СЕМИНАР ПО МЕХАНИКЕ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ ИМ. Л.А. ГАЛИНА ПОД РУКОВОДСТВОМ В.М. АЛЕКСАНДРОВА

14.02.1997 (538-е заседание). **В.С. Никишин** (Москва). *Плоские контактные задачи теории упругости с односторонними связями для многослойных сред.*

Дается аналитическое и численное исследование двух родственных плоских контактных задач при отсутствии трения и наличии односторонних связей, допускающих отрыв верхнего слоя многослойной полуплоскости от плоского основания штампа в центральной области или в двух симметричных областях вблизи его концов. Исследование проводится методом сингулярных интегральных уравнений (СИУ). Разрешающие СИУ методом регуляризации Карлемана – Векуа сводятся к интегральным уравнениям Фредгольма 2-го рода, которые решаются численно методом механических квадратур. Кроме того, предложен и реализован в численном виде метод саморегуляризации для исходного разрешающего интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода с диагональной логарифмической особенностью ядра, базирующийся на выделении особенностей искомого решения этого уравнения после перехода к эквивалентному СИУ и его регуляризации методом Карлемана – Векуа. Приведены примеры численного решения рассмотренных задач.

28.02.1997 (539-е заседание). **В.М. Александров** (Москва). *Асимптотические методы в осесимметричной контактной задаче для слоя.*

Рассмотрено типичное интегральное уравнение первого рода с симметричным нерегулярным ядром относительно контактного давления для задачи о взаимодействии жесткого штампа с многослойной упругой средой, лежащей на жестком основании. Это интегральное уравнение сведено к вспомогательному интегральному уравнению второго рода с разностным ядром. Для случая плоского штампа строится главный член асимптотики решения последнего уравнения при малой относительной толщине пакета слоев в мультипликативной форме: произведении двух функций, которые находятся из некоторых интегральных уравнений Винера–Хопфа, и корректирующего множителя. Указан способ определения корректирующего множителя. Вычислениями показано, что полученный главный член хорошо "стыкуется" с другим асимптотическим решением при большой относительной толщине пакета слоев.

14.03.1997 (540-е заседание). **И.К. Лифанов** (Москва). *Сингулярные решения сингулярных интегральных уравнений и их приложения в аэродинамике и электродинамике.*

Пусть на верхней стороне тонкого профиля (пластинки) расположен сток, действующий на внешний набегающий поток, ближе к задней кромке. Тогда этот сток разгоняет поток на верхней стороне профиля перед ним и повышает подъемную силу профиля. Поле скоростей полного потока на верхней стороне профиля имеет особенность типа стока в окрестности стока, а на нижней стороне профиля (в силу его непротекания) в окрестности расположения стока это поле скоростей особенности не имеет и является гладким. Если поверхность профиля моделировать вихревым слоем, то задача нахождения возмущенных профилем и стоком скоростей сводится к решению сингулярного интегрального уравнения (СИУ) на отрезке относительно интенсивности этого вихревого слоя. Отмеченная выше особенность поля скоростей полного потока приводит к тому, что искомая интенсивность вихревого слоя должна иметь в точке расположения стока неинтегрируемую особенность такого же типа, какую имеет ядро Коши. Такие решения СИУ называются сингулярными решениями, а точка расположения стока называется точкой сингулярности решения. Для характеристического СИУ второго рода с переменными коэффициентами на кусочно-гладкой кривой дана формула получения всех решений, имеющих заданное число точек сингулярности, отличных от ее узлов. Доказано, что каждая точка сингулярности решения повышает на единицу индекс СИУ в этом классе решений. Это свойство сингулярных решений позволило решить задачу получения безударного обтекания тонкого профиля без изменения его геометрии (без отклонения предкрылков). В дифракции электромагнитных волн этот класс решений позволил решить задачу убирания "свечения" концов облучаемого отрезка.

