МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 5 • 1997

УДК 539.375

 В.В. ТИХОМИРОВ

# ТРЕЩИНА В ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНОМ СЛОИСТОМ КОМПОЗИТЕ

Анализу напряженного состояния слоистых анизотропных структур, ослабленных трещинами, параллельными границам раздела слоев, посвящен ряд публикаций, например, [1, 2, 3]. В этих работах исследования проводились в двумерной постановке и получены приближенные аналитические решения. Пространственная задача для трехслойного изотропного композита конечной толщины изучалась в [4].

В данной работе рассматривается трехмерная задача линейной механики разрушения о полубесконечной трещине нормального отрыва, содежащейся в слоистой трансверсально-изотропной среде. Методом Винера–Хопфа построено ее точное решение в замкнутой форме и определен коэффициент интенсивности напряжений.

**1.** Рассмотрим упругое пространство симметричного строения, составленное из трансверсально-изотропного слоя $\{(x, y, z): |x| < \infty, |y| < \infty, |z| < h\}$ и двух скрепленных с ним трансверсально-изотропных полупространств $z \geqslant h$ и $z \leqslant -h$, материалы которых одинаковы и отличны от материала слоя. Пусть в срединной плоскости слоя $z = 0$ расположена трещина, моделируемая математическим разрезом $\{(x, y): x < 0, |y| < \infty\}$, к берегам которой приложена самоуравновешенная нагрузка $p(x, y)$, четная по координате $y$.

В силу симметрии композита далее рассматривается задача для половины слоя $0 \leqslant z \leqslant h$ и полупространства $z \geqslant h$, отмечаемых индексами 1 и 2 соответственно, при следующих граничных условиях:

$$\tau_{xz1} = \tau_{yz1} = 0 \quad (z = 0, |x|, |y| < \infty) \tag{1.1}$$

$$\sigma_{z1} = -p(x, y) \quad (z = 0,\ x < 0,\ |y| < \infty) \tag{1.2}$$

$$w_1 = 0 \quad (z = 0,\ x > 0,\ |y| < \infty) \tag{1.3}$$

$$u_1 = u_2,\ v_1 = v_2,\ w_1 = w_2,\ \tau_{xz1} = \tau_{xz2} \tag{1.4}$$

$$\tau_{yz1} = \tau_{yz2},\ \sigma_{z1} = \sigma_{z2} \quad (z = h,\ |x|,\ |y| < \infty)$$

Здесь $u_j, v_j, w_j$ $(j = 1, 2)$ – перемещения вдоль осей $x$, $y$ и $z$, а $\tau_{xzj}, \tau_{yzj}, \sigma_{zj}$ – компоненты тензора напряжений.

Кроме того, необходимо иметь в виду, что напряжения на бесконечности затухают, а потенциальная энергия деформации в окрестности фронта трещины ограничена.

В предположении, что плоскости изотропии материалов областей 1 и 2 параллельны плоскости трещины и объемные силы отсутствуют, решение уравнений равновесия трансверсально-изотропного тела в перемещениях [5] представим в виде

$$\left\|\begin{matrix} u_j(x,y,z) \\ v_j(x,y,z) \\ w_j(x,y,z) \end{matrix}\right\| = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{L_\lambda}\left\|\begin{matrix} U_j(\lambda,\mu,z) \\ V_j(\lambda,\mu,z) \\ W_j(\lambda,\mu,z) \end{matrix}\right\| e^{-i(\lambda x+\mu y)}d\lambda d\mu \tag{1.5}$$

$$U_1(\lambda,\mu,z) = \sum_{k=1}^{3}(A_{1k}\operatorname{sh}\omega_{1k}\gamma z + A_{2k}\operatorname{ch}\omega_{1k}\gamma z) \tag{1.6}$$

$$V_1(\lambda,\mu,z) = \sum_{k=1}^{3}p_k(A_{1k}\operatorname{sh}\omega_{1k}\gamma z + A_{2k}\operatorname{ch}\omega_{1k}\gamma z)$$

$$W_1(\lambda,\mu,z) = i\frac{\gamma}{\lambda}\sum_{k=1}^{2}\omega_{1k}q_{1k}(A_{1k}\operatorname{ch}\omega_{1k}\gamma z + A_{2k}\operatorname{sh}\omega_{1k}\gamma z)$$

