (кривые 1–4). В отличие от фиг. 3 наблюдается большой разброс скорости в течение всего процесса роста трещины. Различие между фиг. 3 и 5 объясняется тем, что постоянная и циклическая составляющие вносят неодинаковый вклад в суммарное повреждение на фронте. Это проиллюстрировано на фиг. 6, где показано соотношение между мерами повреждений ψ_s, ψ_f и $\psi = \psi_s + \psi_f$ (кривые 1–3). Фиг. 6, а соответствует случаю $\sigma_{\infty,m} = 10$ МПа, $\sigma_{\infty,a} = 5$ МПа; фиг. 6, в построена при $\sigma_{\infty,m} = 15$ МПа, $\sigma_{\infty,a} = 5$ МПа.

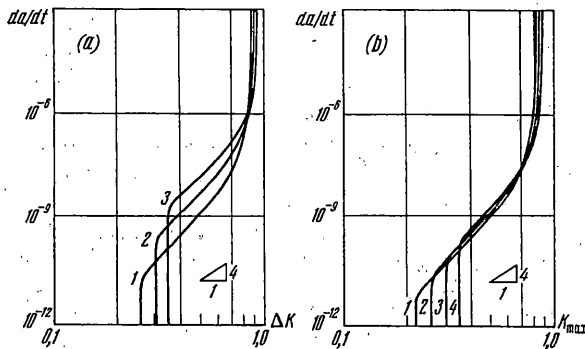
5. Инженерные расчеты на долговечность при условии допуска трещин обычно проводят, используя диаграммы роста усталостных трещин – графики, представляющие скорость роста трещины da/dt или da/dN в функции от некоторого коррелирующего параметра нагрузки. В классической многоцикловой усталости скорость da/dN представляют в функции от размаха ΔK коэффициента интенсивности напряжений K [12]. Наряду с этим в качестве параметра нагрузки используют размах J -интеграла за цикл нагружения. В случае разрушения при постоянно действующих или медленно меняющихся нагрузках скорость da/dt представляют в виде функции от коэффициента интенсивности K , J -интеграла или его аналога, выраженного через скорость и удельную мощность деформации. Выбор параметра нагрузки достаточно произволен. Так, для трещин в вязкоупругом материале J -интеграл не является обобщенной силой в смысле аналитической механики [5]; к тому же его значения зависят от выбора контура интегрирования. Замена J -интеграла его аналогом типа плотности потока мощности также носит чисто эвристический характер. Во всех случаях, когда диаграммы роста усталостных трещин строят на основе экспериментальных данных, речь идет скорее о выборе параметра, который наиболее удовлетворительно коррелирует со скоростью роста в каждой конкретной серии испытаний. Критические соображения по поводу выбора коррелирующих параметров широко известны. Цель дальнейшего численного анализа состоит в том, чтобы выяснить, как изменяются расчетные (теоретические) диаграммы роста трещин в зависимости от выбора коррелирующего параметра.



Фиг. 5



Фиг. 6



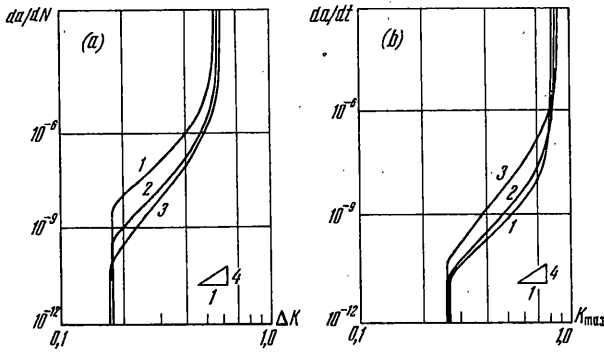
Фиг. 7

На фиг. 7 скорость роста трещин, трактуемая как da/dt [м/с], отложена в функции от размаха и от максимального значения коэффициента интенсивности напряжений в пределах цикла. Причина расхождения кривых на фиг. 7, а очевидна: при численных данных этого примера доминирует циклическая составляющая нагрузки и соответствующая составляющая меры повреждений. В случае, показанном на фиг. 7, в, доминируют постоянные составляющие.

