

УДК 521.1

© 1998 г. М.А. УРЮПИН

ОЦЕНИВАНИЕ УКЛОНЕНИЙ ОТВЕСНЫХ ЛИНИЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМОЙ

Классическая теория инерциальной навигации [1] подразумевает известным гравитационное поле по траектории объекта. Но форма и гравитационное поле Земли известны лишь приближенно, а их неизвестные компоненты приводят к ошибкам в выработке навигационных параметров [2]. В [3; 4] приведен алгоритм типа фильтра Калмана для оценивания возвышений геоида (или аномального геопотенциала) на основе сравнения данных от инерциальной навигационной системы, находящейся на борту объекта, и внешней информации. В [5] исследована точность такого оценивания в зависимости от типа внешней информации (позиционной, скоростной, градиентометрической) и ее точности и уровня погрешностей чувствительных элементов навигационной системы. В данной работе анализируется точность оценивания уклонов отвесных линий.

Под формой Земли будем понимать геоид – уровенную поверхность потенциала силы тяжести, на океанах совпадающую с невозмущенной поверхностью воды. Отличия геоида и поля тяготения реальной Земли от эллипсоидальной модели Земли принято называть аномалиями. Такими аномалиями, которые будем считать случайными функциями, заданными на поверхности эллипсоидальной Земли, являются: возвышение геоида над эллипсоидом, отличия величин ускорения силы тяжести модельной и реальной, уклоны отвесных линий (УОЛ).

Суть анализируемого алгоритма оценивания аномалий состоит в рассмотрении числовой карты аномалий, охватывающей область движения объекта, и вместо параметров аномального поля для точки местоположения объекта используется фрагмент этой карты. Стационарности и изотропности поля аномалий при таком представлении не требуется.

В данной работе рассматривается задача определения УОЛ, получаемых по оценкам возвышений геоида. Это позволяет ограничиться двумерной картой аномального геопотенциала, из которой однозначно получаются возвышения геоида, УОЛ и три компоненты тензора вторых производных аномального геопотенциала. Возвышение геоида над эллипсоидом в данной точке эллипсоида равно значению аномального геопотенциала, деленному на величину ускорения силы притяжения в данной точке эллипсоида (уравнение Брунса). УОЛ является отклонением вектора внешней нормали к поверхности геоида от нормали к поверхности эллипсоида и обычно представляется в виде двух компонент: в плоскости меридиана (север–юг) и в плоскости первого вертикала (восток–запад). Для определенности будем рассматривать числовые карты с равномерной прямоугольной сеткой по широте и долготе, хотя возможно рассмотрение неравномерных и гексагональных сеток.

Рассматривается числовая карта аномального геопотенциала $\{P_{ij}, i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, M\}$, охватывающая область движения объекта и ее переменный фрагмент $\{P_{ij}, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m\}$, содержащий точку местоположения объекта. Для сохранения непрерывности вторых производных при движении объекта достаточно

выбирать фрагмент карты размером 4 на 4 ($n = m = 4$), который будем представлять в виде 16-мерного вектора x_p .

В качестве инерциальной навигационной системы рассматривается ИНС, невозмущаемая в гравитационном поле эллипсоидальной Земли. Объект, несущий эту ИНС, может двигаться на постоянной высоте (глубине) по заданной траектории в аномальном гравитационном поле. Возмущенное состояние ИНС может быть описано следующими переменными [6]: ρ_1, ρ_2 – два малых угла поворота приборного (горизонтируемого) трехгранника ИНС вокруг двух его осей и характеризующих отклонение его третьей оси от вертикали, u_1, u_2 – две малых угловых скорости, являющихся разностями угловых скоростей приборного и горизонтального трехгранников в проекциях на те же оси, таким образом $(\rho_1, u_1, \rho_2, u_2)^T = x_g$ – вектор возмущенного состояния контура горизонта; l_1, l_2, l_3 – три малых угла поворота счислимго трехгранника относительно приборного вокруг собственных осей, таким образом, $(l_1, l_2, l_3)^T = x_l$ – вектор возмущенного состояния контура счисления. Возмущенное состояние ИНС может быть описано уравнением

