

УДК 539.3

© 1997 г. К.В. КУКУДЖАНОВ

ДИНАМИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ НЕУПРУГИХ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТОВ

Разработаны теоретические основы методики решения задач динамики многослойных композитных тел. Каждый слой моделируется анизотропной упруговязкопластической упрочняющейся средой, эффективные характеристики которых определяются по известным свойствам компонентов. Разрушение слоев учитывается в рамках модели накопления повреждений.

Для численного интегрирования получающейся системы уравнений используется предложенный в [1] сеточно-характеристический метод решения.

Приводятся решения задач о динамическом деформировании и разрушении двухслойных и четырехслойных пластин под действием импульсной нагрузки.

1. Определяющие уравнения упруговязкопластического поведения композита.

Хорошо известно, что многие материалы (в особенности полимеры) при больших скоростях нагружения ведут себя упруговязкопластически [2, 3].

Определим эффективные упруговязкопластические (УВП) свойства волокнистых или слоистых композиций, исходя из свойств их составляющих и их взаимодействия. Отметим, что различные аспекты неупругого, а именно упругопластического поведения слоистых или волокнистых композиционных материалов (КМ) изучались в [4–13].

Рассмотрим КМ, состоящий из двух однородных компонентов с объемным содержанием j -й фазы η_i , $i = m, f$ ($\eta_m + \eta_f = 1$), индексы f и m обозначают соответственно более жесткую фазу "волокна" и более мягкую "матрица". Будем считать, что в рассматриваемом КМ можно выбрать характеристический элемент объема V [4, 13, 14]. Принимаем, что в любой точке композита существуют оба его компонента. Используем векторно-матричные обозначения $\sigma = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sqrt{2}\sigma_{12}, \sqrt{2}\sigma_{13}, \sqrt{2}\sigma_{23})^T$, $\epsilon = (\epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \epsilon_{33}, \sqrt{2}\epsilon_{12}, \sqrt{2}\epsilon_{13}, \sqrt{2}\epsilon_{23})^T$ тензоры напряжений и деформаций, матрицы L, M и т.д. размера 6×6 – тензоры 4-го ранга, T – транспонирование.

Пусть σ и ϵ – средние по V напряжения и деформации (макроразмеры), $\sigma^m, \sigma^f, \epsilon^m, \epsilon^f$ – средние по объемам фаз композита V_i ($i = m, f$), $V_f + V_m = V$ (микроразмеры). При УВП (неупругом) деформировании полная деформация i -го компонента равна сумме упругой и неупругой составляющих

$$\epsilon^i = \epsilon_e^i + \epsilon_p^i \quad (i = m, f) \quad (1.1)$$

$$\sigma^i = L_i \epsilon_e^i, \quad \epsilon_e^i = M_i \sigma^i \quad (1.2)$$

где L_i и M_i – матрицы упругих модулей и податливостей i -го компонента.

Для неупругой деформации компонента полагаем справедливым ассоциированный

закон течения с условием вязкопластичности

$$\dot{\epsilon}_p^i = \lambda^i \frac{\partial f_i}{\partial \sigma^i}, \quad f_i(\sigma^i) = k^i - \varphi_i(\tau_0^i \dot{I}_p^i) \quad (1.3)$$

$$\dot{I}_p^i = \left(\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_p^i \dot{\epsilon}_p^i \right)^{1/2}, \quad \lambda = \frac{1}{\tau_0^i} \frac{\varphi^{-1}(f_i - k^i)}{\left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial f_i}{\partial \sigma^i} \right) \left(\frac{\partial f_i}{\partial \sigma^i} \right) \right)^{1/2}} \quad (1.4)$$

где τ_0^i – время релаксации материала.

Предположим, что микронапряжения и микродеформации единственным образом связаны с макронапряжениями и макродеформациями

$$\sigma^i = B^i \sigma, \quad \epsilon^i = A^i \epsilon \quad (i = m, f) \quad (1.5)$$

где B^i и A^i – соответственно матрицы концентрации напряжений и деформаций. Связь между средними по композиту и средними в фазах определим как

$$\sigma = \eta_m \sigma^m + \eta_f \sigma^f \quad (1.6)$$

$$\epsilon = \eta_m \epsilon^m + \eta_f \epsilon^f \quad (1.7)$$

Зная матрицу концентрации для одной из фаз в упругости, из (1.2), (1.5) – (1.7) однозначно определяем связь между макронапряжениями и макродеформациями, верно и обратное [4].

Наконец, определим полную деформацию композита как сумму упругой и неупругой частей

$$\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_p = M \sigma + \epsilon_p \quad (1.8)$$

Рассмотрим конкретные волокнистый или слоистый КМ и сделаем некоторые дополнительные предположения.

