

УДК 539.3

© 1997 г. Д. БАРДЗОКАС, Б.Л. ФИЛЬШТИНСКИЙ

ДИФРАКЦИЯ СДВИГОВОЙ ВОЛНЫ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ВКЛЮЧЕНИЯХ В ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

Исследуется стационарный волновой процесс в пьезоэлектрическом полупространстве с цилиндрическими неоднородностями достаточно произвольной конфигурации. Анти-плоская динамическая краевая задача электроупругости сводится к смешанной системе (одного сингулярного и двух фредгольмовых) интегродифференциальных уравнений. Представлены результаты расчетов, характеризующие концентрацию напряжений в композиции в зависимости от частоты возбуждения, эффекта связанности сопряженных механических и электрических полей, а также типа краевых условий на границе полупространства.

Задача о гармоническом возбуждении пьезоэлектрических сред различной конфигурации, ослабленных дефектами типа трещин или отверстий, изучались в [1–4].

1. Рассмотрим отнесенную к декартовой системе координат x_1, x_2, x_3 полубесконечную пьезоэлектрическую среду $x_2 \geq 0$, содержащую инородные цилиндрические включения (области Ω_j), непрерывно скрепленные с матрицей вдоль контуров C_j ($j = 1, 2, \dots, n$), с образующими, параллельными оси x_3 (фиг. 1). Условимся считать, что материал матрицы и включений представляет собой пьезоэлектрик гексагональной сингонии [5] с осью симметрии, совпадающей с осью x_3 (кристалл класса *btt*, пьезокерамика).

Пусть из бесконечности излучается плоская монохроматическая волна сдвига с компонентой вектора смещения w_0 и электрическим потенциалом Φ_0 [6]:

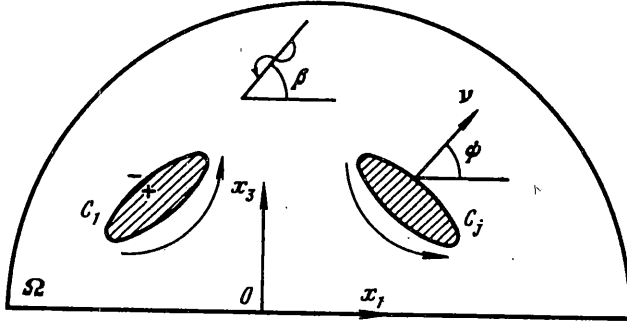
$$w_0 = \operatorname{Re}(W_0 e^{-i\omega t}), \quad W_0 = \delta e^{-i(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2)}, \quad \Phi_0 = \operatorname{Re}(\Phi_0 e^{-i\omega t})$$

$$\Phi_0 \frac{\delta e_{15}}{\varepsilon_{11}} e^{-i(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2)}, \quad \alpha_1 = \gamma \cos \beta, \quad \alpha_2 = \gamma \sin \beta, \quad \gamma = \omega / c \quad (1.1)$$

$$c = \left[\frac{c_{44}(1 + k_{15}^2)}{\rho} \right]^{1/2}, \quad k_{15}^2 = \frac{e_{15}^2}{\varepsilon_{11} c_{44}}$$

Здесь $c_{44} = c_{44}^E$, $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{11}^S$, e_{15} и ρ – соответственно модуль сдвига, диэлектрическая проницаемость, пьезоэлектрический модуль и плотность материала, β – угол между нормально к фронту падающей волны и осью Ox_1 , ω – круговая частота, k_{15} – коэффициент электромеханической связи. Постоянная δ характеризует амплитуду перемещения в падающей волне.

Границу полупространства будем предполагать либо закрепленной и покрытой заземленным электродом ($w = 0, E_1 = 0$), либо свободной от сил и сопряжений с вакуумом ($\tau_{23} = 0, D_2 = 0$). На поверхностях сопряжения матрицы (область Ω) с включениями



Фиг. 1

необходимо потребовать выполнение условий непрерывности векторов перемещения и напряжения при переходе через C_1 . Электрические условия, следуя [6], поставим как условия сопряжения на границе раздела двух диэлектриков ($D_v^+ = D_v^-$, $E_s^+ = E_s^-$).

