МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 4 • 1997

УДК 539.214:539.374

© 1997 г. А.М. ВАСИЛЬЕВА, Д.Д. ИВЛЕВ

О НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ ИДЕАЛЬНОПЛАСТИЧЕСКОГО ПОЛОГО ЦИЛИНДРА, БЛИЗКОГО К КРУГОВОМУ

Следуя А.Ю. Ишлинскому [1], рассматривается возмущенное напряженное состояние полой цилиндрической трубы из идеальнопластического материала.

1. Введем цилиндрическую систему координат ρ, θ, z, компоненты напряжений обозначим σ_ρ, $\tau_{\rho\theta}$, ... Уравнения равновесия в цилиндрической системе координат имеют вид

$$\begin{gathered}
\frac{\partial\sigma_\rho}{\partial\rho}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial\tau_{\rho\theta}}{\partial\theta}+\frac{\partial\tau_{\rho z}}{\partial z}+\frac{\sigma_\rho-\sigma_\theta}{\rho}=0 \\
\frac{\partial\tau_{\rho\theta}}{\partial\rho}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial\theta}+\frac{\partial\tau_{\theta z}}{\partial z}+\frac{2\tau_{\rho\theta}}{\rho}=0 \\
\frac{\partial\tau_{\rho z}}{\partial\rho}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial\tau_{\theta z}}{\partial\theta}+\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}+\frac{\tau_{\rho z}}{\rho}=0
\end{gathered} \tag{1.1}$$

Условия пластического состояния представим в виде [2]:

$$\begin{gathered}
\left(\sigma_\rho-\sigma+\tfrac{2}{3}k\right)\left(\sigma_\theta-\sigma+\tfrac{2}{3}k\right)=\tau_{\rho\theta}^2 \\
\left(\sigma_\theta-\sigma+\tfrac{2}{3}k\right)\left(\sigma_z-\sigma+\tfrac{2}{3}k\right)=\tau_{\theta z}^2 \\
\left(\sigma_z-\sigma+\tfrac{2}{3}k\right)\left(\sigma_\rho-\sigma+\tfrac{2}{3}k\right)=\tau_{\rho z}^2
\end{gathered} \tag{1.2}$$

а также

$$\begin{gathered}
\left(\sigma_\rho-\sigma+\tfrac{2}{3}k\right)\tau_{\theta z}=\tau_{\rho\theta}\tau_{\rho z} \\
\left(\sigma_\theta-\sigma+\tfrac{2}{3}k\right)\tau_{\rho z}=\tau_{\rho\theta}\tau_{\theta z} \\
\left(\sigma_z-\sigma+\tfrac{2}{3}k\right)\tau_{\rho\theta}=\tau_{\rho z}\tau_{\theta z}
\end{gathered} \tag{1.3}$$

Запишем граничные условия

$$\begin{gathered}
\sigma_\rho\cos(\mathbf{n}\rho)+\tau_{\rho\theta}\cos(\mathbf{n}\theta)+\tau_{\rho z}\cos(\mathbf{n}z)=P_\rho \\
\tau_{\rho\theta}\cos(\mathbf{n}\rho)+\sigma_\theta\cos(\mathbf{n}\theta)+\tau_{\theta z}\cos(\mathbf{n}z)=P_\theta \\
\tau_{\rho z}\cos(\mathbf{n}\rho)+\tau_{\theta z}\cos(\mathbf{n}\theta)+\sigma_z\cos(\mathbf{n}z)=P_z
\end{gathered} \tag{1.4}$$

где $\mathbf{n}$ – нормаль к боковой поверхности, P_ρ, P_θ, P_z – проекции усилий на оси ρ, θ, z.

Решение будем искать в виде

$$\sigma_\rho = \sigma_\rho^\circ + \sigma'_\rho, \quad \sigma_\theta = \sigma_\theta^\circ + \sigma'_\theta, \quad \sigma_z = \sigma_z^\circ + \sigma'_z$$

$$\tau_{\rho\theta} = \tau'_{\rho\theta}, \quad \tau_{\rho z} = \tau'_{\rho z}, \quad \tau_{\theta z} = \tau'_{\theta z} \tag{1.5}$$

где индекс градус приписан компонентам исходного состояния, штрих – компонентам возмущенного состояния.