1. Будем считать, что поля напряжений и деформаций в компонентах композита однородны. Это предположение встречается в большинстве работ по пластичности композитов [6–9]

2. Для однонаправленного волокнистого композита направим ось x декартовой прямоугольной системы координат, связанной с v , вдоль направления волокон. В плоскости Ox_1x_2 волокна могут иметь гексагональную или хаотическую укладку. Будем предполагать [6], что имеет место

$$\sigma_{ij}^m = \sigma_{ij}^f = \sigma_{ij} \quad (ij \neq 33), \quad \sigma_{33}^m = \sigma_{33}^f = \epsilon_{33} \quad (1.9)$$

3. Для слоистого КМ направим ось x_3 декартовой прямоугольной системы координат перпендикулярно поверхностям раздела слоев. Будем считать, что имеет место [14]:

$$\epsilon_{ij}^m = \epsilon_{ij}^f = \epsilon_{ij} \quad (ij \neq 3), \quad \sigma_{i3}^m = \sigma_{i3}^f = \sigma_{i3} \quad (i = 1, 3)$$

Из этих предположений и уравнений (1.2), (1.5) – (1.7) определяются эффективные модули среды. Если матрица или волокна изотропны или трансверсально-изотропны с осью изотропии параллельной x_3 , то эффективная среда оказывается трансверсально-изотропной, а если ось изотропии параллельна x_1 и или x_2 , то эффективная среда ортотропна. Для волокнистого композита упругие модули незначительно отличаются от нижней вариационной оценки [6] при умеренных концентрациях $\eta_f < 0,5$ (отметим, что пластические характеристики, полученные с помощью предположений 1–2, неплохо согласуются с данными натуральных и численных экспериментов [6–7]). Для

слоистого КМ упругие модули совпадают с полученными в [13–14] на основе статического и динамического решений. Заметим, что с уменьшением характерных размеров компонентов улучшается выполнение условий 1–3.

Примем для удобства вывода некоторые дополнительные обозначения. Для слоистого композита $t = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sqrt{2}\sigma_{12})^T$, $\tau = (\sigma_{33}, \sqrt{2}\sigma_{13}, \sqrt{2}\sigma_{23})^T$, $\epsilon = (\epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \sqrt{2}\epsilon_{12})^T$, $\epsilon = (\epsilon_{33}, \epsilon_{13}\sqrt{2}, \epsilon_{23}\sqrt{2})^T$ и т.д. Для волокнистого КМ $t = \sigma_{33}$, $\tau = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sqrt{2}\sigma_{12}, \sqrt{2}\sigma_{13}, \sqrt{2}\sigma_{23})^T$, $\epsilon = \epsilon_{33}$, $e = (\epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \sqrt{2}\epsilon_{12}, \sqrt{2}\epsilon_{13}, \sqrt{2}\epsilon_{23})^T$ и т.д. Тогда из предположений 2–3 и уравнений (1.6) – (1.7) для волокнистого и слоистого КМ имеем

$$\epsilon^t = \epsilon^m = \epsilon, \quad (1.10)$$

$$t = \eta_f t^f + \eta_m t^m \quad (1.11)$$

$$e = \eta_f e^f + \eta_m e^m \quad (1.12)$$

$$\tau^f = \tau^m = \tau \quad (1.13)$$

А соотношения (1.2), (1.5) учетом (1.10), (1.13):

$$\epsilon_e^i = \epsilon_e = M_1^i t^i + D^i \tau \quad (1.14)$$

$$e_e^i = M_2^i \tau + D^{iT} t^i \quad (i = m, f) \quad (1.15)$$

$$t^i = F^i t + G^i \tau \quad (1.16)$$

где M_1^i , M_2^i , D^i – известные матрицы, составленные из элементов матриц M^i , а F^i и G^i – матрицы, составленные из элементов B^i . Используя (1.10) – (1.16), можно полностью определить эффективное упругое поведение КМ. Действительно, из (1.10), (1.11), (1.14) имеем

$$\epsilon = ct + c(\eta_m M_{m1}^{-1} D_m + \eta_f M_{1f}^{-1} D_f) \tau, \quad c^{-1} = \eta_m M_{1m}^{-1} + \eta_f M_{1f}^{-1} \quad (1.17)$$

$$F_m = M_{1m}^{-1} c, \quad G_m = \eta_f (\eta_f M_{1m} + \eta_m M_{1f})^{-1} (D_f - D_m) \quad (1.18)$$

$$F_f = M_{1f}^{-1} c, \quad G_f = \eta_f (\eta_f M_{1m} + \eta_m M_{1f})^{-1} (D_m - D_f)$$

Из (1.12) с учетом (1.15), (1.16), (1.18) получим

$$e = (\eta_m D_m F_m + \eta_f D_f F_f) t + \tau (\eta_m M_{2m} + \eta_f M_{2f} + \eta_m D_m \sigma_m + \eta_f D_f G_f) \quad (1.19)$$

Получим определяющие соотношения для композита, считая, что волокна и матрица находятся в условиях вязкопластического течения. Согласно (1.1) и (1.10), (1.14), (1.15):

$$\epsilon = \epsilon^m = M_{m1} t^m + D_m \tau + \epsilon_p^m, \quad \epsilon = \epsilon^f = M_{f1} t^f + D_f \tau + \epsilon_p^f \quad (1.20)$$

$$e^m = M_{2m} \tau + D_m^T t^m + e_p^m, \quad e^f = M_{2f} \tau + D_f^T t^f + e_p^f \quad (1.21)$$