$$U_2(\lambda,\mu,z) = \sum_{k=1}^{3}A_{3k}e^{-\omega_{2k}\gamma z},\quad V_2(\lambda,\mu,z) = \sum_{k=1}^{3}A_{3k}p_k e^{-\omega_{2k}\gamma z}$$

$$W_2(\lambda,\mu,z) = -i\frac{\gamma}{\lambda}\sum_{k=1}^{2}A_{3k}\omega_{2k}q_{2k}e^{-\omega_{2k}\gamma z}$$

$$A_{nk} \equiv A_{nk}(\lambda,\mu),\quad p_1 = p_2 = \mu/\lambda,\quad p_3 = -\lambda/\mu,\quad \gamma = (\lambda^2+\mu^2)^{1/2}$$

$$q_{jk} = (C_{13}^{(j)} + C_{44}^{(j)})/(C_{33}^{(j)}\omega_{jk}^2 - C_{44}^{(j)})\quad (j,k=1,2)$$

$$\omega_{jk}^2 = a_j \mp (a_j^2 - b_j)^{1/2}\quad (k=1,2),\quad \omega_{j3} = (C_{66}^{(j)}/C_{44}^{(j)})^{1/2}$$

$$a_j = [C_{11}^{(j)}C_{33}^{(j)} - (C_{13}^{(j)})^2 - 2C_{13}^{(j)}C_{44}^{(j)}]/(2C_{33}^{(j)}C_{44}^{(j)}),\quad b_j = C_{11}^{(j)}/C_{33}^{(j)}$$

Упругие модули материалов $C_{mn}^{(j)}$ согласно [5] удовлетворяют неравенствам

$$C_{11}^{(j)} > 0,\quad C_{11}^{(j)} > C_{12}^{(j)},\quad C_{44}^{(j)} > 0,\quad C_{33}^{(j)}(C_{11}^{(j)} + C_{12}^{(j)}) > 2(C_{13}^{j})^2 \tag{1.7}$$

Здесь и в дальнейшем рассматривается та однозначная ветвь функции $\gamma = (\lambda^2+\mu^2)^{1/2}$, которая определена на комплексной плоскости с разрезами вдоль лучей $(-i\infty, -i|\mu|)$ и $(i|\mu|, i\infty)$ и принимает положительные значения при вещественном $\lambda$. Контур интегрирования $L_\lambda$ в (1.5) расположен в полосе $-|\mu| < \operatorname{Im}\lambda < 0$.

Характеристические числа $\omega_{j1}$ и $\omega_{j2}$ для различных трансверсально-изотропных материалов согласно [6] могут принимать как вещественные, так и комплексно-сопряженные значения. В выражениях (1.6) используются числа $\omega_{2k}$, для которых $\operatorname{Re}\omega_{2k} > 0$ $(k = 1, 2)$.

**2.** Из сквозных граничных условий (1.1) в решении (1.6) определяются две постоянные: $A_{13} = 0$, $A_{12} = -A_{11}\omega_{11}(1+q_{11})/[\omega_{12}(1+q_{12})]$. Условия сопряжения (1.4) позволяют заключить, что $A_{23} = A_{33} = 0$, и выразить все оставшиеся постоянные через $A_{11}$. Тогда смешанные условия в плоскости трещины (1.2) и (1.3) приводят к следующим парным интегральным уравнениям:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{L_\lambda}A(\lambda,\mu)e^{-i\lambda x}d\lambda = 0\quad x>0 \\ &\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{L_\lambda}A(\lambda,\mu)K(\lambda,\mu)e^{-i\lambda x}d\lambda = -p_*(x,\mu)\quad x<0 \end{aligned} \tag{2.1}$$

$$\begin{aligned} &A(\lambda,\mu) = i\gamma C_{44}^{(1)}(1+q_{11})(\omega_{11}-\omega_{12})A_{11}(\lambda,\mu)/(\lambda\omega_{12}) \\ &K(\lambda,\mu) = \gamma f(\lambda,\mu),\quad f(\lambda,\mu) = f_1(\alpha)/f_2(\alpha),\quad \alpha = \gamma h \end{aligned} \tag{2.2}$$

где $p_*(x,\mu)$ – трансформанта Фурье по координате $y$ нагрузки $p(x,y)$.