В качестве исходного рассмотрим напряженное состояние цилиндрической трубы радиусов a, b ($a < b$), находящейся под действием внутреннего давления p и осевой нагрузки q.

В исходном состоянии

$$\sigma_\rho^\circ, \ \sigma_\theta^\circ, \ \sigma_z^\circ \neq 0, \quad \tau_{\rho\theta}^\circ = \tau_{\rho z}^\circ = \tau_{\theta z}^\circ = 0 \tag{1.6}$$

Из (1.6) и уравнений равновесия (1.1) получим

$$\frac{d\sigma_\rho^\circ}{d\rho} + \frac{\sigma_\rho^\circ - \sigma_\theta^\circ}{\rho} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_\theta^\circ}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_z^\circ}{\partial z} = 0 \tag{1.7}$$

Условия пластичности (1.2), (1.3) в исходном состоянии (1.6) могут быть удовлетворены в трех случаях:

$$\sigma_\rho^\circ - \sigma^\circ + \tfrac{2}{3}k = 0, \quad \sigma_\theta^\circ - \sigma^\circ + \tfrac{2}{3}k = 0, \quad \sigma_z^\circ - \sigma^\circ + \tfrac{2}{3}k \neq 0 \tag{1.8}$$

$$\sigma_\theta^\circ - \sigma^\circ + \tfrac{2}{3}k = 0, \quad \sigma_z^\circ - \sigma^\circ + \tfrac{2}{3}k = 0, \quad \sigma_\rho^\circ - \sigma^\circ + \tfrac{2}{3}k \neq 0 \tag{1.9}$$

$$\sigma_z^\circ - \sigma^\circ + \tfrac{2}{3}k = 0, \quad \sigma_\rho^\circ - \sigma^\circ + \tfrac{2}{3}k = 0, \quad \sigma_\theta^\circ - \sigma^\circ + \tfrac{2}{3}k \neq 0 \tag{1.10}$$

Уравнение боковой поверхности полого цилиндра (внутренней или внешней) представим в виде

$$r = r_0 + \delta f(\theta, z) \tag{1.11}$$

В дальнейшем отнесем величины, имеющие размерность длины, к r_0 и перепишем соотношение (1.11) в виде

$$\rho = 1 + \delta f(\theta, \ z), \quad \delta \ll 1, \quad \rho = r / r_0 \tag{1.12}$$

Согласно (1.12) с точностью до малых высшего порядка будем иметь

$$\cos(\mathbf{n}\rho) \approx 1, \quad \cos(\mathbf{n}\theta) \approx -\delta \partial f / \partial \theta, \quad \cos(\mathbf{n}z) = -\delta \partial f / \partial z \tag{1.13}$$

В рассматриваемом случае в граничных условиях (1.4):

$$P_\rho = -p, \quad p = \mathrm{const}, \quad P_\theta = 0, \quad P_z = 0$$

Из (1.4), (1.5), (1.13) найдем

$$\sigma'_\rho + \delta \frac{d\sigma_\rho^\circ}{d\rho} f(\theta, \ z) = 0, \quad \tau'_{\rho\theta} = \delta \sigma_\theta^\circ \frac{\partial f}{\partial \theta} = 0$$

$$\tau'_{\rho z} - \delta \sigma_z^\circ \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \quad \text{при} \quad \rho = 1 \tag{1.14}$$

2. Рассмотрим случай (1.8), тогда

$$\sigma_\rho^\circ = \sigma_\theta^\circ, \quad \sigma_z^\circ = \sigma_\rho^\circ + 2k \tag{2.1}$$

Из (1.7), (2.1), (1.4) следует

$$\sigma_\rho^\circ = \sigma_\theta^\circ = -p, \quad \sigma_z^\circ = 2k - p, \quad p = \text{const} \tag{2.2}$$