Используя (1.11), исключим t^f из второго уравнения (1.20), а затем, комбинируя полученное уравнение с первым уравнением (1.20) с тем, чтобы исключить t^m , получим с учетом (1.8) и (1.17), (1.18):

$$\epsilon^p = \eta_m C M_{1m}^{-1} \epsilon_p^m + \eta_f C M_{1f}^{-1} \epsilon_p^f \quad (1.22)$$

Из (1.22), учитывая (1.9), (1.16) – (1.18):

$$t^m = F_m t + G_m \tau - \frac{\eta_f}{\eta_m} M_{1f}^{-1} (\epsilon_p - \epsilon_p^f) \quad (1.23)$$

$$t^f = F_f t + G_f \tau + M_{1f}^{-1} (\epsilon_p - \epsilon_p^f) \quad (1.24)$$

Подставляя (1.21) в (1.12) и используя (1.8), (1.19), (1.22) – (1.24), получим

$$e_p = \eta_m e_p^m + \eta_f e_p^f + (F_m^{-1} G_m)^T (\epsilon_p - \epsilon_p^f) \quad (1.25)$$

Пластическое течение в компоненте начнется, когда имеет место

$$f_i(\sigma^i) = f_i(t^i, \tau) = f_i(F_i t + G_i \tau, \tau) = 0 \quad (i = m, f) \quad (1.26)$$

Очевидно, что в пространстве средних по композиту напряжений это выпуклая поверхность. В дальнейшем будем рассматривать только вложенные одна в другую (непересекающиеся) в пространстве макронапряжений поверхности текучести компонентов.

Это условие выполняется для широкого диапазона реальных композитов и режимов нагружения, поскольку предел текучести волокон значительно превосходит предел текучести матрицы (реальные волокна вообще часто не деформируются пластически). Это же относится и к слоистым КМ, состоящим из слоев матрицы, чередующихся с эффективными волокнистыми слоями.

Рассмотрим случай, когда волокна остаются упругими $\epsilon_p^f = 0$. Тогда условие вязкопластического течения в пространстве макропеременных для композитов в целом имеет вид

$$f(t, \tau, \epsilon_p) = f_m(F_m t + G_m \tau - \frac{\eta_t}{\eta_m} M_{f1}^{-1} \dot{\epsilon}_p, \tau) = k^m + \Phi_m(\dot{i}_p^m) \quad (1.27)$$

$$\dot{i}_p^m = \frac{1}{\eta_m} \left[\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_p^T (F_m^T F_m)^{-1} \dot{\epsilon}_p + \frac{1}{2} (\dot{\epsilon}_p - (F_m^{-1} G_m)^T \epsilon_p^f) (\dot{\epsilon}_p - F_m^{-1} G_m)^T \dot{\epsilon}_p \right]^{\frac{1}{2}}$$

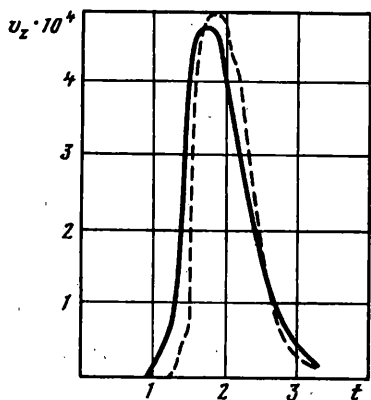
Из соотношений (1.3), (1.27) и уравнений (1.22), (1.25) при $\epsilon_p^f = 0$ и $e_p^f = 0$ с учетом $\partial f / \partial t = F_m^T \partial f_m / \partial t_m$, $\partial t / \partial \tau = G_m^T \partial f_m / \partial t_m + \partial t_m / \partial \tau$ видно, что для композита справедлив ассоциированный закон течения

$$\dot{\epsilon}_p = \lambda \partial f / \partial t, \quad \dot{\epsilon}_p = \lambda \partial f / \partial \tau \quad (1.28)$$

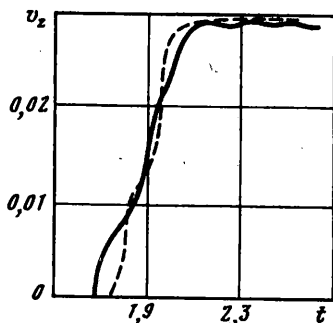
Коэффициент вязкопластичности λ из (1.27) – (1.28) получаем в виде

$$\lambda = \eta_m \Phi^{-1}(f - k_m) \left[\frac{1}{2} \frac{\partial f^T}{\partial t} (F_m^T F_m)^{-1} \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial \tau} - (F_m^{-1} G_m)^T \frac{\partial f}{\partial t} \right)^T \left(\frac{\partial f}{\partial \tau} - F_m^{-1} G_m \right) \frac{\partial f}{\partial t} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (1.29)$$

Соотношения (1.27) – (1.29) совместно с (1.8), (1.17) – (1.19) определяют анизотропную обобщенную УВП среду, начальная поверхность текучести (1.26) которой кинематически переносится на вектор $-\eta_f / \eta_m M_{if}^{-1} \epsilon_p$, а ее размеры меняются в зависимости от некоторой комбинации скоростей неупругих деформаций. Эти определяющие соотношения связывают только средние по V величины и совместно с уравнениями движения для средних полей образуют полную систему уравнений динамики.