Целые функции $f_1(\alpha)$ и $f_2(\alpha)$ имеют вид

$$f_1(\alpha) = d_1 \operatorname{sh}\omega^+\alpha + d_2 \operatorname{sh}\omega^-\alpha + d_3 \operatorname{ch}\omega^+\alpha + d_4 \operatorname{ch}\omega^-\alpha + d_5 \tag{2.3}$$

$$f_2(\alpha) = d_3 \operatorname{sh}\omega^+\alpha - d_4\omega^- / \omega^+ \operatorname{sh}\omega^-\alpha + d_1 \operatorname{ch}\omega^+\alpha - d_2\omega^- / \omega^+ \operatorname{ch}\omega^-\alpha$$

$$\omega^\pm = \omega_{11} \pm \omega_{12}$$

Коэффициенты $d_m$ определяются только упругими постоянными слоя и полупространств

$$d_1 = \omega^+(\omega^-)^2(\omega_{21} + \omega_{22})(C_{33}^{(2)}g_1 + C_{33}^{(1)}g_2) \tag{2.4}$$

$$d_2 = (\omega^+)^2\omega^-(\omega_{21} + \omega_{22})(C_{33}^{(2)}g_1 - C_{33}^{(1)}g_2)$$

$$d_3 = (\omega^-)^2[2(g_1 - C_{13}^{(1)})(g_2 - C_{13}^{(2)}) + (1 + g_1 / C_{44}^{(1)})r_2 + (1 + g_2 / C_{44}^{(2)})r_1]$$

$$d_4 = (\omega^+)^2[2(g_1 + C_{13}^{(1)})(g_2 - C_{13}^{(2)}) - (1 - g_1 / C_{44}^{(1)})r_2 - (1 + g_2 / C_{44}^{(2)})r_1]$$

$$d_5 = 4\sqrt{C_{11}^{(1)} / C_{33}^{(1)}}\{[C_{13}^{(2)} + C_{44}^{(2)} - (g_2 + C_{44}^{(2)})(1 - C_{44}^{(1)} / C_{44}^{(2)})]r_1 - (C_{13}^{(1)} + C_{44}^{(1)})r_2\} / C_{44}^{(1)}$$

$$g_j = (C_{11}^{(j)}C_{33}^{(j)})^{1/2}, \quad r_j = g_j^2 - (C_{13}^{(j)})^2 \quad (j = 1, 2)$$

Функция $f(\lambda, \mu)$, задаваемая фрмулами (2.2)–(2.4), для произвольной композиции трансверсально-изотропных материалов обладает следующими свойствами. Поскольку выражения (2.3), (2.4) содержат только суммы и разности характеристических чисел $\omega_{jk}$, то независимо от возможной вещественности или комплексности этих чисел, $f(\lambda, \mu)$ на вещественной оси принимает действительные значения, т.е. ее индекс равен нулю. Кроме того, $|f(\lambda, \mu)| \to 1$ при $|\lambda| \to \infty$.

Все нули и полюса функции $f(\lambda, \mu)$ являются однократными. Если $f_k(\alpha)$ ($k = 1, 2$) имеет нуль в точке $\alpha = \xi + i\eta$, то и значение $\overline{\alpha} = \xi - i\eta$ также является нулем данной функции, что вытекает из свойств четности вещественной и мнимой частей выражений (2.3) по переменной $\eta$. Учитывая неравенства (1.7), можно показать, что при вещественных значениях $\lambda$ и $\mu \neq 0$ функции (2.3) знакопостоянны. Чисто мнимых нулей $f_k(\alpha)$ не имеют.

При комплексно-сопряженных характеристических числах $\omega_{11}$ и $\omega_{12}$ для больших по модулю комплексных нулей функции $f_1(\alpha)$, расположенных в первом квадранте, справедлива асимптотическая формула

$$\alpha_k \approx \frac{1}{2\omega_{12}}\left(i\delta_k + \ln\frac{d_2 + d_4}{d_1 + d_3}\right)$$

где $\delta_k = 2\pi k$, если $id_2/d_4 < 0$, и $\delta_k = (2k - 1)\pi$, если $id_2/d_4 > 0$. Когда материал слоя таков, что числа $\omega_{1n}$ вещественны, все корни уравнения $f_1(\alpha) = 0$ лежат в некоторой полосе, параллельной мнимой оси.