Из (1.5), (1.2), (1.3), (1.8) получим

$$\sigma'_\rho = \sigma'_\theta = \sigma'_z = \sigma', \quad \tau'_{\rho\theta} = 0 \tag{2.3}$$

Согласно (2.3) уравнения равновесия примут вид

$$\frac{\partial\sigma'}{\partial\rho} + \frac{\partial\tau'_{\rho z}}{\partial z} = 0, \quad \frac{1}{\rho}\frac{\partial\sigma'}{\partial\theta} + \frac{\partial\tau'_{\theta z}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial\tau'_{\rho z}}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\tau'_{\theta z}}{\partial\theta} + \frac{\partial\sigma'}{\partial z} + \frac{\tau'_{\rho z}}{\rho} = 0 \tag{2.4}$$

Положим

$$\sigma' = \frac{\partial\Psi}{\partial z}, \quad \tau'_{\rho z} = -\frac{\partial\Psi}{\partial\rho}, \quad \tau'_{\theta z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial\Psi}{\partial\theta} \tag{2.5}$$

Согласно (2.4), (2.5) получим

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\theta^2} - \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\Psi}{\partial\rho} = 0 \tag{2.6}$$

Решение уравнения (2.6) представим в виде

$$\Psi = R(\rho)\cos m\theta \cos nz \tag{2.7}$$

Разделяя переменные в (2.6), для функции $R(\rho)$ получим уравнение Бесселя

$$R'' + R'/\rho + (n^2 - m^2/\rho^2)R = 0 \tag{2.8}$$

Следовательно

$$\Psi = (C_1 J_m(n\rho) + C_2 N_m(n\rho))\cos m\theta \cos nz \tag{2.9}$$

Из (2.5), (2.9) найдем

$$\sigma' = -n(C_1 J_m(n\rho) + C_2 N_m(n\rho))\cos m\theta \sin nz$$

$$\tau'_{\rho z} = -n(C_1 J'_m(n\rho) + C_2 N'_m(n\rho))\cos m\theta \cos nz$$

$$\tau'_{\theta z} = \frac{m}{\rho}(C_1 J_m(n\rho) + C_2 N_m(n\rho))\sin m\theta \cos nz \tag{2.10}$$

В случае (2.1), (2.3), согласно (1.14), получим

$$\sigma'_\rho = 0, \quad \partial f/\partial\theta = 0, \quad \tau'_{\rho z} - \delta\sigma_z^\circ \partial f/\partial z = 0 \tag{2.11}$$

Решение будем искать в предположениях

$$\sigma'_{ij} = \sigma'_{ij}(\rho,\ z) \tag{2.12}$$

Положим $f = A\sin nz$, тогда из (2.11) будем иметь

$$C_1 J_m(n) + C_2 N_m(n) = 0, \quad C_1 J'_m(n) + C_2 N'_m(n) + \delta A\sigma_z^\circ = 0 \tag{2.13}$$

Из (2.13) найдем

$$C_1 = -\frac{\delta A\pi n(-p+2k)N_m(n)}{2}, \quad C_2 = \frac{\delta A\pi n(-p+2k)J_m(n)}{2} \tag{2.14}$$

Из (2.10), (2.14) получим

$$\sigma' = \frac{n^2\delta A\pi(-p+2k)}{2}[N_0(n)J_0(n\rho) - J_0(n)N_0(n\rho)]\sin nz$$

$$\tau'_{\rho z} = \frac{n^2\delta A\pi(-p+2k)}{2}[N_0(n)J'_0(n\rho) - J_0(n)N'_0(n\rho)]\cos nz \qquad (2.15)$$

$$\tau'_{\theta z} = \tau'_{\theta z}(\rho)$$

В случае осевой симметрии $\tau'_{\theta z} = 0$.