Фиг. 1



Фиг. 2

В случае, когда, помимо матрицы, в УВП течения находится и армирующий материал, получить определяющие уравнения только для макровеличин нельзя, поскольку из (1.22) – (1.25) видно, что в определяющие соотношения входят микродеформации, для вычисления которых необходимо решать уравнения (1.3), (1.4). Поэтому при численной реализации этого случая требовалась итерационная процедура.

Полная система уравнений динамики решалась методом, описанным в [1].

2. Распространение нестационарных волн в неупругих композитах. Рассмотренный вывод справедлив для процессов с длиной волны, заметно превышающей характерный размер неоднородности структуры. Эта модель далее используется для описания процессов распространения нестационарных волн, поэтому интересно сравнить получаемые по ней результаты с результатами экспериментов или других моделей.

В [11] изложены результаты двумерных структурных численных экспериментов по распространению неупругих волн в направлении волокон кварц-фенольного КМ $\eta_f = 0,16$. На поверхности $z = 0$, перпендикулярной волокнам, прикладывается прямоугольный импульс скорости амплитуды $v_z = 5 \cdot 10$ см/с и продолжительности 1 мкс. Средняя по волокнам и матрице скорость v_z в зависимости от времени на расстоянии 0,5 см от поверхности приложения нагрузки показана на фиг. 1 сплошной линией, там же штриховой линией обозначено решение, полученное из расчетов по обсуждаемой модели.

Сравним отклик, предсказываемый моделью, с экспериментальными данными [12] по распространению неупругих волн перпендикулярно слоям вольфрам-алюминиевого КМ $\eta_f = 0,221$ толщины 3,58 мм. Лицевая поверхность композита подвергалась удару толстой (25,4 мм) пластинкой из алюминия, имеющей скорость 0,057 мм/мкс. К тыльной поверхности композита прикреплен буфер из плавленого кварца толщиной (6,4 мм), за буфером располагается окошко из плавленого кварца. Изменная скорость частиц задней поверхности буфера [мм/мкс] в зависимости от времени показана на фиг. 2 сплошной линией, там же штрихами показана скорость, полученная по рассматриваемой модели. Отметим, что для композитов с сильно различающимися импедансами компонентов при распространении волн перпендикулярно слоям с увеличением содержания армирующего материала увеличивается отставание во времени, рассчитанного по модели импульса от эталонного, поэтому применимость модели следует ограничить умеренными концентрациями волокон $\eta_f < 0,5$.

3. Моделирование разрушения многослойных композитных тел. Конструкции из композитов обычно имеют многослойную структуру. Будем рассматривать каждый слой (монослой) как анизотропную упрочняющуюся УВП среду. Известно, что при

динамических процессах в КМ, как и в однородных телах, разрушение носит кинетический характер [15, 16]. С изменением напряженного состояния в КМ на начальной стадии происходит процесс образования микротрещин или микропор, который приводит к изменению эффективных характеристик монослоев. На второй стадии микродефекты сливаясь образуют зоны разрушения, что приводит к макроразрушению слоев. Кроме того этот процесс сопровождается расслоением по границе раздела слоев, образуя микротрещины отслоения, ускоряющие глобальное разрушение материала. Математически будем описывать первую стадию процесса микроразрушения при помощи интеграла накопления повреждений I_1 , а вторую стадию разрушения при помощи интеграла накопления повреждений I_2 . Материал слоя считается микро(макро) разрушенным в момент времени t_{pi} , когда $I_i = 1$:

$$I_i = \int_0^{t_{pi}} \frac{dt}{\tau_i(\sigma_k(t))} \geq 1, \quad \tau_i(\sigma_k) = \begin{cases} \tau_i(\sigma_k) & \sigma_k \geq \sigma_0 \\ \infty & \sigma_k < \sigma_0 \end{cases}, \quad (i=1,2) \quad (3.1)$$

где σ_k – одно из нормальных напряжений $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$; σ_0 – пороговое напряжение, начиная с которого растут дефекты, $\tau_i(\sigma_k)$ – имеет смысл времени разрушения материала при $\sigma_k = \text{const}$. При этом будем предполагать, что в материале слоя образуются несплошности (плоские трещины), лежащие в плоскости, перпендикулярной действию напряжения σ_k .

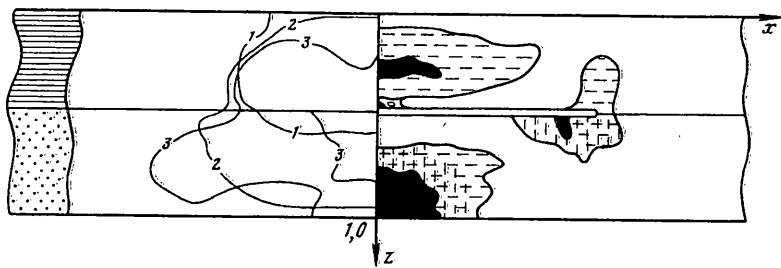
В конкретных расчетах использовались слои, изготовленные из кварцевых волокон ($\eta_f = 0,47$), помещенных в фенольную матрицу (механические характеристики этих материалов приведены в [15]). Для такого КМ при $I_1 = 1$, концентрация микротрещин в матрице $\vartheta = 0,15$, откуда несложно подсчитать упругие модули для материала матрицы, ослабленного дискообразными трещинами, лежащими в плоскости нормальной направлению σ_k , используя формулы из [17]. После чего на основе результатов п. 1 определяем эффективные свойства КМ после первой стадии разрушения. На второй стадии при выполнении условия $I_2 = 1$ происходит разрыв волокон и полное макроразрушение материала слоев. В этом случае считаем, что в разрушенной точке $\sigma_{ij} = 0$, если давление $p \geq 0$ (растяжение), на сжатие материал работает так же, как при микроразрушении. Примем $\tau(\sigma) = A \exp(-B\sigma)$ в соответствии с данными из [15], в которой экспериментально найдены константы A, B, σ_0 для двух рассматриваемых видов разрушения и показано, что эта зависимость хорошо описывает наблюдаемое разрушение кварц-фенольного композита при ударном нагружении.