Допустим также, что кривизны контуров C_j удовлетворяют условию Гельдера [7] и, кроме того, $C_i \cap C_k = \emptyset$ ($i, k = 1, 2, \dots, n$).

В указанных условиях в полупространстве с неоднородностями имеют место волновые поля напряжений продольного сдвига $\tau_{13}(x_1, x_2)$, $\tau_{23}(x_1, x_2)$, компонентов векторов напряженности и индукции электрического поля $E_1(x_1, x_2)$, $E_2(x_1, x_2)$ и $D_1(x_1, x_2)$, $D_2(x_1, x_2)$.

Исходные соотношения в квазистатическом приближении сводятся к двум дифференциальным уравнениям относительно амплитуды перемещения W и функции F [4]:

$$\nabla^2 W + \gamma^2 W = 0, \quad \nabla^2 F = 0 \quad (1.2)$$

Амплитуды напряжений и соответствующих электрических величин выражаются через функции W и F в виде

$$\begin{aligned} T_{13} &= c_{44}(1+k_{15}^2)\partial_1 W - e_{15}\partial_2 F, \quad T_{23} = c_{44}(1+k_{15}^2)\partial_2 W + e_{15}\partial_1 F \\ E_1^* &= \partial_2 F - \frac{e_{15}}{\epsilon_{11}}\partial_1 W, \quad E_2^* = -\partial_1 F - \frac{e_{15}}{\epsilon_{11}}\partial_2 W \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$D_1^* = \epsilon_{11}\partial_2 F, \quad D_2^* = -\epsilon_{11}\partial_1 F, \quad \partial_1 = \partial / \partial x_1, \quad \partial_2 = \partial / \partial x_2$$

Ниже всем величинам, относящимся к j -у включению, будем приписывать индекс j . С учетом (1.3) условия сопряжения представим следующим образом:

$$c_{44}(1+k_{15}^2)\Lambda_0^+ - ie_{15}\Gamma_0^- = c_{44}^{(j)}(1+(k_{15}^{(j)})^2)\Lambda_j^+ - ie_{15}^{(j)}\Gamma_j^- \quad (1.4)$$

$$W - W^{(j)} = 0, \quad -\frac{ie_{15}}{\epsilon_{11}}\Lambda_0^- - \Gamma_0^+ = -\frac{ie_{15}^{(j)}}{\epsilon_{11}^{(j)}}\Lambda_j^- - \Gamma_j^+$$

$$\epsilon_{11}\Gamma_0^- = \epsilon_{11}^{(j)}\Gamma_j^- \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

$$\Lambda_m^\pm = \left[e^{i\psi_0} \frac{\partial W^{(m)}}{\partial \zeta_0} \pm e^{-i\psi_0} \frac{\partial W^{(m)}}{\partial \bar{\zeta}_0} \right], \quad \zeta_0 = \xi_{10} + i\xi_{20}$$

$$\Gamma_m^\pm = \left[e^{i\psi_0} \frac{\partial F^{(m)}}{\partial \zeta_0} \pm e^{-i\psi_0} \frac{\partial F^{(m)}}{\partial \bar{\zeta}_0} \right], \quad \bar{\zeta}_0 = \xi_{10} - i\xi_{20}$$

$$k_{15}^{(j)} = e_{15}^{(j)} / \sqrt{c_{44}^{(j)}\epsilon_{11}^{(j)}}, \quad W^{(0)} = W, \quad F^{(0)} = F \quad (m = 0, 1, \dots, n)$$

В (1.4) под величинами $W^{(j)}$, $\partial W^{(j)} / \partial \zeta_0$, $\partial W^{(j)} / \partial \bar{\zeta}_0$, $\partial F^{(j)} / \partial \zeta_0$ и $\partial F^{(j)} / \partial \bar{\zeta}_0$ понимаются их предельные значения при $z = x_1 + ix_2 \rightarrow \zeta_0 \in C_j$ из области Ω_j , ψ_0 – угол между нормально к контуру включения и осью Ox_1 в точке ζ_0 .