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_g \\ x_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{gg} & F_{gl} \\ 0 & F_{ll} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_g \\ x_l \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{g\Delta} \\ F_{l\Delta} \end{pmatrix} x_{\Delta} + \begin{pmatrix} F_{gw} \\ 0 \end{pmatrix} x_w \quad (1)$$

где x_g – вектор возмущенного состояния контура горизонта, x_l – вектор возмущенного состояния контура счисления, x_{Δ} – вектор инструментальных погрешностей, x_w – вектор аномальных гравитационных ускорений. Матрицы F_{gg}, F_{gl}, F_{ll} приведены в [6], а вид матриц $F_{g\Delta}$ и $F_{l\Delta}$ и вектора x_{Δ} и их размерности определяются спецификой конкретной ИНС.

В общем случае, изменение во времени вектора инструментальных погрешностей x_{Δ} можно описать уравнениями формирующего фильтра вида

$$dx_{\Delta}/dt = F_{\Delta\Delta}x_{\Delta} + G_{\Delta}\xi(t) \quad (2)$$

где ξ – вектор белых шумов, а матрицы $F_{\Delta\Delta}, G_{\Delta}$ определяются выбранной статистической моделью инструментальных погрешностей. В частном случае, компоненты вектора инструментальных погрешностей x_{Δ} могут быть постоянными случайными величинами или интегралами от белых шумов.

Компоненты вектора x_w могут быть выражены через компоненты вектора фрагмента карты x_p : $x_w = F_{wp}x_p$, где компоненты матрицы F_{wp} зависят от траектории движения, а компоненты вектора x_p постоянны

$$dx_p/dt = 0 \quad (3)$$

но при пересечении объектом границы области интерполяции происходит переход к новому фрагменту карты и компоненты вектора x_p меняются скачкообразно.

В ИНС эпизодически поступает внешняя информация различной природы: позиционная, скоростная, градиентометрическая или какая-либо другая. Представить замер можно в следующем виде:

$$z(t) = H_g x_g + H_l x_l + H_{\Delta} x_{\Delta} + H_p x_p + H_z x_z + R_z \eta(t) \quad (4)$$

где x_z – вектор систематических погрешностей измерений, η – вектор белых шумов. Матрицы $H_g, H_l, H_{\Delta}, H_p$ определяются содержанием замера, а матрицы H_z и R_z – погрешностями замера.

В общем случае, изменение во времени вектора систематических погрешностей измерений x_z можно описать уравнениями формирующего фильтра вида

$$dx_z/dt = F_{zz}x_z + G_z \zeta(t) \quad (5)$$

где ζ – вектор белых шумов, а матрицы F_{zz}, G_z определяются выбранной статистической моделью систематических погрешностей измерений. В частном случае, компо-

ненты вектора x_z могут быть постоянными случайными величинами или интегралами от белых шумов.

Математическая постановка задачи состоит в оценивании полного вектора состояния системы (1) – (3), (5), включающего в себя компоненты векторов $x_g, x_l, x_\Delta, x_p, x_z$, по измерениям (4).

В том случае, если имеется полная статистическая информация о рассматриваемой системе и погрешностях замеров, то такая задача может быть решена оптимальным фильтром Калмана. При этом вырабатываются оптимальная оценка вектора состояния системы (1)–(3), (5) содержащего компоненты векторов $x_g, x_l, x_\Delta, x_p, x_z$ и матрица ковариаций ошибок этих оценок.

Особенностью является то, что уравнение (3) справедливо лишь для текущего фрагмента карты и при переходе через границу текущей области аппроксимации вектор x_p терпит разрыв и уравнение (3) приобретает новые начальные условия. Это приводит к необходимости формирования новых начальных условий для части переменных в алгоритме фильтрации [3, 4].

Наличие в векторе состояния системы компонент вектора x_p позволяет оценивать аномалии для области, в которой происходило движение объекта. Примеры построения карт аномалий (возвышений геоида, уклонений отвесных линий, вторых производных аномального геопотенциала) приведены в [3, 4]. Анализ прочности оценивания возвышений геоида в зависимости от типа и точности внешней информации и качества инерциальной навигационной системы приведен в [5].

