

УДК 624.07:534

© 1997 г. А.Л. БЫКОВ, В.А. ПАВЛОВ

СВОРАЧИВАНИЕ ЛОПАСТИ НА ТЕЛО, ОБЛАДАЮЩЕЕ ИНЕРЦИЕЙ

Работа посвящена исследованию сворачивания эластичной лопасти по разработанной в КГТУ им. А.Н. Туполева схеме. Выведены дифференциальные уравнения движения, на основе которых проведен численный эксперимент и дано заключение о возможности применения исследуемого способа сворачивания. Результаты эксперимента оформлены графически. На их основе определены основные закономерности процесса и возникающие при сворачивании проблемы, такие как: удар концевого груза о конструкцию в момент сворачивания и вибрации при сворачивании. Найден и обоснован реальный путь решения этих проблем, заключающийся в уменьшении прикладываемого тормозящего момента.

В начале нашего столетия конструктором вертолетов Братухиным И.П. был предложен несущий винт, лопасти которого не имели изгибной жесткости, т.е. выполнялись эластичными, но приобретали эффективную изгибную жесткость после раскручивания винта, когда расположенный на конце лопасти груз растягивал лопасть. Этот эффект есть и в традиционной лопасти вертолета: без воздействия центробежных сил лопасть практически не способна нести изгибной нагрузки.

Возможность полета на эластичных лопастях была продемонстрирована в 50-х годах в США, где появилось изобретение системы сворачивания, в которой каждая лопасть сворачивалась на отдельную катушку. Предложенная в США система сворачивания требовала двигателя, трансмиссии и редукторы для каждой лопасти. Прежде чем винт остановить, необходимо было свернуть лопасти, а перед разворачиванием лопастей нужно было сначала раскрутить винт со свернутыми лопастями. Американские ученые предполагали использовать подобные сворачиваемые несущие винты (СНВ) в системах спасения возвращаемых из космоса грузов и экипажей, однако развитие этого направления остановилось в 60-х годах видимо по причине большого веса СНВ и появления программы "Шаттл".

Появление Российского патента [1] является попыткой создать более привлекательный с точки зрения использования СНВ, использующий в качестве несущих поверхностей эластичные лопасти. Новому СНВ не нужны двигатели, трансмиссии и редукторы и по весу он может конкурировать с парашютной системой посадки. Система сворачивания лопастей использует кинетическую энергию вращения винта, что освобождает от необходимости иметь для сворачивания дополнительные устройства. Основными составными частями новой системы являются: барабан, на который производится сворачивание эластичной лопасти, гибкая лопасть и концевой груз (см. фиг. 1).

Методика составления уравнений движения деформируемых тел, изложенная в [2], предлагает считать частицы упругого тела носимыми телами по отношению к абсолютно твердому телу, которое представляет собой недеформированное состояние рассматриваемого тела. Следовательно, деформации лопасти представляют собой

результат движения ее частиц относительно недеформированного состояния. Не учитывая деформации лопасти в процессе сворачивания, считаем эластичную лопасть твердым телом находящемся в своем натуральном недеформированном состоянии. Поэтому рассмотрим систему как два связанных друг с другом абсолютно твердых тела: "несущее тело" – барабан и "носимое тело" – лопасть с грузом на конце. Исследование движения приведенной системы подобно задачам, рассмотренным в [2], в которых закон движения несущего тела нужно определить с учетом движения носимого тела.

Конфигурацию системы определим, исходя из следующих предположений: деформации лопасти не учитываются; лопасть с концевым грузом заменяется невесомым прямолинейным стержнем с материальной точкой M массы m_M на конце; ось вращения барабана неподвижна и является осью его динамической симметрии; движение тел происходит в плоскости вращения барабана; в точке крепления, а в процессе наворачивания – в точке касания к барабану, лопасть скачком приобретает свойства вертикального шарнира; влияние аэродинамических сил и силы тяжести не учитывается; к барабану прикладывается тормозящий момент величиной M_T .