28.03.1997 (541-е заседание). **В.И. Власов, Д.Б. Волков-Богородский** (Москва). *Аналитический метод решения задачи Коши для одного класса эллиптических уравнений.*

В области на комплексной плоскости $z = x + iy$ рассматривается задача Коши для некоторого класса эллиптических уравнений. На некоторой аналитической дуге границы области задается решение и ее нормальная производная как функции длины дуги.

Решение этой задачи строится в явном аналитическом виде с помощью метода, основанного на развитии подхода, предложенного в работах П.Р. Гарабедяна и К.Дж. Харкера. Сущность метода заключается в сведении исходного уравнения с помощью замены функции к уравнению Гельмгольца на плоскости Лобачевского. Затем для этого уравнения в явном виде строится функция влияния $R(z, z_0)$, зависящая от инварианта на плоскости Лобачевского и переходящая в функцию Римана для уравнения гиперболического типа при аналитическом продолжении решения по переменной y. Используя функцию влияния и вспомогательное конформное отображение области на верхнюю полуплоскость, получаем для решения интегральное уравнение типа свертки с функцией $R(z, z_0)$, в которое входят начальные данные задачи.

Этот метод был применен к некоторым задачам электронной оптики, в частности была найдена форма фокусирующих электродов конического и гиперболического пучков электронов, а также проведена оптимизация электронно-оптической системы.

11.04.1997 (542-е заседание). **Л.Р. Ботвина** (Москва). *Анализ процесса накопления повреждений на различных масштабных уровнях.*

Рассмотрены различные подходы для описания семейства кривых деформации и разрушения при различных условиях нагружения, в которых используется кинетическое уравнение Аррениуса–Журкова, кинетические уравнения типа Пэриса и соотношения, полученные на основе теории фазовых переходов. Представлены результаты оценки параметров порядка и критических индексов, характеризующих процессы разрушения в условиях ползучести, усталости, ударного разрушения и показана возможность описания кинетических процессов в разных средах на единой основе. Рассмотрены особенности множественного разрушения конструкционных сталей с различной структурой в условиях агрессивной среды и циклического нагружения. Выявлены общие закономерности накопления повреждаемости, установлена его стадийность и определяющие критерии, построена кинетическая диаграмма повреждаемости в условиях циклического нагружения и кривая накопленного числа микротрещин от их размера. Установлено, что начало слияния дефектов приводит к уменьшению показателя степени в уравнении, связывающем накопленное число дефектов с их размером. На основе общих закономерностей процесса повреждаемости в образцах рассмотрены процессы подготовки землетрясений, сопровождающиеся сейсмической активностью и накоплением разрывов в земной коре. Обсуждаются физические причины отклонения от закона Гутенберга–Рихтера, связывающего накопленное число сейсмических событий с магнитудой. Рассмотрена стадийность изменения сейсмической активности при подготовке землетрясений в регионах Северной, Южной Калифорнии и Бельгии. Показано, что металлические образцы могут использоваться для моделирования процессов, происходящих в земной коре при подготовке землетрясений.

25.04.1997 (543-е заседание). **С.А. Лурье** (Москва). *О методе решения краевых задач прикладной теории упругости для уравнений с самосопряженным оператором порядка 2m.*

Развивается метод построения точных решений краевых задач, который ранее был предложен для исследования бигармонических задач прикладной теории упругости. В работе рассматриваются задачи для уравнений в частных производных порядка $2m$ в прямоугольной области, к решению которых сводятся многие проблемы механики деформируемого твердого тела и, в частности, краевые задачи для пологих ортотропных оболочек, подкрепленных пластин, толстых плит. Решение широкого класса краевых задач для уравнений с самосопряженным оператором порядка $2m$ предлагается искать в форме разложений в ряды по обобщенным собственным функциям соответствующей обобщенной задачи на собственные значения. Устанавливается соотношение биортогональности для обобщенных собственных функций, доказывается n-кратная полнота собственных элементов. Использование аппарата алгебры псевдодифференциальных операторов и теории целых функций, а также специальные свойства разложений по собственным элементам позволяют определить на этих разложениях действие дифференциальных операторов бесконечного порядка. В результате задача осуществления n-кратных разложений сводится к алгебраической в операторном виде и точно решается проблема определения коэффициентов в n-кратных разложениях в замкнутой форме, т.е. коэффициенты в рядах для искомого представления находятся в конечном виде для каждого члена в разложении. Обсуждаются некоторые примеры.