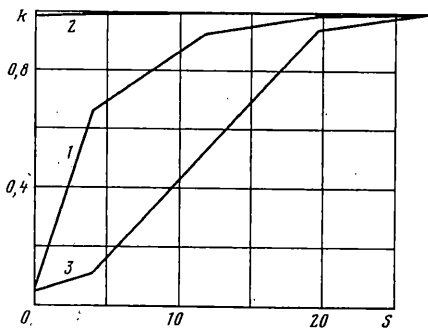
В данной работе ограничимся рассмотрением оценок УОЛ. В вектор состояния фильтра компоненты УОЛ непосредственно не входят, а вырабатываются по оценкам возвышений геоида в виде линейной комбинации значений в узлах фрагмента карты. Аналогичным образом вычисляются матрицы ковариаций ошибок оценок УОЛ. Под точностью оценивания будем понимать среднеквадратические отклонения (СКО) ошибок этих оценок.

В качестве примера рассматривалось модельное стационарное изотропное аномальное гравитационное поле, задаваемое числовой картой возвышений геоида с нулевым средним значением, среднеквадратическим отклонением $3\sigma = 1$ м и корреляционной функцией $R(x[\text{км}]) = \exp(-0,006|x|)\cos(0,03x)$. Числовая карта представляла собой таблицу чисел размером 30 на 30, соответствующих значениям возвышений геоида в узлах трапеций с равными шагами $0,1^\circ$ по широте и долготе. Вид поля УОЛ, задаваемого такой картой, приведен в [4] на фиг. 6.

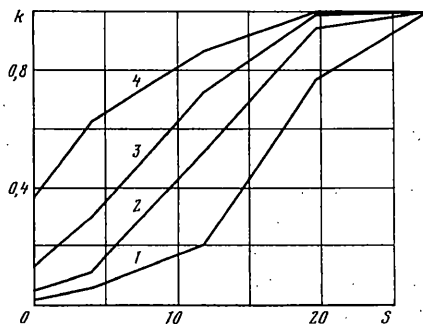
Максимальное по всей карте значение полного уклонения отвесной линии составляет 9,25 угловых секунд. Вычисленные значения СКО компонент УОЛ постоянны по всей карте и составляют $3\sigma = 26,3$ угл. сек.

Объект, на котором была установлена ИНС, двигался в таком поле аномалий с постоянной скоростью $V = 6$ м/с на постоянной высоте курсом 45° . Во время движения объекта предполагалась доступной внешняя информация (позиционная и скоростная) с шагом по времени 6 мин.

В результате обработки фильтром внешней информации происходит оценивание значений возвышений геоида в узлах карты и выработка оценок каждой из двух компонент УОЛ и уменьшение среднеквадратических отклонений ошибок оценок УОЛ. Тем самым, оба поля среднеквадратических отклонений оставшихся неизвестными УОЛ, априорно постоянные, вдоль траектории объекта приобретают углубление в виде канавы (аналогично оценкам геоида в [5]). Чем глубже и шире эта канава, тем точнее и для более широкой области оцениваются УОЛ. Поэтому в качестве характеристики точности оценивания будем рассматривать полупрофиль такой канавы (сечение поверхности среднеквадратических отклонений (СКО) ошибок оценок УОЛ вертикальной плоскостью, перпендикулярной траектории объекта) для стационарного режима оценивания, который наступает после нескольких часов работы. Для всех вариантов был выбран фиксированный момент времени $t = 6$ час.



Фиг. 1



Фиг. 2

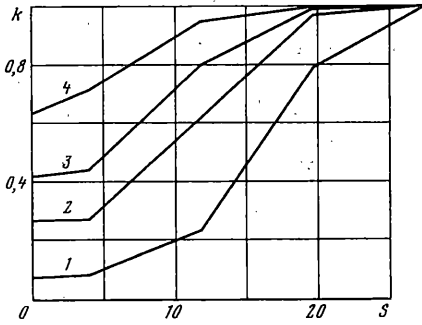
В работе представлены результаты математического моделирования работы инерциальной навигационной системы на борту движущегося объекта и снабженной алгоритмом оценивания аномалий, которые можно объединить в две группы. В первой группе исследуется влияние позиционной и скоростной внешней информации на точность оценивания аномалий. Во второй группе исследуется влияние качества чувствительных элементов инерциальной навигационной системы на точность оценивания аномалий.