В случае одинаковых материалов слоя и полупространств, когда $C_{mn}^{(1)} = C_{mn}^{(2)}$, из (2.4) следует, что $d_2 = d_4 = d_5 = 0$, $d_1 = d_3$. Тогда согласно (2.2) и (2.3) получаем $f(\lambda, \mu) = 1$. При этом парные уравнения (2.1) превращаются в уравнения задачи о полубесконечной трещине в однородном пространстве.

Если полупространства, объемлющие слой, отсутствуют, что соответствует предельному переходу в (2.2)–(2.4) при $C_{mn}^{(2)} \to 0$, то функция $f(\lambda, \mu)$ принимает вид, отвечающий задаче о трещине в трансверсально-изотропном слое, торцы которого $z = \pm h$ свободны от напряжений:

$$f(\lambda, \mu) = [(\omega^-)^2 \operatorname{ch}\omega^+\alpha - (\omega^+)^2 \operatorname{ch}\omega^-\alpha + 4\omega_{11}\omega_{12}][\omega^-(\omega^- \operatorname{sh}\omega^+\alpha - \omega^+ \operatorname{sh}\omega^-\alpha)]^{-1}$$

Следует отметить, что формулы (2.2)–(2.4) позволяют рассмотреть также ситуации, когда одна или обе компоненты композита являются изотропными. Так, переходя в (2.2)–(2.4) к пределу при $\omega^{-} \to 0$ и полагая

$$C_{11}^{(j)} = C_{33}^{(j)} = 2(1-\nu_j)(1-2\nu_j)^{-1}G_j, \quad C_{44}^{(j)} = G_j, \quad C_{13}^{(j)} = 2\nu_j(1-2\nu_j)^{-1}G_j \tag{2.5}$$

где $G_j$ и $\nu_j$ – модули сдвига и коэффициенты Пуассона слоя ($j$ = 1) и полупространств ($j$ = 2), получим выражение функции (2.2) для композитной среды с изотропными слоями

$$f(\lambda,\mu) = \frac{D_1 \operatorname{sh} 2\alpha + D_3 \operatorname{ch} 2\alpha + D_4\alpha^2 + D_0}{D_1 \operatorname{ch} 2\alpha + D_3 \operatorname{sh} 2\alpha - D_4\alpha}$$

$$D_1 = 4(1-\nu_1)(1-\nu_2)\beta, \quad D_3 = \tfrac{1}{2}[3-4\nu_2+2(1-2\nu_1)(1-2\nu_2)\beta+(3-4\nu_1)\beta^2]$$

$$D_4 = \beta^2 + 2(1-2\nu_2)\beta - 3 + 4\nu_2, \quad \beta = G_2 / G_1$$

$$D_0 = \tfrac{1}{2}[(5-12\nu_1+8\nu_1^2)\beta^2 - 2(1-2\nu_1)(1-2\nu_2)\beta - 3 + 4\nu_2]$$

Аналогичным образом, используя замену (2.5) для $j$ = 1, можно прийти к выражению для $f(\lambda, \mu)$ в случае изотропного центрального слоя и трансверсально-изотропных внешних полупространств. В ситуации, когда слой трансверсально-изотропен, а полупространства изотропны, функция $f(\lambda, \mu)$ сохраняет вид (2.2), (2.3), где коэффициенты $d_n$ получаются с помощью замены (2.5) для $j$ = 2 в формулах (2.4).

**3.** Обозначим через $S_+(\lambda, \mu)$ и $W_-(\lambda, \mu)$ трансформанты Фурье по координатам $x$ и $y$ нормальных напряжений $\sigma_z(x, y, 0)$ на продолжении трещины и нормальных перемещений $w(x, y, 0)$ верхнего берега трещины. Тогда система парных интегральных уравнений (2.1) сводится к следующей скалярной задаче Римана с комплексной переменной $\lambda$ и вещественным параметром $\mu$:

$$K(\lambda,\mu)W_-(\lambda,\mu) = S_+(\lambda,\mu) - P_-(\lambda,\mu), \quad \lambda \in L_\lambda \tag{3.1}$$

$$P_-(\lambda,\mu) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{0} p_*(x,\mu)e^{i\lambda x}dx$$