Для расчета трещин расслоения между слоями КМ принимается следующая модель. На границе раздела слоев $z = h$ при $\sigma_{zz} < \sigma_1$ и $|\sigma_{xz}| < \sigma_2$ ставятся условия полного прилипания

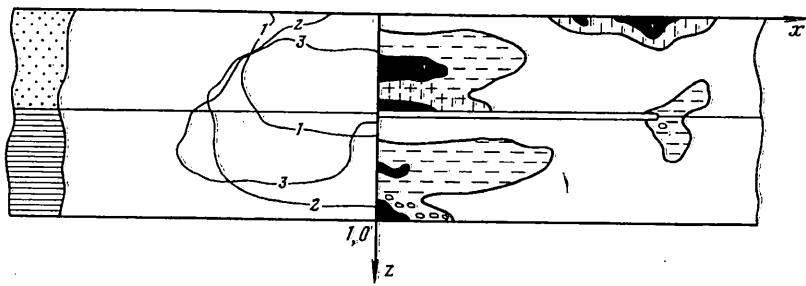
$$\sigma_{zz}^{(l)} = \sigma_{zz}^{(l+1)}, \quad \sigma_{xz}^{(l)} = \sigma_{xz}^{(l+1)}, \quad v_r^{(l)} = v_r^{(l+1)}, \quad v_z^{(l)} = v_z^{(l+1)} \quad (3.2)$$

Здесь σ_1 и σ_2 – пределы прочности соответственно на межслойный отрыв и сдвиг. Если в какой-либо момент времени в некоторой контактной точке $\sigma_{zz} \geq \sigma_1$ или $|\sigma_{xz}| \geq \sigma_2$, то считается, что в этой точке произошло отслоение. При этом, если расстояние от рассматриваемой точки до поверхности смежного тела $\sigma \leq \varepsilon$, где ε – малое положительное число, то на берегах трещины ставится условие скольжения с трением

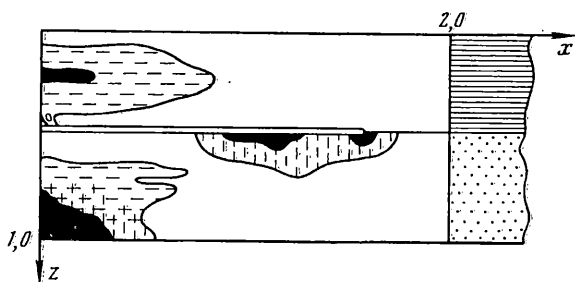
$$\sigma_{xz}^{(l)} = -\sigma_{xz}^{(l+1)} = -\text{Sgn}[v_z] \begin{cases} \mu |\sigma_{zz}|, \sigma_{xz} < k_s, & v_z^{(l)} = v_z^{(l+1)} \\ k_s, \sigma_{xz} \geq k_s, & \sigma_{zz}^{(l)} = \sigma_{zz}^{(l+1)} \end{cases} \quad (3.3)$$



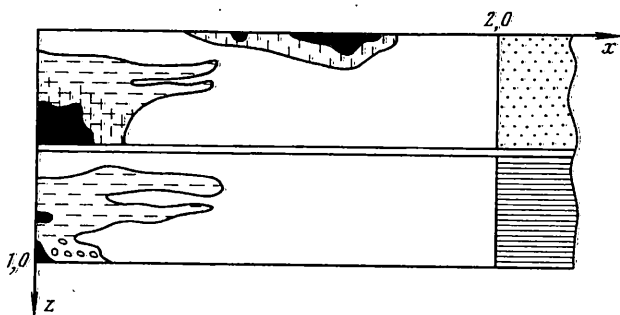
Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

где μ – коэффициент трения, k_s – предел текучести на сдвиг матрицы, верхний индекс в скобках означает принадлежность данной величины к одному из двух контактирующих тел. Если $[v_z] = v_z^{(l)} - v_z^{(l+1)}$, то берега трещины принимаются свободными от напряжения. На основе предложенных модели и метода был составлен комплекс программ для расчета плоских и осесимметричных задач импульсного или ударного деформирования и разрушения тел многослойной структуры.