В качестве средств внешней информации были рассмотрены: 1) однокомпонентные позиционные датчики, содержащие информацию о местоположении объекта либо вдоль, либо поперек траектории (точность замеров 1 м); 2) двухкомпонентные позиционные датчики, содержащие информацию о широте и долготе объекта (точность замеров 0,1, 1, 5, 20 м); 3) двухкомпонентные датчики скоростной информации, измеряющие скорость объекта относительно поверхности Земли (точность замеров 0,001, 0,01, 0,03, 0,1 узла или $5 \cdot 10^{-4}$, $5 \cdot 10^{-3}$, $1,5 \cdot 10^{-2}$, $5 \cdot 10^{-2}$ м/с соответственно).

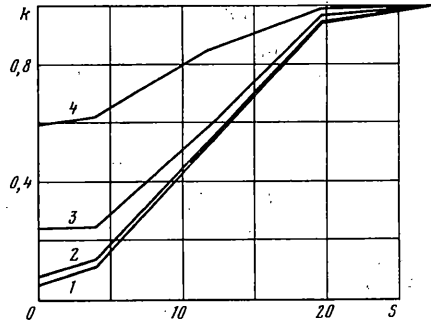
В качестве погрешностей чувствительных элементов инерциальной навигационной системы рассматривались: 1) шумовой дрейф нуля акселерометров интенсивностью 0,01, 0,1 и 1,0 угл.сек·g или $5 \cdot 10^{-7}$, $5 \cdot 10^{-6}$, $5 \cdot 10^{-5}$ м/с² соответственно; 2) шумовой дрейф гироскопов интенсивностью 10^{-5} , 10^{-4} , 10^{-3} °/час; 3) совместный дрейф акселерометров и гироскопов интенсивностью (0,01 угл.сек·g, 10^{-5} °/час), (0,1 угл.сек·g, 10^{-5} °/час) и (1,0 угл.сек·g, 10^{-3} °/час) или ($5 \cdot 10^{-7}$ м/с², 10^{-5} °/час), ($5 \cdot 10^{-6}$ м/с², 10^{-4} °/час) и ($5 \cdot 10^{-5}$ м/с², 10^{-3} °/час) соответственно. В качестве внешней информации во всех вариантах этой группы рассматривалась двухкомпонентная позиционная информация с погрешностью замера 1 м.

Результаты представлены в виде графиков сечений поверхностей СКО погрешностей оценивания УОЛ (3σ), измеряемых в долях первоначального значения, как функций расстояния S от траектории объекта, измеряемого в километрах. В том случае, если результаты оценивания компонент УОЛ отличаются незначительно, то приводится график только одной компоненты УОЛ. Для всех иных случаев дается описание. Масштаб расстояния S связан с шагом сетки цифровой карты аномалий, в свою очередь связанной с минимальным радиусом корреляции аномального геопотенциала. Кроме того, масштаб S связан с ориентацией траектории объекта относительно сетки карты. Сравнение размеров сечений вдоль расстояния S следует проводить на одной и той же траектории в одном и том же аномальном поле.

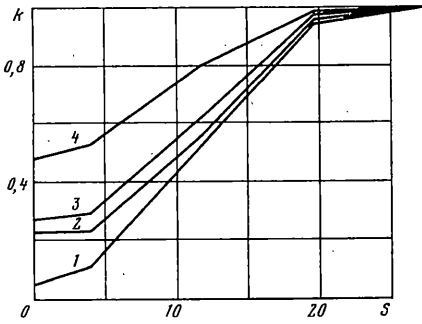
На фиг. 1 представлены результаты оценивания компонент УОЛ (k) вдоль траектории при использовании однокомпонентных (кривая 1 — УОЛ вдоль траектории, кривая 2 — УОЛ поперек траектории) и двухкомпонентных датчиков позиционной информации (кривая 3) с одинаковой точностью 1 м. Как видно из графиков, использование позиционной информации вдоль траектории позволяет оценивать только УОЛ вдоль траектории практически с той же точностью, что и при двухкомпонентной позиционной информации, но в узкой области вдоль траектории. Использование пози-



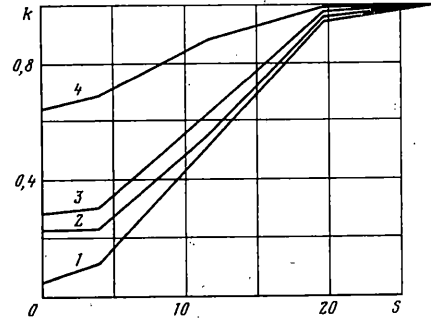
Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

ционной информации поперек траектории позволяет оценивать только УОЛ поперек траектории.