Поскольку при $\mu \neq 0$ функция $f(\lambda, \mu)$ в полосе $|\operatorname{Im} \lambda| < |\mu|$ регулярна, не имеет нулей и при $|\lambda| \to \infty$ стремится к единице, то факторизация коэффициента задачи (3.1) имеет вид [7]:

$$K(\lambda,\mu) = K_+(\lambda,\mu)K_-(\lambda,\mu), \quad K_\pm(\lambda,\mu) = (\lambda \pm i|\mu|)^{1/2} f_\pm(\lambda,\mu)$$

$$f_\pm(\lambda,\mu) = \exp\left[\pm\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\ln f(t,\mu)}{t-\lambda}dt\right]$$

Тогда известным способом [7] из уравнения (3.1) получаем

$$S_+(\lambda,\mu) = \frac{1}{2\pi i}K_+(\lambda,\mu)\int_{L_\zeta}\frac{P_-(\zeta,\mu)}{K_+(\zeta,\mu)(\zeta-\lambda)}d\zeta$$

где контур $L_\zeta$ расположен между вещественной осью и контуром $L_\lambda$.

Отсюда с помощью обратного преобразования Фурье и теоремы абелева типа находятся напряжения вблизи фронта трещины

$$\sigma_z(x,y,0) \sim \frac{1}{\pi^2 x^{1/2}}\int_0^\infty R(\mu)\cos\mu y\,d\mu \quad (x \to +0) \tag{3.2}$$

$$R(\mu) = (\pi i)^{1/2}\int_{L_\zeta} P_-(\zeta,\mu)K_+^{-1}(\zeta,\mu)d\zeta$$

и коэффициент интенсивности напряжений

$$K_1(y)=\lim_{x\to+0} x^{1/2}\sigma_z(x,y,0)=\frac{1}{\pi^2}\int_0^\infty R(\mu)\cos\mu y\,d\mu \tag{3.3}$$

Вычисления показывают, что при $\mu=0$ функция (2.2) может иметь в зависимости от комбинации трансверсально-изотропных материалов на отрицательной части вещественной оси либо однократный полюс, либо полюс и два различных однократных нуля. В этом случае факторизация коэффициента задачи (3.1) должна проводиться с учетом его особенностей на вещественной оси способом, рассмотренным в работе [8]. Как альтернативный вариант вычисления подынтегральной функции $R(\mu)$ в точке $\mu=0$ может быть использован метод численной экстраполяции.

**4.** В качестве примера рассмотрим случай, когда берега трещины нагружены на оси $x$ сосредоточенными силами величины $P$ на расстоянии $a$ от его вершины. Тогда $p(x,y)=P\delta(x+a)\delta(y)$ и, следовательно, $P_-(\lambda,\mu)=Pe^{-i\lambda a}/2\pi$. Подставляя это выражение в (3.2), применяя теорему о вычетах и вводя безразмерные величины $a_*=a/h$, $\eta=y/h$, $\xi=\mu h$, из (3.3) получаем

$$K_1(\eta)=\frac{P}{\pi^2 h\sqrt{h}}\int_0^\infty R_*(\xi)\cos\xi\eta\,d\xi$$

$$R_*(\xi)=\pi^{-1/2}I(\xi,a_*)+2\pi^{1/2}\operatorname{Re}\sum_{k=1}^\infty\frac{\sqrt{t_k+\xi}\,f_-(-it_k,\xi)f_2(-i\zeta_k)}{t_k f_3(-i\zeta_k)}e^{-a_*t_k}$$

$$f_-(-it,\xi)=\exp\left[\frac{t}{\pi}\int_0^\infty\frac{\ln f(\zeta,\xi)}{\zeta^2+t^2}d\zeta\right],\quad f_3(\zeta)=df_1(\zeta)/d\zeta$$

$$I(\xi,a_*)=\int_\xi^\infty\frac{f_-(-it,\xi)}{\sqrt{t-\xi}}F(\sqrt{t^2-\xi^2})e^{-a_*t}dt,\quad t_k=(\zeta_k^2+\xi^2)^{1/2}$$

$$F(u)=[\varphi_1(u)\varphi_3(u)+\varphi_2(u)\varphi_4(u)]/[\varphi_1^2(u)+\varphi_2^2(u)]$$

$$\varphi_1(u)=d_3\cos\omega^+u+d_4\cos\omega^-u+d_5,\quad \varphi_2(u)=d_1\sin\omega^+u+d_2\sin\omega^-u$$

$$\varphi_3(u)=d_1\cos\omega^+u-d_2\omega^-/\omega^+\cos\omega^-u,\quad \varphi_4(u)=d_3\sin\omega^+u-d_4\omega^-/\omega^+\sin\omega^-u$$