16.05.1997 (544-е заседание). **Н.Н. Рогачева** (Москва). *Возбуждение поверхностных и объемных волн в упругом полупространстве с помощью пьезоэлектрических элементов.*

На поверхности упругого полупространства находится пьезоэлектрический элемент, жестко скрепленный с упругим полупространством. Пьезоэлектрический элемент представляет собой бесконечную полосу толщины h и ширины $2l$. Пьезоэлемент предварительно поляризован в толщинном направлении. Лицевые поверхности пьезоэлектрического элемента покрыты электродами, на которых задан электрический потенциал, изменяющийся по времени по гармоническому закону. Под действием электрической нагрузки пьезоэлемент деформируется и возбуждает в упругом полупространстве поверхностные и объемные волны.

Считая, что пьезоэлектрический элемент тонкий ($h \ll l$), принимаем следующие упрощающие предположения относительно напряжений и перемещений пьезоэлектрического элемента:

1) напряжения, нормальные к ограничивающей упругое полупространство плоскости, значительно меньше других нормальных напряжений, 2) перемещения любой точки пьезоэлемента не зависят от толщинной координаты.

Сделанные предположения позволяют получить аналитическое решение рассматриваемой контактной задачи с помощью интегрального преобразования Фурье по одной из координат. Полученное решение преобразовано к удобному для компьютерных расчетов виду. Предлагаемый метод позволяет построить напряженно-деформированное состояние как в зоне контакта упругого тела и пьезоэлектрического элемента, так и вдали от него.

30.05.1997 (545-е заседание). **В.А. Шачнев** (Москва). *Структурная неустойчивость в контактных задачах теории упругости.*

Введено понятие структурной устойчивости решения контактной задачи как сохранение диффеоморфной эквивалентности при малом возмущении форм контактирующих тел. Показано, что решение задачи о гладком контакте структурно неустойчиво, в то же время как наличие трения в месте контакта делает решение структурно устойчивым.

17.10.1997 (546-е заседание). **И.Г. Горячева** (Москва). *Расчет характеристик дискретного контакта с использованием решения Л.А. Галина.*

Предложен метод решения периодической контактной задачи для системы штампов, моделирующей микрогеометрию одной из контактирующих поверхностей, и упругого полупространства. В основу метода положено полученное Л.А. Галиным решение задачи о внедрении в упругое полупространство осесимметричного штампа при действии на границе полупространства вне штампа заданной пригрузки. В результате построено интегральное уравнение для определения контактных давлений под каждым штампом системы, ядро которого представлено в виде сходящегося ряда.

Решение задачи дало возможность проанализировать влияние параметров микрогеометрии (формы штампов и расстояния между ними) на распределение давления и размер единичного пятна контакта, а также на напряженное состояние упругого полупространства. Результаты сопоставлены с решением задачи для единичного штампа с целью установления границ применимости упрощенных методов расчета контактных характеристик шероховатых тел, не учитывающих взаимного влияния пятен контакта.