На фиг. 2 представлены результаты использования двухкомпонентных позиционных датчиков различной точности: кривая 1 – точность 0,1 м, кривая 2 – 1 м, кривая 3 – 5 м, кривая 4 – 20 м.

На фиг. 3 представлены результаты использования датчиков скоростной информации различной точности: кривая 1 – 0,001 узла, кривая 2 – 0,01 узла, кривая 3 – 0,03 узла, кривая 4 – 0,1 узла.

На фиг. 4 представлены результаты оценивания УОЛ с помощью двухкомпонентного датчика позиционной информации с точностью замера 1 м и инерциальной навигационной системы с различным уровнем дрейфа нуля акселерометров: кривая 1 – идеальные акселерометры, кривая 2 – дрейф нуля акселерометров 0,01 угл.сек·g, кривая 3 – 0,1 угл.сек·g, кривая 4 – 1,0 угл.сек·g.

На фиг. 5 представлены результаты оценивания УОЛ с помощью двухкомпонентного датчика позиционной информации с точностью замера 1 м и инерциальной навигационной системы с различным уровнем дрейфа гироскопов: кривая 1 – идеальные гироскопы, кривая 2 – дрейф гироскопов 10^{-5} °/час, кривая 3 – 10^{-4} °/час, кривая 4 – 10^{-3} °/час.

На фиг. 6 представлены результаты оценивания УОЛ с помощью двухкомпонентного датчика позиционной информации с точностью замера 1 м и инерциальной навигационной системы с одновременным дрейфом нуля акселерометров и дрейфом гироскопов различного уровня: кривая 1 – идеальные акселерометры и гироскопы, кривая 2 – дрейф нуля акселерометров 0,01 угл.сек·g и дрейф гироскопов 10^{-5} °/час, кривая 3 – 0,1 угл.сек·g и 10^{-4} °/час, кривая 4 – 1,0 угл.сек·g и 10^{-3} °/час.

Проведенное исследование выявило потенциальную точность предложенного суб-оптимального алгоритма оценивания УОЛ. Повышение этой точности можно получить при учете взаимной корреляции оцениваемых величин в узлах цифровой карты. В результате среднеквадратические отклонения погрешностей оценивания УОЛ уменьшаются.

Что же касается самих погрешностей оценивания (разности между истинным значением и его оценкой), то во всех отмоделированных вариантах они имеют порядок одного СКО погрешностей оценивания и по мере повышения точности внешней информации стремятся к нулю.

Данная работа поддерживалась Российским фондом фундаментальных исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ишлинский А.Ю.* Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация. М.: Наука, 1976. 672 с.
2. *Жбанов Ю.К., Климов Д.М., Урюпин М.А.* Математическое моделирование работы инерциальной навигационной системы в аномальном гравитационном поле. // Изв. АН СССР. МТТ. 1988. № 4. С. 13–16.
3. *Урюпин М.А.* Гравиинерциальная навигационная система с картографированием аномалий. // Гагаринские научные чтения по авиации и космонавтике 1991. М.: Наука, 1992. С. 155–166.
4. *Урюпин М.А.* Использование инерционных навигационных систем для картографирования аномалий. // Изв. РАН. МТТ. 1993. № 3. С. 80–88.
5. *Урюпин М.А.* Точность оценивания аномалий инерциальной навигационной систоы. // Изв. РАН. МТТ. 1993. № 4. С. 20–27.
6. *Жбанов Ю.К.* Уравнения малых колебаний инерциальной навигационной системы при учете эллипсоидальности Земли. // Изв. АН СССР. МТТ. 1983. № 4. С. 51–56.

Москва

Поступила в редакцию
26.I.1995