Вводим следующие системы координат: неподвижную инерционную систему координат $O\xi\eta$ и систему подвижных осей Oxy , связанную с "несущим" телом – барабаном; начала инерционных и подвижных осей координат совпадают. Оси подвижной системы координат xu неизменно связаны с несущим телом и направлены следующим образом: ось x имеет начало на оси вращения барабана и проходит через точку крепления лопасти к барабану, ось y направлена перпендикулярно оси x как показано на фиг. 2, а. В качестве обобщенной координаты, определяющей положение эластичной лопасти относительно несущего тела, зададимся углом γ между лопастью и осью x . Обобщенной координатой, определяющей положение несущего тела, является угол φ угол поворота оси x относительно неподвижной оси ξ . В начальный момент времени считается: угловая скорость вращения системы имеет значение ω_0 ; оси xu совпадают с осями неизменного направления $\xi\eta$; угол $\gamma = 0$.

Движение несущего тела согласно [2] определяется вектором скорости ϑ_0 полюса O и вектором угловой скорости вращения несущего тела ω . Считая ось вращения барабана неподвижной, имеем $\vartheta_0 = 0$ и $\omega = \dot{\varphi}$.

Положение материальной точки M относительно подвижной системы координат Oxy определяется радиус-вектором \mathbf{r}'_M , имеющим начало в полюсе O . Выражая радиус-вектор \mathbf{r}'_M через проекции в подвижной системе координат, имеем

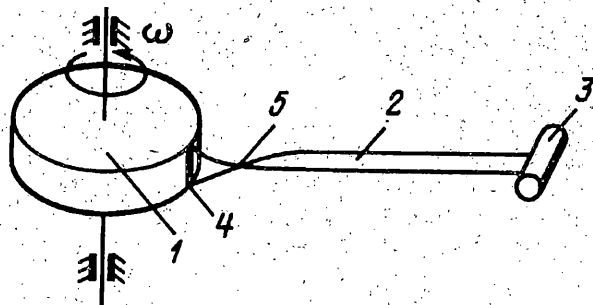
$$\mathbf{r}'_M = r'_M(\gamma) = (R + S \cos \gamma)\mathbf{i} + (S \sin \gamma)\mathbf{j} \quad (1)$$

где \mathbf{i} и \mathbf{j} – единичные векторы осей системы xu ; R – радиус барабана, на который происходит сворачивание гибкой лопасти; S – длина полностью развернутой лопасти.

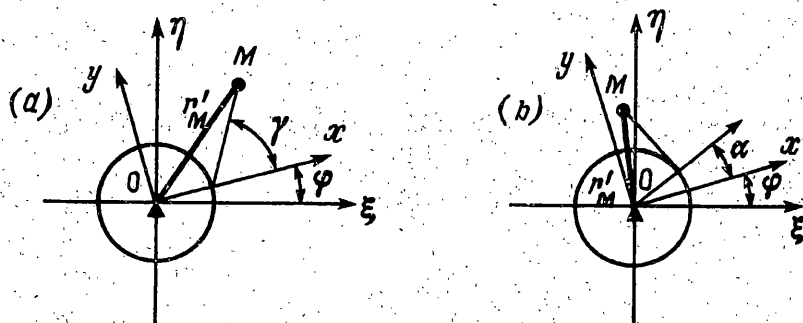
Кинетическая энергия материальной системы через обобщенные координаты согласно [2] имеет вид

$$T = T_e + T_m + T_r$$

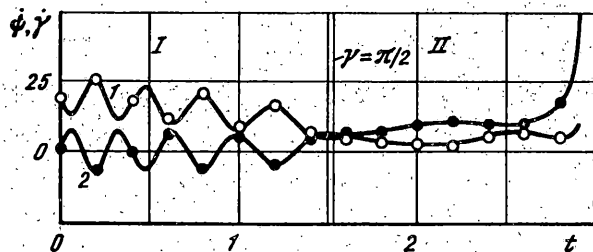
Здесь $T_e = \frac{1}{2}[M\vartheta_0^2 + 2M\vartheta_0(\omega \times \mathbf{r}'_C) + \omega\theta^0\omega]$ – кинетическая энергия переносного движения всей системы; T_m представляет собой сумму $T_m = \vartheta_0 Q_r + \omega K_r^0$; T_r – кинетическая энергия относительного движения. В эти выражения входят величины: M – масса всей системы; θ^0 – тензор инерции системы в точке O ; \mathbf{r}'_C – радиус-вектор центра инерции материальной системы в подвижных осях; Q_r – главный вектор относительных количеств движения; K_r^0 – главный момент относительных количеств движения относительно полюса O .