31.10.1997 (547-е заседание). **В.С. Никишин** (Москва). *Трехмерная стационарная динамическая задача теории упругости для многослойного полупространства.*

Для изучения вынужденных и собственных установившихся волновых процессов и источников их возбуждения в слоистых средах разработано точное аналитическое решение трехмерной стационарной задачи теории упругости для многослойного полупространства из произвольного числа N жесткосцепленных слоев. Источник возбуждения интерференционных объемных волн и волн Рэлея, Лява и Стоунли, распространяющихся по внешней поверхности и границам раздела слоев, принимается в форме скачка равномерно распределенных по площади круга произвольного радиуса нормальных или касательных напряжений, движущегося прямолинейно с произвольной постоянной скоростью по внешней поверхности или любой из границ раздела слоев. Решение построено методом интегрального преобразования Фурье отдельно для каждого слоя в нетрадиционном для динамических задач классе функций действительного переменного. Характер решения в отдельном слое зависит от скорости источника – оно может быть трех типов: дозвуковым, околозвуковым или сверхзвуковым. Соответственно решение для всего многослойного полупространства может состоять из решений для слоев одного, двух и трех типов. Построено и исследовано дисперсионное уравнение, распадающееся на N независимых иррациональных уравнений, действительные корни которых определяют скорости собственных резонансных волн Рэлея и Стоунли. С помощью численного анализа установлено, что при приближении скорости источника к действительному корню дисперсионного уравнения наблюдается неустойчивый секулярный (по гиперболическому закону) рост амплитуды колебания до бесконечности, а при точном совпадении с ним наступает секулярный резонанс волн Рэлея или Стоунли – катастрофа взрывного характера, когда все компоненты тензора напряжений и перемещения обращаются в бесконечность.

14.11.1997 (548-е заседание). **Е.В. Коваленко** (Москва). *Особенности контакта твердого тела с упругим полупространством через тонкое покрытие.*

На основании асимптотического анализа первой основной задачи теории упругости для слоя выведены уточненные уравнения деформирования тонких пластин, удобные при решении контактных задач для тел с покрытиями и содержащие в себе как частный случай уравнения всех известных прикладных теорий. Проведена систематизация уравнений деформирования тонкостенных упругих элементов, выявлено их качественное соответствие уравнениям теории упругости и установлены виды особенностей, возникающих на линиях смены граничных условий, в соответствующих контактных задачах. Дан критерий выбора приближенных моделей для описания свойств покрытий в зависимости от геометрических и механических характеристик покрытия и основания, а также от степени их адгезии.

28.11.1997 (549-е заседание). **О.Г. Чекина** (Москва). *Сравнение методов расчета контактных характеристик, основанных на прямых и обратных соотношениях.*

Рассмотрены методы расчета контактных характеристик в случаях, когда форма описывается большими массивами данных, например для шероховатых тел.

Сравниваются методы расчета, основанные на соотношениях, выражающих смещение в виде интегрального оператора давления (прямые соотношения) и на соотношениях, выражающих давление в пределах круговой области в виде интегрального оператора от смещения (обратные соотношения), полученных на основании результатов Л.А. Галина.

При использовании прямых соотношений задача сводится к многократному решению системы линейных уравнений в процессе итераций по области фактического контакта.

При использовании обратных соотношений производится модифицирование формы в точках круга, лежащих вне области фактического контакта.

Проведено сравнение конкретных программ расчета, основанных на прямых и обратных соотношениях. Рассмотрены возможные методы ускорения счета в том и другом случае.

26.12.1997 (550-е заседание). **А.В. Манжиров, Т.Ю. Михайлова** (Москва). *Задача усиления цилиндрической вертикальной выработки методом наращивания.*

Рассматривается пространственная осесимметричная задача о наращивании цилиндрической вертикальной выработки (полости), расположенной в полупространстве. Полупространство находится под действием силы тяжести, причем его материал обладает свойствами ползучести и старения. Начиная с некоторого момента времени происходит наращивание полости так, что ее радиус уменьшается. Процесс наращивания прекращается в момент достижения радиусом полости заранее заданного значения, которое может быть и нулевым.

Дается постановка задачи. Предлагается полуобратный метод ее решения. Само решение удается построить в замкнутом виде (в квадратурах). Исследуются различные законы наращивания и их влияние на напряженно-деформированное состояние полупространства.