МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 1 • 1998

УДК 539.376

© 1998 г. М.Д. ДАЧЕВА, С.А. ШЕСТЕРИКОВ, М.А. ЮМАШЕВА

ПОВРЕЖДЕННОСТЬ ПРИ СЛОЖНОМ НЕСТАЦИОНАРНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

Высокотемпературная ползучесть металлов характерна тем, что в теле наряду с накоплением необратимых деформаций ползучести происходит необратимое образование и развитие дефектов (пор, микро и макротрещин), приводящее к разрушению тела. Исследования, в которых используются предположения механики сплошной среды с учетом накопления микроразрушений привели к формированию отдельного направления механики разрушения – механики континуального разрушения. В этой области обычно используется следующее предположение: поведение среды зависит только от конечного числа параметров, отражающих текущее состояние.

Развитие континуальной механики повреждений достаточно полно отражено в многочисленных статьях обзорного характера [1–3]. В этих обзорах показано, что одной из основных задач механики является описание процесса разрушения материалов в условиях сложного напряженного состояния (фактически появляется анизотропия свойств накопленной поврежденности).

Решение основной проблемы состоит в разработке подходящего феноменологического подхода, позволяющего достаточно эффективно учитывать анизотропный характер повреждений. Классически скалярный параметр ω [4, 5] годится для описания только либо поведения материалов, в которых развиваются сферические, небольшой плотности поры (изотропная поврежденность), либо для описания поведения конструкций, в которых осуществляется пропорциональное нагружение и максимальное главное напряжение σ_1 намного больше остальных главных значений тензора напряжений σ_{ij}. В литературе существует большое разнообразие в попытках обобщить скалярную теорию поврежденности на любое напряженное состояние. Размерность параметров поврежденности варьирует от скаляра и вектора до тензора любого четного ранга. Для описания разрушения при ползучести металлов, в которых развиваются в основном трещиновидные микродефекты, эффективно использовать простейшее (векторное) обобщение скалярного параметра. Анализ существующих в литературе чисто векторных подходов к описанию анизотропии поврежденности металлов показал, что одного только векторного параметра недостаточно для описания процессов поврежденности при ползучести (в модели возникают эффекты, которые не наблюдаются в экспериментах).

Рассмотрим материал, обладающий свойством ползучести и накопления поврежденности в процессе длительного нагружения. Поврежденное состояние в точке тела P будем характеризовать двумя параметрами: вектором $\boldsymbol{\omega}$ и скаляром Ω. В определении параметров поврежденности не будем учитывать конкретный механизм или другую микрохарактеристику (объем, плотность и др.) процесса поврежденности. Отметим только, что анализ металлографических исследований механизмов микроразрушения (см. например [6]) показал, что микропоры и микротрещины развиваются преимущественно в направлении перпендикулярном максимальному растягивающему напряжению σ_1. Чтобы отразить этот экспериментальный факт будем считать, что скорость изменения параметра $\boldsymbol{\omega}$, отвечающего за направленность процесса повреждения, коллинеарна с направлением σ_1. Для плоского напряженного состояния, в системе координат $\boldsymbol{\omega}(\omega_1, \omega_2)$, это предположение выражается следующими соотношениями:

$$\dot{\omega}_1 = V\cos\alpha, \quad \dot{\omega}_2 = V\sin\alpha, \quad \dot{\Omega} = W \tag{1}$$

где α – угол между направлением σ_1 и $O\mathbf{x}_1$. Вид функций V и W выбран с учетом условия неубывания поврежденности на любой площадке при смене направления σ_1. В качестве первого приближения функциональную зависимость от напряжений примем в форме степенного закона длительной прочности. Тогда в простейшем случае получим следующие выражения для V и W:

$$V = B(\sigma_1 - \sigma_2)^{\beta}(\sigma_1 - \sigma_3)^{\nu-\beta}/(1 - \omega_1\cos\alpha - \omega_2\sin\alpha - \Omega)^{\nu}$$
$$\tag{2}$$
$$W = V|\omega_1\sin\alpha - \omega_2\cos\alpha|/(\omega_1^2 + \omega_2^2)^{1/2} + c\sigma_2^{\nu}/(1 - \omega_1\cos\alpha - \omega_2\sin\alpha - \Omega)^{\nu}$$

где σ_i ($i = 1, 2, 3$) – главные значения тензора напряжения. При этом $\sigma_1 \geqslant \sigma_2 \geqslant \sigma_3$, $\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 \geqslant 0$, $\sigma_3 \leqslant 0$, $\sigma_2 \cdot \sigma_3 = 0$. Экспериментально находятся материальные константы β, b, ν, c.