3. Рассмотрим случай (1.9), тогда

$$\sigma^\circ_\theta = \sigma^\circ_z, \quad \sigma^\circ_\rho = \sigma^\circ_\theta + 2k \qquad (3.1)$$

Из (1.7), (3.1) следует

$$\sigma^\circ_\rho = \sigma^\circ_\rho(\rho), \quad \sigma^\circ_\theta = \sigma^\circ_z = \sigma^\circ_\rho - 2k \qquad (3.2)$$

Из (1.5), (1.2), (1.3), (1.9) получим

$$\sigma'_\rho = \sigma'_\theta = \sigma'_z = \sigma', \quad \tau'_{\theta z} = 0 \qquad (3.3)$$

Согласно (3.3) уравнения равновесия примут вид

$$\frac{\partial\sigma'}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\tau'_{\rho\theta}}{\partial\theta} + \frac{\partial\tau'_{\rho z}}{\partial z} = 0, \qquad \frac{\partial\tau'_{\rho\theta}}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\sigma'}{\partial\theta} + \frac{2\tau'_{\rho\theta}}{\rho} = 0$$

$$\partial\tau'_{\rho z}/\partial\rho + \partial\sigma'/\partial z + \tau'_{\rho z}/\rho = 0 \qquad (3.4)$$

Положим

$$\sigma' = \frac{1}{\rho}\frac{\partial\Psi}{\partial\rho}, \quad \tau'_{\rho\theta} = -\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}, \quad \tau'_{\rho z} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial\Psi}{\partial z} \qquad (3.5)$$

Согласно (3.4), (3.5) получим

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial\rho^2} - \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\theta^2} - \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial\Psi}{\partial\rho} = 0 \qquad (3.6)$$

Функция R (ρ) определяется из следующего уравнения:

$$R'' - R'/\rho + (n^2 + m^2/\rho^2)R = 0 \qquad (3.7)$$

Отсюда

$$R = \rho(C_1J_\nu(n\rho) + C_2N_\nu(n\rho)), \quad \nu = \sqrt{1-m^2}$$

Следовательно

$$\Psi = \rho(C_1J_\nu(n\rho) + C_2N_\nu(n\rho))\cos m\theta\cos nz \qquad (3.8)$$

Из (3.5), (3.8) получим

$$\sigma' = \frac{1}{\rho}[C_1(J_\nu(n\rho) + \rho nJ'_\nu(n\rho)) +$$

$$+C_2(N_\nu(n\rho) + \rho nN'_\nu(n\rho))]\cos m\theta\cos nz$$

$$\tau'_{\rho\theta} = \frac{m}{\rho}[C_1J_\nu(n\rho) + C_2N_\nu(n\rho)]\sin m\theta\cos nz \qquad (3.9)$$

$$\tau'_{\rho z} = n[C_1J_\nu(n\rho) + C_2N_\nu(n\rho)]\cos m\theta\sin nz$$

В случае (3.2), (3.3) положим $f = B\cos m\theta \cos nz$. Из (3.9), (1.14) получим два соотношения:

$$C_1 J_\nu(n) + C_2 N_\nu(n) = \delta B(p+2k), \quad C_1 J'_\nu(n) + C_2 N'_\nu(n) = -\delta\frac{Bp}{n} \tag{3.10}$$

Отсюда

$$C_1 = \frac{\delta B(p+2k)}{J_\nu(n)}\left[1 + \frac{\pi n}{2} N_\nu(n) J'_\nu(n)\right] + \frac{\pi N_\nu(n)}{2}\delta B p$$

$$C_2 = -\frac{\pi\delta B}{2}[pJ_\nu(n) + n(p+2k)J'_\nu(n)] \tag{3.11}$$

Поле напряжений определяется из (3.9), (3.11).

В осесимметричном случае $\tau'_{\rho\theta} = 0$, $m = 0$, тогда

$$\sigma' = \frac{1}{\rho}[C_1(J_1(n\rho) + \rho n J'_1(n\rho)) + C_2(N_1(n\rho) + \rho n N'_1(n\rho))]\cos nz$$

$$\tau'_{\rho z} = n[C_1 J_1(n\rho) + C_2 N_1(n\rho)\sin nz\,\tau'_{\rho\theta} = 0 \tag{3.12}$$

$$C_1 = \frac{\delta B(p+2k)}{J_1(n)}\left[1 + \frac{\pi n}{2} N_1(n) J'_1(n)\right] + \frac{\pi N_1(n)}{2}\delta B p$$

$$C_2 = -\frac{\pi\delta B}{2}[pJ_1(n) + n(p+2k)J'_1(n)]$$

4. Рассмотрим случай (1.10), тогда

$$\sigma^\circ_z = \sigma^\circ_\rho, \quad \sigma^\circ_\theta = \sigma^\circ_z + 2k \tag{4.1}$$