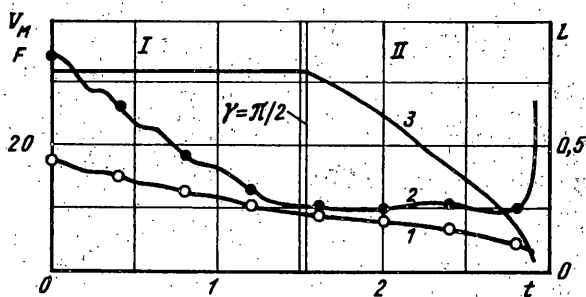
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Принимая во внимание выбор подвижной системы координат, выражение для переносной кинетической энергии системы имеет вид $T_e = \frac{1}{2} \omega \theta^0 \omega$. В рассматриваемом случае

$$T_e = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 [J_b + m_M (R^2 + S^2)]$$

где J_B – момент инерции барабана относительно его оси вращения.

Главный вектор и главный момент относительных количеств движения относительно полюса O определяются по формулам [2]:

$$Q_r = \sum_{g=1}^n \dot{q}_g \sum_{i=1}^N m_i \frac{\partial r'_i}{\partial q_g}, \quad K_r^0 = \sum_{g=1}^n \dot{q}_g \sum_{i=1}^N m_i r'_i \times \frac{\partial r'_i}{\partial q_g}$$

Здесь n означает количество обобщенных координат, определяющих положение носимых точек, N – количество носимых точек. Следовательно, выражение T_m для данного случая запишем в виде

$$T_m = \omega \dot{\gamma} m_M r'_M \times \frac{\partial r'_M}{\partial \gamma} = m_M \dot{\phi} \dot{\gamma} S^2 + m_M \dot{\phi} \dot{\gamma} S R \cos \gamma$$

Выражение кинетической энергии относительных движений по [2]:

$$T_r = \frac{1}{2} \sum_{g=1}^n \sum_{k=1}^n A_{gk} \dot{q}_g \dot{q}_k, \quad A_{gk} = \sum_{i=1}^N m_i \frac{\partial r'_i}{\partial q_g} \frac{\partial r'_i}{\partial q_k}$$

Откуда следует

$$T_r = \frac{1}{2} m_M \frac{\partial r'_M}{\partial \gamma} \frac{\partial r'_M}{\partial \gamma} \dot{\gamma}^2 = \frac{1}{2} m_M S^2 \dot{\gamma}^2$$

Следовательно, полная кинетическая энергия материальной системы будет

$$T = T_e + T_m + T_r = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 [J_b + m_M (R^2 + 2RS \cos \gamma + S^2)] + (m_M \dot{\phi} \dot{\gamma} S^2 + m_M \dot{\phi} \dot{\gamma} S R \cos \gamma) + \frac{1}{2} m_M S^2 \dot{\gamma}^2$$

Запишем дифференциальные уравнения Лагранжа второго рода для обобщенных координат γ и ϕ . Тормозящий момент M_T совершает элементарную работу на виртуальном перемещении барабана $d\phi$, следовательно уравнения Лагранжа имеют вид:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\gamma}} - \frac{\partial T}{\partial \gamma} = 0, \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} - \frac{\partial T}{\partial \phi} = -M_T$$

Минус во втором уравнении означает, что к барабану приложен тормозящий момент.

После несложных преобразований получим систему уравнений

$$\ddot{\phi} (R \cos \gamma + S) + R \dot{\phi}^2 \sin \gamma + S \ddot{\gamma} = 0 \quad (2)$$

$$\ddot{\phi} (J_b + m_M R^2 + 2m_M R S \cos \gamma + m_M S^2) + \dot{\gamma} (m_M R S \cos \gamma + m_M S^2) - m_M R S \sin \gamma \dot{\gamma} (2\dot{\phi} + \dot{\gamma}) = -M_T \quad (3)$$

Разрешив полученные уравнения (2) и (3) относительно обобщенных ускорений, будем иметь

$$\ddot{\gamma} = -\frac{R \dot{\phi}^2 \sin \gamma + \ddot{\phi} (R \cos \gamma + S)}{S}$$

$$\ddot{\phi} = \frac{m_M [R^2 \dot{\phi}^2 \cos \gamma \sin \gamma + R S \sin \gamma (\dot{\phi} + \dot{\gamma})^2] - M_T}{J_b + m_M R^2 \sin^2 \gamma} \quad (4)$$

После достижения углом γ значения $\pi/2$ начинается наворачивание лопасти на барабан (см. фиг. 2, в) и длина лопасти, остающейся несвернутой, изменяется по закону $L = S - R\alpha$, где угол $\alpha = \gamma - \pi/2$.