2. Суммарное волновое поле перемещения в полупространстве с включениями складывается из падающей и отраженной от границы полупространства волн, а также поля, рассеянного неоднородностями. В соответствии с этим запишем интегральные представления искомых функций в виде

$$W(z) = W_0 - AW_1 + \int_C p(\zeta) \left\{ \frac{\partial G_0(\zeta, z)}{\partial \zeta} d\zeta - \frac{\partial G_0(\zeta, z)}{\partial \bar{\zeta}} d\bar{\zeta} \right\}, \quad z \in \Omega$$

$$W^{(j)}(z) = U^{(j)} + \int_C p_j(\zeta) \left\{ \frac{\partial G_j(\zeta, z)}{\partial \zeta} d\zeta - \frac{\partial G_j(\zeta, z)}{\partial \bar{\zeta}} d\bar{\zeta} \right\}, \quad z \in \Omega_j$$

$$F(z) = \frac{1}{\pi \epsilon_{11} C} \int f(\zeta) E(\zeta, z) ds, \quad z \in \Omega \quad (2.1)$$

$$F^{(j)}(z) = \frac{1}{\pi \epsilon_{11}^{(j)} C} \int f(\zeta) E(\zeta, z) ds, \quad z \in \Omega_j$$

$$G_m(\zeta, z) = H_0^{(1)}(\gamma_m r) - AH_0^{(1)}(\gamma_m r_1), \quad E(\zeta, z) = \ln r + A \ln r_1$$

$$U^{(j)} = W_0^{(j)} - AW_1^{(j)}, \quad W_k^{(j)} = \delta \exp[-i(\alpha_1^{(j)} x_1 + (-1)^k \alpha_2^{(j)} x_2)]$$

$$\alpha_1^{(j)} = \gamma_j \cos \beta, \quad \alpha_2^{(j)} = \gamma_j \sin \beta, \quad r = |\zeta - z|, \quad r_1 = |\bar{\zeta} - z|$$

$$\gamma_0 = \gamma, \quad \zeta \in C = \cup C_j \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

Здесь p , p_j и f – плотности, подлежащие определению, ds – элемент дуги контура C , $H_m^{(1)}(x)$ – функция Ханкеля первого рода порядка m . Параметр A идентифицирует тип краевых условий: при $A = -1$ имеем свободное, граничащее с вакуумом полупространство; при $A = 1$ – закрепленное, покрытое заземленным электродом полупространство. Случай $A = 0$ отвечает пьезоэлектрическому пространству с включениями.

Интегральные представления (2.1) удовлетворяют уравнениям (1.2) в соответствующих областях Ω и Ω_j , механическим и электрическим условиям указанных типов на границе полупространства $x_2 = 0$, а также условиям излучения. Выбор функций F и $F^{(j)}$ в форме (2.1) дает возможность автоматически удовлетворить последнему условию в (1.4) (непрерывность D_ν при переходе через C_j).