4. Деформирование и разрушение двухслойной композитной пластины. Рассмотрим плоскую деформацию пластины, составленной из двух однонаправленных волокнистых композитных слоев, имеющих равную толщину $h = 0,5$ и механические характеристики, определяемые согласно (1.17) – (1.19), (1.27) – (1.29) по известным свойствам кварцевых волокон и фенольной матрицы [3, 15]. В пластине слои расположены так, что направления волокон в них взаимно перпендикулярны. На боковых поверхностях слоев ставятся условия излучения. На лицевой поверхности пластины $z = 0$ действует импульс

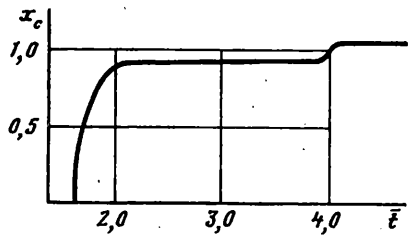
$$\sigma_{zz} = p_0 \exp(-5x^2) \begin{cases} t/t_1, & 0 \leq t \leq t_1 \text{ и } x \leq x_0 \\ 1 - \frac{t-t_1}{t_2-t_1}, & t_1 \leq t \leq t_2 \text{ и } x \leq x_0 \\ 0, & t > t_2 \text{ или } x > x_0 \end{cases}$$

В расчетах принималось в безразмерных переменных $p_0 = 10$, $t_1 = 5\Delta t$, $t_2 = 60\Delta t$, $x_0 = 0,494$.

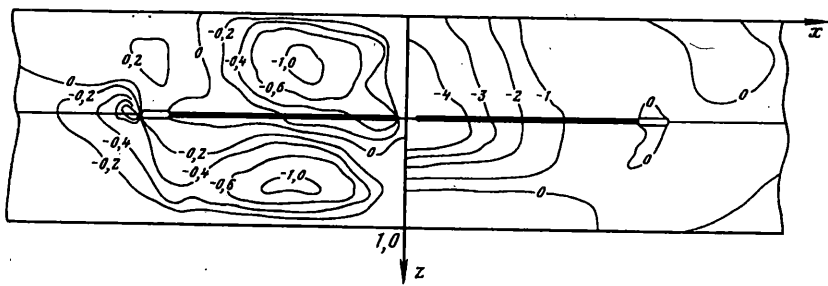
На межслойной границе $\sigma_1 = \sigma_2 = 0,8$ (что находится в соответствии с экспериментальными данными для стеклопластиков [3]). На фиг. 3–6 справа представлены зоны разрушения материала слоев в момент $t = 5 t_0$ (t_0 – время пробега продольной волны по толщине пластины): черточками показаны сечения плоскостью рисунка площадок, по которым произошло микроразрушение (площадки микроразрушения, лежащие в плоскости рисунка, показаны светлыми точками), тогда как области макроразрушения (независимо от вызывающего его напряжения) показаны черными. При этом для композитов, армированных однонаправленным семейством высокопрочных волокон, не рассматривается разрушение в плоскости, перпендикулярной направлению волокон. Заметим, что для времен $t > 5t_0$ дальнейшее разрушение пластины практически не происходит. На фиг. 3–4 слева линиями 1, 2, 3 показаны зоны пластического течения матрицы соответственно в моменты времени $0,616t_0$; $1,05t_0$; $1,48t_0$.

Пусть волокна в верхнем слое направлены вдоль оси x , в нижнем соответственно вдоль y . Рассмотрим сначала случай $\sigma_2 = \infty$, т.е. когда межслойная трещина образуется только под действием нормальных напряжений. Волна сжатия, производимая поверхностной нагрузкой, отражаясь от тыльной поверхности пластины, трансформируется в волну разгрузки, и возникающие вследствие этого растягивающие напряжения σ_{xx} приводят к значительному разрушению всей тыльной приповерхностной зоны (фиг. 3). Когда на межслойной границе растягивающие напряжения σ_{zz} в волне разгрузки превысят предел прочности на разрыв σ_1 , вдоль нее от плоскости симметрии начинает распространяться межслойная трещина, которая, достигая к моменту $t = 2,0$ точки $x = 0,95$, прекращает свой рост.

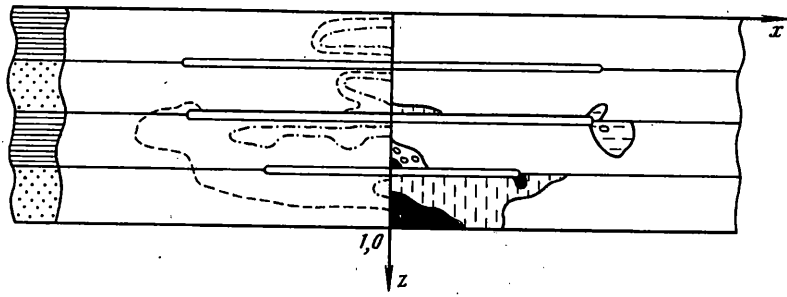
Значительная концентрация напряжений в вершине трещины приводит к тому, что она "разветвляется", т.е. за счет растягивающих напряжений происходит макроразрушение материала нижнего слоя (фиг. 3). Одновременно вблизи вершины трещины в нижнем и верхнем слоях идет процесс образования микроповреждений и наблюдается пластическое течение материала слоев. С образованием и раскрытием трещины от ее поверхности начинается отражение волны; так в верхнем слое отражение волны сжатия вызывает растягивающие напряжения σ_{zz} и σ_{yy} , приводящие