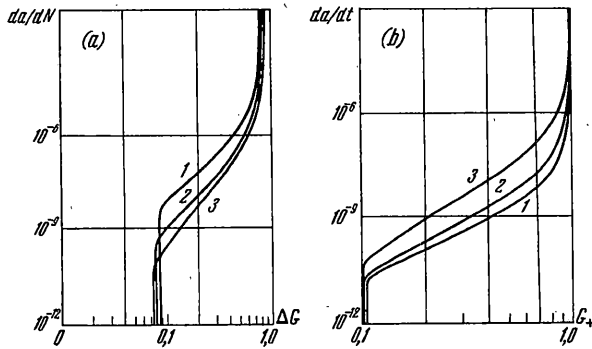
Представляет интерес вопрос о том, является ли обобщенная сила G более подходящим коррелирующим параметром. Здесь имеются две возможности. Первая возможность – представить скорость da/dN как функцию от размаха ΔG в пределах каждого цикла. При этом с учетом формулы (3.4):

$$\Delta G = D(\tau_f)(\Delta K)^2 \quad (5.1)$$

где податливость $D(\tau_f)$ вычисляется для заданной частоты нагружения. Вторая возможность состоит в том, чтобы представить скорость da/dt как функцию от верхней



Фиг. 8



Фиг. 9

огibaющей G_+ обобщенной силы G . При этом более адекватно учитывается влияние постоянной (вообще, медленно изменяющейся) составляющей нагрузки. Очевидно, что выбор способа описания должен зависеть как от соотношения между составляющими, так и от частоты нагружения.

На фиг. 8 и 9 показано, как изменяются диаграммы роста трещин при изменении частоты нагружения в широких пределах. Диаграммы построены для $\sigma_{\infty, m} = 10$ МПа, $\sigma_{\infty, a} = 5$ МПа и частотах нагружения $f = 10^{-2}, 10$ и 1 Гц (кривые 1–3). На фиг. 8, а и в скорость измеряется в da/dN [м/цикл] и da/dt [м/с], а в качестве коррелирующих параметров приняты ΔK и K_{max} соответственно. На фиг. 9, а и в скорость роста трещины также изменяется в da/dN и da/dt ; однако в качестве коррелирующих параметров нагружения использованы размах обобщенной силы ΔG [кДж/м²] (6.1) и значение верхней огibaющей обобщенной силы G_+ соответственно. Во всех четырех случаях расхождение между кривыми велико; однако следует иметь в виду, что в пределах каждой диаграммы частота нагружения изменяется в пределах двух порядков.

Автор благодарит А.А. Гришко и Т.В. Митричева за помощь в вычислениях.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 96-01-01488).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ишлинский А.Ю. Уравнения деформирования не вполне вязкопластических тел // Изв. АН СССР. ОТН. 1945. № 1–2. С. 34–45.
2. Работнов Ю.Н. Элементы наследственной механики твердых тел. М.: Наука, 1977. 383 с.
3. Williams J.G. Fracture mechanics of polymers. Chichester: Ellis Horwood, 1984. 302 p.

4. *Болотин В.В.* Ресурс машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1990. 447 с.
5. *Bolotin V.V.* Stability Problems in Fracture Mechanics. New York: Wiley, 1996. 188 p.
6. *Bolotin V.V.* A unified approach to damage accumulation and fatigue crack growth // *Engng Fracture Mech.* 1985. V. 22. N 3. P. 387–398.
7. *Болотин В.В.* Устойчивость и рост усталостных трещин // *Изв. АН СССР. МТТ.* 1988. № 4. С. 133–140.
8. *Болотин В.В., Минокин С.Г.* Рост трещин статической усталости в вязкоупругих средах. // *Изв. АН СССР. МТТ.* 1991. № 1. С. 128–138.
9. *Klauss W.G.* Delayed fracture – the Griffith problem for linearly viscoelastic materials // *Intern. J. Fracture.* 1970. V. 6. N 1. P. 7–20.
10. *Schaperly R.A.* Correspondence principles and a generalized J integral for large deformation and fracture analysis of viscoelastic media // *Intern. J. Fracture.* 1984. V. 25. N 3. P. 195–223.
11. *Болотин В.В.* Трещина Гриффитса в повреждаемой вязкоупругой среде // *Расчеты на прочность.* М.: Машиностроение, 1985. Вып. 26. С. 19–32.
12. *Handbook of fatigue crack propagation in metallic structures / Ed. A. Carpinteri.* Amsterdam: Elsevier, 1994. V. 1. 955 p. V. 2. P. 956–1765.

Москва

Поступила в редакцию
20.III.1998