Соотношения для скоростей деформаций ползучести при сложном напряженном состоянии принимаем с учетом следующих предположений: существует потенциал ползучести: материал несжимаем (так как изменение объема при ползучести металлов происходит в основном за счет плоских трещин). Здесь использовано упрощающее предположение о том, что скорости ползучести сохраняют изотропный характер. Принимается, что поврежденность, даже если она имеет существенно анизотропный характер, влияет на скорости деформации ползучести только через изотропные функции параметров поврежденности.

В этом случае соотношения ползучести принимают вид

$$\dot{\varepsilon}_{ij}/\dot{\varepsilon}_0 = \tfrac{3}{2}\Phi'(\overline{\sigma}/\sigma_0)(\sigma_{ij}/\overline{\sigma})/(1 - \omega_{\alpha_1})^{n} \quad (i, j = 1, 2 \text{ либо } 1, 3) \tag{3}$$

где $\dot{\epsilon}_0$, σ_0, n – константы материала, $\overline{\sigma}$ – интенсивность напряжений, α – направление $\sigma_{\max}$.

Потенциал Φ можно принимать либо в виде степенной функции, которая используется в стандартных изданиях

$$\Phi = (\overline{\sigma}/\sigma_0)^{n+1}/(n+1) \tag{4}$$

Либо в виде обобщающем дробно-линейные зависимости [7]:

$$\Phi = -A(\sigma_b(1 - \omega_\alpha) - \overline{\sigma})^{1/2} \tag{5}$$

Для того, чтобы в эксперименте выявить анизотропные свойства поврежденности необходимо осуществить, во-первых, сложное напряженное состояние и, во-вторых, главные оси тензора напряжения должны зависить от времени, т.е. $\alpha = \alpha(t)$. Осуществление общего случая плоского напряженного состояния в опытах на ползучесть довольно сложно, поэтому большая часть опубликованных опытных данных относится к одновременному растяжению и кручению тонкостенных труб. При этом переменное нагружение осуществляется изменением только направления кручения и это изменение во времени осуществляется ступенчато. Рассмотрим общий случай растяжения и кручения тонкостенных труб, когда нагружение зависит произвольным образом от времени и, соответственно $\sigma_{zz} = \sigma_{zz}(t)$, $\sigma_{z\theta} = \sigma_{z\theta}(t)$, где σ_{zz} – растяжение в направлении оси $O\mathbf{z}$ симметрии тела, $\sigma_{z\theta}$ – касательное напряжение из-за кручения в плоскости перпендикулярной $O\mathbf{z}$. Тогда $\sigma_1 = \sigma_1(t)$, $\sigma_3 = \sigma_3(t)$, $\sigma_2 = 0$. Введем безразмерное время $\overline{t} = t/t_0$, где t_0 – время разрушения, если бы все время осуществлялось начальное напряженное состояние.

Условие разрушения вследствие образования и роста микродефектов при ползучести принято, следуя классической теории Работнова – Качанова, следующее:

$$t_p = \min_t\{t:\ \boldsymbol{\omega}\cdot\boldsymbol{\omega}+\Omega = 1\}$$

где t_p – время разрушения.