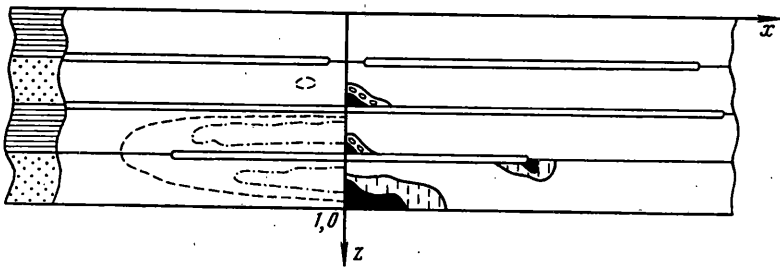
Фиг. 7



Фиг. 8



Фиг. 9



Фиг. 10

к микроразрушению материала. В моменты $t = 2,5-2,8$ при повторном прохождении волны растяжения по верхнему слою в нем на глубине $z = 0,5-0,6$ происходит микроразрушение материала, вызванное растягивающими напряжениями σ_{zz} . Отметим, что картина распространения трещины носит ярко выраженный немонотонный характер, обусловленный нестационарными волновыми процессами, происходящими в пластине. На фиг. 7 представлена зависимость длины трещины, от времени, из которой виден дальнейший рост межслойной трещины.

Результаты расчетов для пластины с направлением волокон в верхнем слое вдоль оси y представлены на фиг. 4.

Отметим, что разрушение вблизи лицевой поверхности пластины вызвано растягивающими напряжениями в области фронта косой волны. Механизм образования межслойной трещины такой же, как в предыдущем случае. Трещина достигает точки $x = 1,36$ к моменту $t = 2,1$, это различие в длине трещины по сравнению с предыдущим случаем объясняется тем, что в рассматриваемом случае область растягивающих напряжений в волне разгрузки распространяется по оси x быстрее вследствие "большой" анизотропии нижнего слоя.

Рассмотрим влияние продолжительности импульса нагрузки, параметр t , на характер разрушения пластины. При увеличении длительности импульса (по сравнению с основными расчетами) до $t_2 = 90\Delta t$ характер разрушения (фиг. 3) остается прежним. С уменьшением t размеры зон разрушения в верхнем слое и зон разрушения, вызываемых напряжениями вблизи тыльной поверхности нижнего слоя, уменьшаются. Так при $t_2 = 22\Delta t$ за исключением зон микроразрушения в вершине трещины верхний слой оказывается неразрушенным. Однако в нижнем слое с уменьшением t_2 начинают появляться зоны значительного микро- и макроразрушения за счет растягивающих напряжений σ_{zz} . При $t_2 = 22\Delta t$ наблюдается максимальное (по площади) суммарное разрушение нижнего слоя. Отметим, что с изменением t длина межслойной трещины меняется незначительно. Аналогично разрушается пластина с направлением армирования верхнего слоя вдоль оси y .

Рассмотрим случай $\sigma_1 = \sigma_2 = 0,8$, т.е. межслойная трещина теперь может образовываться как под действием нормальных, так и касательных напряжений. Пусть волокна в верхнем слое направлены вдоль оси x . В материале верхнего слоя на расстоянии $x = 0,44-0,60$ (под крайней точкой действия поверхностной нагрузки) возникает и начинает распространяться область значительных касательных напряжений, которая, достигая межслойной границы, вызывает образование трещины сдвига.

Ее берега сомкнуты и скользят друг относительно друга по закону Кулона $\mu = 0,1$. Трещина распространяется как к плоскости симметрии, так и от нее. При этом интересно отметить, что за вершиной трещины (на общем фоне сжимающих напряжений) образуется область растягивающих напряжений $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$, приводящая к раскрытию трещины. На фиг. 8 слева и справа представлены соответственно поля касательных σ_{xz} и нормальных σ_{zz} напряжений в момент $t = 1,24$.

При изменении $\mu = 0,1-0,5$ картина качественно не меняется. Как только волна разгрузки достигает межслойной границы, происходит раскрытие трещины по всей ее длине. Значительные растягивающие напряжения в вершине трещины и вблизи ее поверхности приводят к существенному разрушению всей приповерхностной зоны нижнего слоя (фиг. 5). Отметим, что при $t > 2,6$ происходит частичное закрытие трещины (до 10% длины) в ее вершине, при этом образовавшаяся приповерхностная зона разрушения играет роль экрана, препятствующего еще большему закрытию трещины. Если волокна в верхнем слое направлены вдоль оси y , то сдвиговые напряжения в области под крайней точкой действия поверхностной нагрузки естественно увеличиваются по сравнению с предыдущим случаем, а это приводит к тому, что трещина сдвига распространяется практически по всей длине контактной поверхности. Поэтому с приходом волны разгрузки верхний и нижний слои деформируются и разрушаются независимо (фиг. 6).

5. Разрушение четырехслойной композитной пластины. Рассмотрим плоскую деформацию пластины, составленной из четырех кварц-фенольных слоев одинаковой толщины $h = 0,25$, моделируемых, как и п. 4, трансверсально-изотропной УВП средой. Волокна в верхнем слое направлены вдоль оси x , в каждом следующем слое направление волокон составляет с предыдущим угол 90° . На боковых поверхностях слоев стоят условия излучения. Все механические характеристики и параметры нагрузки такие же, как в п. 4.