Вновь запишем составляющие полной кинетической энергии системы, считая обобщенной координатой, определяющей положение носимого тела по отношению к несущему, угол α . Радиус-вектор материальной точки M относительно подвижной системы координат равен:

$$\mathbf{r}'_M = \mathbf{r}'_M(\alpha) = (R \cos \alpha - L \sin \alpha)\mathbf{i} + (R \sin \alpha + L \cos \alpha)\mathbf{j}$$

Производная радиус-вектора \mathbf{r}'_M по обобщенной координате α имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{r}'_M}{\partial \alpha} = (-L \cos \alpha)\mathbf{i} + (-L \sin \alpha)\mathbf{j}$$

Составляющие полной кинетической энергии системы будут определяться выражениями

$$T_e = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 [J_b + m_M (R^2 + L^2)]$$

$$T_m = \omega \dot{\alpha} m_M \mathbf{r}'_M \times \frac{\partial \mathbf{r}'_M}{\partial \alpha} = \dot{\phi} \dot{\alpha} m_M L^2$$

$$T_r = \frac{1}{2} m_M \frac{\partial \mathbf{r}'_M}{\partial \alpha} \frac{\partial \mathbf{r}'_M}{\partial \alpha} \dot{\alpha} \dot{\alpha} = \frac{1}{2} m_M L^2 \dot{\alpha}^2$$

Полная кинетическая энергия системы запишется в виде:

$$T = \frac{1}{2} [J_b + m_M (R^2 + L^2)] \dot{\phi}^2 + \dot{\phi} \dot{\alpha} m_M L^2 + \frac{1}{2} m_M L^2 \dot{\alpha}^2$$

Дифференциальные уравнения Лагранжа второго рода для обобщенных координат α и ϕ имеют вид

$$m_M L^2 (\ddot{\phi} + \ddot{\alpha}) = m_M L R (\dot{\alpha}^2 + \dot{\phi}^2) \quad (5)$$

$$J_b \ddot{\phi} + m_M R^2 \ddot{\phi} + m_M L^2 (\ddot{\phi} + \ddot{\alpha}) - 2 m_M L R \dot{\alpha} (\dot{\phi} + \dot{\alpha}) = -M_T \quad (6)$$

Выразив обобщенные ускорения из уравнений (5) и (6), получим систему уравнений для второго случая:

$$\ddot{\phi} + \ddot{\alpha} = R(\dot{\alpha}^2 - \dot{\phi}^2) / L$$

$$\ddot{\phi} = \frac{m_M (\dot{\phi} + \dot{\alpha})^2 (S - R\alpha) R - M_T}{J_b + m_M R^2}$$

Система уравнений (4) и (7) описывают движение материальной системы, состоящей из несущего тела – барабана и носимого тела – невесомого нерастяжимого стержня с материальной точки M массы m_M на конце для случаев постоянной и переменной длины лопасти.

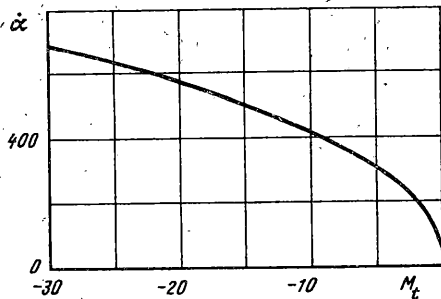
Для первого случая сворачивания уравнение движения барабана имеет вид $J_b \ddot{\phi} = F R \sin \gamma - M_T$, где F – растягивающая сила в сечении стержня, следовательно

$$F = m_M S \dot{\gamma}^2 + m_M [-R \ddot{\phi} \sin(\gamma) + \dot{\phi}^2 (R \cos(\gamma) + S)] + m_M 2 \dot{\phi} S \dot{\gamma}$$