где $\zeta_k$ – расположенные в первом квадранте корни уравнения $f_1(-i\zeta)=0$.

С целью оценки влияния неоднородности среды на напряженное состояние в окрестности фронта трещины введем нормированный коэффициент интенсивности напряжений (КИН):

$$N_1(\eta)=K_1(\eta)/K_1^\infty(\eta),\quad K_1^\infty(\eta)=Pa^{1/2}/[\pi^2 hh^{1/2}(a_*^2+\eta^2)]$$

где $K_1^\infty(\eta)$ – коэффициент интенсивности напряжений в вершине полубесконечной трещины в однородном пространстве [9].

Результаты вычислений $N_1(0)$ для нескольких композиций трансверсально-изотропных материалов $M$ и ряда значений параметра $a_*$ приведены в таблице. В расчетах были использованы значения упругих модулей из [10]. При оценке жесткостных

| $M$. | $a_*=0{,}5$ | $a_*=1{,}0$ | $a_*=1{,}5$ | $a_*=2{,}0$ |
|---|---|---|---|---|
| Zn–$BaTiO_3$ | 0,9611 | 0,7877 | 0,6267 | 0,5350 |
| $BaTiO_3$–Zn | 1,1205 | 1,4359 | 1,6604 | 1,7649 |
| Cd–Co | 0,8761 | 0,5053 | 0,2557 | 0,1741 |
| $BaTiO_3$–β-кварц | 1,0634 | 1,2152 | 1,3097 | 1,3443 |

свойств двух трансверсально-изотропных материалов более жестким будем считать тот, который при одинаковом уровне деформаций имеет большую потенциальную энергию, т.е. матрица $\left\| C_{mn}^{(1)} - C_{mn}^{(2)} \right\|$ – положительно определенная. Приведенные в таблице данные показывают, что если материал слоя является более жестким по сравнению с материалом полупространств, нормированный КИН не превосходит единицы и уменьшается с увеличением относительного расстояния от точки приложения нагрузки до фронта трещины. В противном случае имеет место противоположная ситуация.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Clements D.L.* A crack in an anisotropic layered material // Rozp. Inz. 1979. V. 27. № 1. P. 171–180.
2. *Rogowski B.* An annular crack in layered composits with transversely isotropic constituents // ZAMM. 1984. V. 64. № 7. P. 312–314.
3. *Ang W.T.* A crack in an anisotropic layered material under the action of impact loading // Trans. ASME. Ser E. J. Appl. Mech. 1988. V. 55. № 1. P. 120–125.
4. *Тихомиров В.В.* Напряженное состояние кусочно-однородного слоя с симметричной полубесконечной трещиной // Прикл. механика. 1992. Т. 28. № 2. С. 21–27.
5. *Новацкий В.В.* Электромагнитные эффекты в твердых телах. М.: Мир, 1986. 159 с.
6. *Лехницкий С.Г.* Теория упругости анизотропного тела. М.: Наука, 1977. 415 с.
7. *Нобл Б.* Применение метода Винера–Хопфа (для решения дифференциальных уравнений в частных производных). М.: Изд-во иностр. лит., 1962. 279 с.
8. *Тихомиров В.В.* Равновесие упругого слоя, ослабленного полубесконечной трещиной // Изв. АН СССР. МТТ. 1991. № 5. С. 57–62.
9. *Уфлянд Я.С.* Интегральные преобразования в задачах теории упругости. Л.: Наука, 1967. 402 с.
10. *Хантингтон Г.* Упругие постоянные кристаллов // Успехи физ. наук. 1961. Т. 74. № 3. С. 461–520.



Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
21.II.1996