Рассмотрим случай $\sigma_2 = \infty$. На фиг. 9 справа представлена картина разрушения для $t = 5t_0$ (обозначения те же, что и на фиг. 3). Волна, достигая тыльной поверхности четвертого слоя, трансформируется в волну разгрузки, которая приводит к образованию трещины на третьей межслойной границе. От поверхности образовавшейся трещины начинается отражение волн, которые вызывают расслоение по второй межслойной границе и т.д. Зона макроразрушения в последнем слое обусловлена напряжением σ_{xx} и образуется при втором прохождении волны разгрузки по материалу этого слоя ($t = 1,6-1,8$). Это разрушение приводит к уменьшению напряжений σ_{zz} в волне разгрузки, вследствие чего межслойная трещина больше не распространяется вдоль третьей межслойной границы, а "прорастает" в нижний слой. Отметим, что напряжения σ_{zz} не вызывают континуального разрушения слоев пластины, исключая зону разрушения в вершине трещины на второй межслойной границе. Зоны возможных микро- и макроразрушений за счет напряжений материала за счет напряжений σ_{zz} показаны на фиг. 9 (слева) штриховой и штрихпунктирной линиями соответственно.

Картина разрушения пластины в случае $\sigma_1 = \sigma_2 = 0,8$ представлена на фиг. 10 (обозначения те же, что и на фиг. 9). Область больших касательных напряжений под крайней точкой поверхностной нагрузки, достигая межслойных границ, приводит к возникновению трещин сдвига, распространяющихся к плоскости симметрии и от нее. Левые вершины трещин останавливаются на расстоянии $x = 0,1-0,12$ от плоскости симметрии (эти оставшиеся связи позже разрушаются волнами разгрузки за счет растягивающих напряжений σ_{zz} на второй и третьей межслойных границах). За правыми движущимися вершинами трещины в моменты 0,72 и 0,98 соответственно для первой и второй межслойных границ возникают зоны растягивающих напряжений, приводящие к открытию трещин аналогично тому, как это показано на фиг. 8. Отметим, что континуальное разрушение второго и четвертого слоев вызвано только напряжениями σ_{xx} , а первого и третьего — напряжениями σ_{yy} .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кукуджанов К.В. Численное моделирование динамического разрушения композитного слоя. // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Горький: Горьковск. ун-т. 1990. № 46. С. 26–34.
2. Кольский Г. Волны напряжений в твердых телах. М.: Изд-во иностр. лит., 1955. 192 с.
3. Справочник по композиционным материалам: В 2-х кн. / Под ред. Дж. Любина. М.: Машиностроение, 1988. Т. 1. 446 с.; Т. 2. 579 с.
4. Хилл Р. Упругие свойства составных сред: некоторые теоретические принципы // Механика. Период. сб. перевод иностр. статей. 1964. № 5. С. 127–143.
5. Хилл Р. Континуальная микромеханика упругопластических поликристаллов // Механика. Период. сб. перевод. иностр. статей. 1966. № 4. С. 131–144.
6. Dvorak G.J., Bahei-El-Din Y.A. Plasticity analysis of fibrous composites // Trans. ASME. J. Appl. Mech. 1982. V. 49. No. 2. P. 327–335.
7. Исупов Л.П., Работнов Ю.Н. О законе пластичности композитной среды // Изв. АН СССР. МТТ. 1985. № 1. С. 121–127.
8. Sawicky A. Yield conditions for layered composites // Intern. J. Solids and Structures. 1981. V. 17. No. 10. P. 969–979.
9. Min B.K. A plane stress formulation for elastic-plastic deformation of unidirectional composites // J. Mech. and Phys. Solids. 1981. V. 29. No. 4. P. 327–352.

10. Эглит М.Э. Об осредненном описании процессов в периодических упругопластических средах // Механика композит. материалов. 1984. № 5. С. 825–831.
11. Hegemier G.A., Gurtman G.A. Finite-amplitude elastic-plastic wave propagation in fiber reinforced composites // J. Appl. Phys. 1974. V. 45. No. 10. P. 4254–4261.
12. Драмхелер, Сазерланд. Решетчатая модель композиционного материала для исследования распространения волн напряжения // Прикл. механика. 1973. Т. 40. № 1. С. 157–164.
13. Механика композиционных материалов / Под ред. Дж. Сендецки. М. Мир. 1978. 567 с.
14. Болотин В.В., Новичков Ю.В. Механика многослойных конструкций. М. Машиностроение. 1980. 375 с.
15. Cohen L.J., Berkowitz H.M. Dynamic fracture of quartz-phenolic composite under stress-wave loading in uniaxial strain // J. Franklin Inst. 1972. V. 293. No. 1. P. 25–45.
16. Тамуж В.П., Куксенко В.С. Микромеханика разрушения полимерных материалов. Рига. Зинатне. 1978. 294 с.
17. Салганик Р.Л. Механика тел с большим числом трещин // Изв. АН СССР. МТТ. 1973. № 4. С. 149–158.

Москва

Поступила в редакцию
19.IX.1995