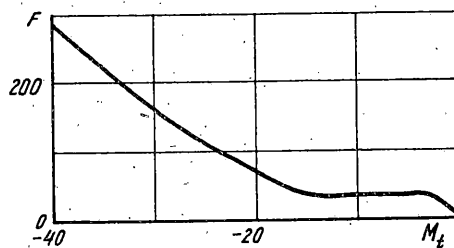
Аналогично для второго случая получим

$$F = m_M [(\dot{\phi} + \dot{\alpha})^2 (S - R\alpha) - \ddot{\phi} R]$$

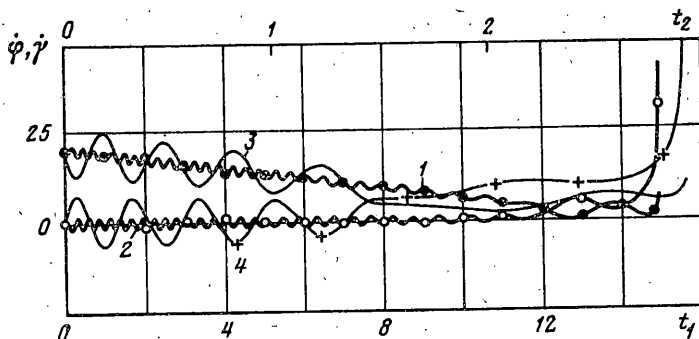
Растягивающей силой F определяется способность гибкой лопасти создавать подъемную силу, следовательно необходимо, чтобы величина F по крайней мере всегда была больше 0, поэтому одним из граничных условий при расчете было условие по F .



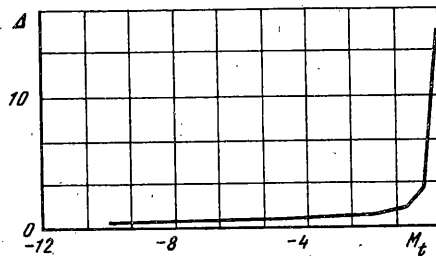
Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7



Фиг. 8

Далее заметим, что реальное сворачивание лопасти заканчивается в тот момент, когда вся лопасть накинута на барабан. Это значит, что в момент окончания процесса сворачивания величина L равна нулю. Но если мы обратимся к первому уравнению системы (7), то станет ясно, что в этот момент решения не существует. Поэтому, очевидно, необходимо заканчивать численное интегрирование уравнений движения, когда L достигнет малой величины ϵ .

На фиг. 3–6 приведены результаты тестовых расчетов, проведенных при следующих параметрах системы: $R = 0,05$ м; $m_b = 2,28$ кг; $S = 0,8$ м; $m_M = 0,1$ кг; $\omega_0 = 20$ рад/с; $\epsilon = 0,03$ м.

На фиг. 3 показано изменение скорости вращения барабана $\dot{\phi}$ [рад/с] (кривая 1) и скорости вращения лопасти $\dot{\gamma}$ [рад/с] (кривая 2) относительно барабана (t [с] – время сворачивания).

Видно, что на обоих этапах сворачивание происходит колебательно, причем величины, соответствующие барабану и лопасти, колеблются в противофазе друг к

другу. Далее, во время первого этапа происходит уменьшение величины растягивающей силы F в лопасти и величины окружной скорости концевой груза V_M [м/с] (кривая 1), что может привести в реальной конструкции к значительному свесу лопасти, а это опасно (фиг. 4). На втором этапе растягивающая сила F [Н] (кривая 2) и угловые скорости барабана и лопасти меняются менее интенсивно, а вот окружная скорость концевой груза продолжает уменьшаться, что связано с уменьшением величины r'_M . В конце второго этапа происходит резкое увеличение угловой скорости вращения лопасти относительно барабана, это связано с ростом углового ускорения $\ddot{\alpha}$. Это легко показать, если обратиться к первому уравнению системы (7). Где видно, что величина углового ускорения $\ddot{\alpha}$ обратно пропорциональна длине лопасти, остающейся несвернутой, и при малых величинах последней очевидно значительное увеличение $\ddot{\alpha}$. Натяжение нити зависит от величины $\dot{\alpha}$, поэтому с тех же позиций объясним значительный рост этой величины в конце второго этапа сворачивания. (кривая 3 на фиг. 4 соответствует L [м]).