Подставляя предельные значения функций (2.1) и их производных в условия сопряжения (1.4), приходим к системе интегродифференциальных уравнений второго рода:

$$\int_C [G_1 p'(\zeta) + G_2^{(j)} p_j'(\zeta) + G_3 p(\zeta) + G_4^{(j)} p_j(\zeta) + G_5^{(j)} f(\zeta)] ds = N(\zeta_0)$$

$$p(\zeta_0) + p_j(\zeta_0) + \int_C [G_6 p(\zeta) + G_7^{(j)} p_j(\zeta)] ds = M(\zeta_0) \quad (2.2)$$

$$2e_{15} p'(\zeta_0) + 2e_{15}^{(j)} \lambda_j p_j'(\zeta_0) + (1 + \lambda_j) f(\zeta_0) + \int_C [G_8 p'(\zeta) + G_9^{(j)} p_j'(\zeta) +$$

$$+ G_{10} p(\zeta) + G_{11}^{(j)} p_j(\zeta) + G_{12}^{(j)} f(\zeta)] ds = L(\zeta_0)$$

$$G_1 = -2\pi^{-1} c_{44} (1 + k_{15}^2) \text{Im } g, \quad G_2^{(j)} = 2\pi^{-1} c_{44}^{(j)} (1 + (k_{15}^{(j)})^2) \text{Im } g$$

$$\begin{aligned}
G_3 &= c_{44}(1+k_{15}^2)(e^{-i\psi_0}K_{20} - e^{i\psi_0}K_{10}), \quad g = e^{i\psi_0}(\zeta - \zeta_0)^{-1} \\
G_4^{(j)} &= c_{44}^{(j)}(1+(k_{15}^{(j)})^2)(e^{i\psi_0}K_{1j} - e^{-i\psi_0}K_{2j}), \quad \lambda_j = \varepsilon_{11} / \varepsilon_{11}^{(j)} \\
G_5^{(j)} &= [e_{15}^{(j)}(\varepsilon_{11}^{(j)})^{-1} - e_{15}\varepsilon_{11}^{-1}]\pi^{-1} \operatorname{Im} g_0, \quad g_0 = g + Ae^{i\psi_0}(\bar{\zeta} - \zeta_0)^{-1} \\
G_6 &= 0, 5i\gamma[H_1^{(1)}(\gamma r_0)\cos(\psi - \alpha_0) - AH_1^{(1)}(\gamma r_{10})\cos(\psi + \alpha_{10})] \\
G_7^{(j)} &= 0, 5i\gamma_j[AH_1^{(1)}(\gamma_j r_{10})\cos(\psi + \alpha_{10}) - H_1^{(1)}(\gamma_j r_0)\cos(\psi - \alpha_0)] \\
G_8 &= -2\pi^{-1}e_{15} \operatorname{Re} g, \quad G_9^{(j)} = 2\pi^{-1}e_{15}^{(j)}\lambda_j \operatorname{Re} g \\
G_{10} &= -ie_{15}(e^{i\psi_0}K_{10} + e^{-i\psi_0}K_{20}), \quad G_{11}^{(j)} = ie_{15}^{(j)}\lambda_j(e^{i\psi_0}K_{1j} + e^{-i\psi_0}K_{2j}) \\
G_{12}^{(j)} &= \pi^{-1}(\lambda_j - 1)\operatorname{Re} g_0, \quad K_{1m} = 0, 25i\gamma_m^2 \{e^{i\psi}[AH_0^{(1)}(\gamma_m r_{10}) + H_2(\gamma_m r_0)e^{-2i\alpha_0}] - \\
&- e^{-i\psi}[H_0^{(1)}(\gamma_m r_0) + AH_2^{(1)}(\gamma_m r_{10})e^{-2i\alpha_{10}}]\} \\
K_{2m} &= 0, 25i\gamma_m^2 \{e^{i\psi}[AH_2^{(1)}(\gamma_m r_{10})e^{2i\alpha_{10}} + H_0^{(1)}(\gamma_m r_0)] - \\
&- e^{-i\psi}[H_2(\gamma_m r_0)e^{2i\alpha_0} + AH_0^{(1)}(\gamma_m r_{10})]\}, \quad p'_j(\zeta) = \frac{dp_j}{ds} \\
H_2(x) &= 4i / (\pi x^2) + H_2^{(1)}(x), \quad p'_j(\zeta_0) = dp_j / ds_0 \\
N(\zeta_0) &= c_{44}^{(j)}(1+(k_{15}^{(j)})^2)d_j(\zeta_0) - c_{44}(1+k_{15}^2)d_0(\zeta_0) \\
M(\zeta_0) &= 0, 5(W_0^{(j)} - AW_1^{(j)} - W_0 + AW_1), \quad L(\zeta_0) = e_{15}^{(j)}\lambda_j e_j(\zeta_0) - e_{15}e_0(\zeta_0) \\
d_m(\zeta_0) &= -i\gamma_m[B_m^+ \cos(\psi_0 - \beta) - AB_m^- \cos(\psi_0 + \beta)] \\
e_m(\zeta_0) &= i\gamma_m[B_m^+ \sin(\psi_0 - \beta) - AB_m^- \sin(\psi_0 + \beta)] \\
B_m^\pm &= \delta \exp(-i(\alpha_1^{(m)}\xi_{10} \pm \alpha_2^{(m)}\xi_{20})), \quad \psi = \psi(\zeta), \quad \psi_0 = \psi(\zeta_0) \\
r_0 &= |\zeta_0 - \zeta|, \quad r_{10} = |\zeta_0 - \bar{\zeta}|, \quad \alpha_0 = \arg(\zeta_0 - \zeta), \quad \alpha_{10} = \arg(\zeta_0 - \bar{\zeta}) \\
s_0 &= s(\zeta_0), \quad \zeta = \xi_1 + i\xi_2 \in C, \quad \zeta_0 \in C_j \quad (j=1, 2, \dots, n)
\end{aligned}$$