В таком случае для t_0, учитывая (1) и (2), получим выражение

$$t_0^{-1} = (\nu+1)b[\sigma_1(0)]^{\nu}[1-\gamma(0)]^{\nu-\beta}$$

где $\gamma(t) = \sigma_3(t)/\sigma_1(t)$ или $\gamma(0) = \sigma_3(0)/\sigma_1(0)$. Тогда принимая во внимание равенства $d/d\bar{t} = t_0 d/dt$ и (1), (2) получим следующую систему дифференциальных уравнений для параметров поврежденности:

$$d\omega_1/d\bar{t} = V\cos\alpha,\quad d\omega_2/d\bar{t} = V\sin\alpha \tag{6}$$

$$d\Omega/d\bar{t} = V|\omega_1\sin\alpha - \omega_2\cos\alpha|/(\omega_1^2+\omega_2^2)^{1/2}$$

$$V = z_1^{\nu} z_2^{\nu-\beta}(1-\omega_{\alpha_1})^{-\nu}/(\nu+1)$$

$$z_1 = \sigma_1(t)/\sigma_1(0),\ \text{если}\ \sigma_1(0)\neq 0$$

$$z_2 = (1-\gamma(t))(1-\gamma(0))^{-1},\quad \alpha = \operatorname{sign}\sigma_{z\theta}\operatorname{arctg}[(-\gamma)^{1/2}]$$

Начальные условия (3) $\omega_1(0) = \omega_2(0) = \Omega(0) = 0$.

Уравнения ползучести в этом случае принимают вид:

$$d\varepsilon_{zz}/d\bar{t} = R\sigma_{zz}/(1-\omega_{\alpha_1})^n \tag{7}$$

$$d\varepsilon_{z\theta}/d\bar{t} = \tfrac{3}{2}R\sigma_{z\theta}/(1-\omega_{\alpha_1})^n,\ \text{где}\quad R = (\dot{\varepsilon}_0/\sigma_0)(\sigma/\sigma_0)^{n-1}t_0$$

Начальные условия (4) нулевые.

Система нелинейных уравнений (6) и (7) решалась численно методом Рунге–Кутта четвертого порядка ([8]). Интегрирование проводилось для следующих значений материальных констант (для медных труб): $n = 6{,}95$; $\nu = 3{,}87$; $\dot{\epsilon}/\sigma_0^n = 10^{-15}[N^{-n}\ \text{c}^{-1}]$; $B = 1{,}193\cdot 10^{-10}[N^{-\nu}\ \text{c}^{-1}]$; $\beta = 2{,}6$. Максимальный угол отклонения σ_1 от начального положения $\max\alpha(t) = 16{,}85°$.

Результаты решения системы (6), (7) показывают, что вследствие приложения $\sigma_{z\theta}(t)$ (т.е. поворота направления σ_1) время разрушения увеличивается в полтора раза. При этом значительно увеличивается величина осевой деформации при разрушении. Наличие тангенциального напряжения приводит и к увеличению абсолютного значения скорости осевой деформации по сравнению с той же скоростью при простом растяжении.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 96-01-01220).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Шестериков С.А., Локощенко А.М.* Ползучесть и длительная прочность металлов // Итоги науки и техники. Сер. Механика деформируемого твердого тела, М.: ВИНИТИ, 1980. Т. 13. С. 3–104.
2. *Chaboche J.L.* Continuum damage mechanics. Pt. 1. General concepts // Trans. ASME, J. Appl. Mech. 1988. V. 55. № 1. P. 59–64.
3. *Krajcinović D.* Damage mechanics // Mech. of Materials. 1989. V. 8. № 2–3. P. 117–197.

4. *Качанов М.Л.* О времени разрушения в условиях ползучести // Изв. АН СССР. ОТН. 1958. № 8. С. 26–31.
5. *Работнов Ю.Н.* О механизме длительного разрушения // Вопросы прочности материалов и конструкций. М.: Изд-во АН СССР, 1959. С. 5–7.
6. *Куманин В.И., Ковалева Л.А., Алексеев С.А.* Долговечность металла в условиях ползучести. М.: Металлургия, 1988. 222 с.
7. *Шестериков С.А., Лебедев С.Ю., Юмашева М.А.* Новые функциональные соотношения для описания процессов ползучести и длительной прочности // Тр. 9-й Конф. по прочности и пластичности. М.: Профсервис, 1996. Т. 3. С. 130–134.
8. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1983. 616 с.

София, Москва

Поступила в редакцию 8.X.1997