Из (1.7), (4.1) следует

$$\sigma^\circ_\rho = \sigma^\circ_\rho(\rho), \quad \sigma^\circ_\theta = \sigma^\circ_\theta(\rho), \quad \sigma^\circ_z = \sigma^\circ_z(\rho), \quad \sigma^\circ_\theta = \sigma^\circ_z + 2k \tag{4.2}$$

Из (1.5), (1.2), (1.3), (1.10) получим

$$\sigma'_\rho = \sigma'_\theta = \sigma'_z = \sigma', \quad \tau'_{\rho z} = 0 \tag{4.3}$$

Согласно (4.3) уравнения равновесия примут вид

$$\frac{\partial\sigma'}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\tau'_{\rho\theta}}{\partial\theta} = 0, \quad \frac{1}{\rho}\frac{\partial\tau'_{\theta z}}{\partial\theta} + \frac{\partial\sigma'}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial\tau'_{\rho\theta}}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial\sigma'}{\partial\theta} + \frac{\partial\tau'_{\theta z}}{\partial z} + \frac{2\tau'_{\rho\theta}}{\rho} = 0 \tag{4.4}$$

Положим

$$\sigma' = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial\Psi}{\partial\theta}, \quad \tau'_{\rho\theta} = \frac{\partial\Psi}{\partial\rho}, \quad \tau'_{\theta z} = \frac{\partial\Psi}{\partial z} \tag{4.5}$$

Согласно (4.4), (4.5) будем иметь

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial\rho^2} - \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2} + \frac{2}{\rho}\frac{\partial\Psi}{\partial\rho} = 0 \tag{4.6}$$

Решение уравнения (4.6) представим в виде (2.7), тогда для функции $R(\rho)$ получим уравнение

$$R''+2R'/\rho-(n^2-m^2/\rho^2)R=0 \tag{4.7}$$

Отсюда

$$R=[C_1 J_{\mu/2}(in\rho)+C_2 N_{\mu/2}(in\rho)]/\sqrt{\rho}, \quad \mu=\sqrt{1-4m^2}$$

Следовательно

$$\Psi=\frac{1}{\sqrt{\rho}}[C_1 J_{\mu/2}(in\rho)+C_2 N_{\mu/2}(in\rho)]\cos m\theta\cos nz \tag{4.8}$$

Из (4.5), (4.8) получим

$$\sigma'=\frac{m}{\rho\sqrt{\rho}}[C_1 J_{\mu/2}(in\rho)+C_2 N_{\mu/2}(in\rho)]\sin m\theta\cos nz$$

$$\tau'_{\rho\theta}=\frac{1}{\sqrt{\rho}}\left[C_1\left(inJ'_{\mu/2}(in\rho)-\frac{1}{2\rho}J_{\mu/2}(in\rho)\right)+\right.$$

$$\left.+C_2\left(inN'_{\mu/2}(in\rho)-\frac{1}{2\rho}N_{\mu/2}(in\rho)\right)\right]\cos m\theta\cos nz \tag{4.9}$$

$$\tau'_{\theta z}=-\frac{n}{\sqrt{\rho}}[C_1 J_{\mu/2}(in\rho)+C_2 N_{\mu/2}(in\rho)]\cos m\theta\sin nz$$

В случае (4.1), (4.3), согласно (1.14), получим

$$\sigma'_\rho+\delta\frac{d\sigma^\circ_\rho}{d\rho}f(\theta,\ z)=0, \quad \tau'_{\rho\theta}-\delta\sigma^\circ_\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}=0, \quad \frac{\partial f}{\partial z}=0 \quad \text{при } \rho=1 \tag{4.10}$$