Величина $\dot{\alpha}$ определяет удар концевой груза о барабан. Чтобы показать это, определим ударный импульс, вычисляемый по формуле $S = m_M(V^r - v^r)$, где v^r и V^r — соответственно величины скорости груза относительно барабана до и после удара. Считая удар абсолютно неупругим, имеем $V^r = 0$, тогда

$$S = -m_M v^r.$$

Минус говорит о том, что в процессе удара происходит торможение концевой груза. Величину v^r определяем по формуле $v^r = \dot{\alpha}(S - R\alpha)$.

Определенно, величину удара концевой груза о барабан мы можем уменьшить, уменьшая величину угловой скорости $\dot{\alpha}$ в момент удара. Поскольку в данной постановке задачи единственным управляющим фактором является тормозной момент, необходимо определить как, управляя торможением барабана в процессе сворачивания, добиться, чтобы угловая скорость $\dot{\alpha}$ в момент окончания сворачивания была минимальной. На фиг. 5 показана кривая изменения величины угловой скорости $\dot{\alpha}$ [рад/с] в момент удара в зависимости от величины тормозного момента M_T [Н · м]: чем меньше величина M_T , тем меньше величина ударного импульса в момент касания груза и барабана.

На фиг. 6 показаны значения минимального натяжения в лопасти за время сворачивания при различных значениях тормозного момента. Отметим, что минимальные значения натяжения в лопасти на втором этапе в общем случае уменьшаются с уменьшением M_T , следовательно в реальной конструкции это приведет к увеличению амплитуды вертикальных маховых движений лопасти.

Как отмечено выше, процесс сворачивания по рассматриваемой схеме протекает колебательно. Очевидно, что колебания будут источником вибраций на аппарате, использующем подобное устройство. Уменьшить амплитуду колебаний можно опять же, изменяя величину тормозного момента. Для наглядности на фиг. 7, иллюстрирующий изменения величин ϕ (кривая 1) и $\dot{\gamma}$ (кривая 2) при $M_T = -0,1$ Н · м (время сворачивания t_1) наложен аналогичный график при $M_T = -0,5$ Н · м (кривые 3, 4; время сворачивания t_2). Как видно на фиг. 7 амплитуда колебаний величин угловых скоростей барабана и груза относительно барабана значительно уменьшается с уменьшением тормозного момента, период колебаний растет. Следовательно с точки зрения уменьшения вибраций на летательном аппарате предпочтительно сворачивание с меньшим тормозным моментом.

Следует заметить, что величина M_T значительной степени влияет на продолжительность процесса сворачивания. Чем меньше величина тормозящего момента, тем больше промежуток времени между началом сворачивания и его завершением Δ [с] (фиг. 8).

Важным вопросом, на который следует обратить внимание при проектировании

схемы сворачивания на один вал, является удар концевго груза о барабан в момент окончания процесса намотки. По-видимому, исходя из условий применения аппарата с подобной системой, следует найти компромисс: с одной стороны, уменьшая значение тормозного момента, мы уменьшаем величину ударного импульса в момент окончания сворачивания и получаем более предпочтительные характеристики с точки зрения вибраций, с другой стороны уменьшение M_T ведет к увеличению маховых движений лопасти во время сворачивания, которые, очевидно, в реальной конструкции необходимо ограничить. Другой путь решения этой проблемы – это найти такой закон изменения тормозного момента во время сворачивания, чтобы приведенные параметры были оптимальны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Патент 2005655 СССР, МКИ В64С11/20. Несущий винт л.а. с гибкими убирающимися лопастями. Павлов В.А., Привалов Л.В., Рыбаков А.В.
2. Лурье А.И. Аналитическая механика. М.: Физматгиз, 1961. 824 с.
3. Ишлинский А.Ю. Механика. Идеи, задачи, приложения. М.: Наука, 1985. 624 с.
4. Ишлинский А.Ю. Механика относительного движения и силы инерции. М.: Наука, 1981. 191 с.

Москва

Поступила в редакцию
14.III.1996

Зав. редакцией *В.М. Кутырева*

Технический редактор *Т.В. Скворцова*

Сдано в набор 30.07.97

Подписано к печати 03.09.97

Формат бумаги 70 × 100¹/₁₆

Офсетная печать

Усл. печ. л. 16,9

Усл. кр.-отт. 6,4 тыс.

Уч.-изд. л. 19,4

Бум. л. 6,5

Тираж 371 экз. Зак. 2050

Адрес редакции: 117526 Москва, проспект Вернадского, д. 101. Тел. 434-35-38
Московская типография № 2 РАН 121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 6