Решение будем искать в предположениях

$$\sigma'_{ij}=\sigma'_{ij}(\rho,\ \theta) \tag{4.11}$$

Согласно (4.11) уравнение (4.7) перепишем в виде

$$R''+\frac{2}{\rho}R'+\frac{m^2}{\rho^2}R=0 \tag{4.12}$$

Отсюда

$$R(\rho)=C_1\rho^{(-1+\mu)/2}+C_2\rho^{(-1-\mu)/2} \quad \text{при } \mu=\sqrt{1-4m^2}\neq 0 \tag{4.13}$$

$$R(\rho)=\rho^{-1/2}(C_1+C_2\ln\rho) \quad \text{при } 1-4m^2=0 \tag{4.14}$$

Так как

$$\Psi=R\cos m\theta \tag{4.15}$$

из (4.5), (4.15), (4.13) получим

$$\sigma'=\frac{m}{\rho}(C_1\rho^{(-1+\mu)/2}+C_2\rho^{(-1-\mu)/2})\sin m\theta$$

$$\tau'_{\rho\theta}=\left(\frac{-1+\mu}{2}C_1\rho^{(-3+\mu)/2}-\frac{1+\mu}{2}C_2\rho^{(-3-\mu)/2}\right)\cos m\theta \tag{4.16}$$

$$\tau'_{\theta z}=\tau'_{\theta z}(\rho)$$

Из (4.5), (4.15), (4.14) найдем

$$\sigma' = \frac{m}{\rho\sqrt{\rho}}(C_1 + C_2 \ln\rho)\sin m\theta \tag{4.17}$$

$$\tau'_{\rho\theta} = \frac{1}{2\rho\sqrt{\rho}}[C_2(2 - \ln\rho) - C_1]\cos m\theta \quad \tau'_{\theta z} = \tau'_{\theta z}(\rho)$$

Положим $f = D \sin m\theta$, тогда из (4.10), (4.16) определим C_1 и C_2:

$$C_1 = \frac{2mK_2 - K_1(1+\mu)}{2m\mu}, \quad C_2 = \frac{K_1(1-\mu) - 2mK_2}{2m\mu} \tag{4.18}$$

$$K_1 = 2k\delta D, \quad K_2 = \delta Dm(-p + 2k)$$

Подставляя (4.18) в (4.16), будем иметь

$$\sigma' = \frac{\rho^{-(\mu+3)/2}}{2\mu}[2mK_2(\rho^{\mu} - 1) - K_1((1-\mu) - \rho^{\mu}(1+\mu))]\sin m\theta$$

$$\tau'_{\rho\theta} = \frac{\rho^{-(\mu+3)/2}}{4m\mu}[2mK_2(\rho^{\mu}(\mu - 1) + (1+\mu)) + K_1(1-\mu^2)(\rho^{\mu} - 1)]\cos m\theta$$

$$\tau'_{\theta z} = \tau'_{\theta z}(\rho) \tag{4.19}$$

Из (4.10), (4.17) получим

$$C_1 = -K_1 / m, \quad C_2 = K_3 / 2m \tag{4.20}$$

$$K_1 = 2k\delta D, \quad K_3 = \delta Dm^2(-p + 2k) - 2\delta kD$$

Подставляя (4.20) в (4.17), определим поле напряжений

$$\sigma' = \frac{1}{2\rho\sqrt{\rho}}[K_3 \ln\rho - 2K_1]\sin m\theta$$

$$\tau'_{\rho\theta} = \frac{1}{4m\rho\sqrt{\rho}}[K_3(2 - \ln\rho) + 2K_1]\cos m\theta \tag{4.21}$$

$$\tau'_{\theta z} = \tau'_{\theta z}(\rho)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ишлинский А.Ю.* Растяжение бесконечно длинной идеально пластической полосы переменного сечения // Докл. АН УССР. Киев. 1958. № 1. С. 12–15.
2. *Ивлев Д.Д., Ершов Л.В.* Метод возмущений в теории упругопластических деформаций. М.: Наука, 1978. 196 с.

Чебоксары

Поступила в редакцию
13.III.1996