В системе (2.2) ядра G_1 , $G_2^{(j)}$ и $G_3^{(j)}$ являются сингулярными (типа Коши), остальные ядра в силу допущений относительно контуров C_j могут обладать не более чем слабой особенностью. Значение $A = 1$ соответствует закрепленному, $A = -1$ — свободному полупространству.

Следует отметить, что при $e_{15} = e_{15}^{(j)} = 0$ система (2.2) распадается на независимые уравнения относительно функций $p_m(\zeta)$ и $f(\zeta)$. В этом случае первые два уравнения (с плотностями $p_m(\zeta)$) будут соответствовать пьезоупругому полупространству с включениями.

3. Для исследования концентрации напряжений в композиции вычислим напряжения $\tau_v = \tau_{13} \cos \psi_0 + \tau_{23} \sin \psi_0$ и $\tau_s = \tau_{13} \sin \psi_0 - \tau_{23} \cos \psi_0$ в точке $\zeta_0 \in C$. С использованием равенства (1.3), (2.1) в результате получим следующие выражения для комплексных амплитуд искомых напряжений

$$\begin{aligned}
T_v(\zeta_0) &= \int_C [p'(\zeta)G_1(\zeta, \zeta_0) + p(\zeta)G_3(\zeta, \zeta_0)]ds + c_{44}(1+k_{15}^2)d_0(\zeta_0) - \\
&- e_{15}(\varepsilon_{11}\pi)^{-1} \int_C f(\zeta) \operatorname{Im} g_0 ds
\end{aligned} \tag{3.1}$$

$$T_s^-(\zeta_0) = c_{44}(1+k_{15}^2) \left\{ 2p'(\zeta_0) - 2\pi^{-1} \int_C p'(\zeta) \operatorname{Re} g ds - \right. \\ \left. -i \int_C p(\zeta)(e^{i\psi_0} K_{10} + e^{-i\psi_0} K_{20}) ds + e_0(\zeta_0) \right\} + e_{15} \varepsilon_{11}^{-1} \left\{ f(\zeta_0) - \pi^{-1} \int_C f(\zeta) \operatorname{Re} g_0 ds \right\}, \\ T_s^+(\zeta_0) = -c_{44}^{(j)}(1+(k_{15}^{(j)})^2) \left\{ 2p_j'(\zeta_0) + 2\pi^{-1} \int_C p_j'(\zeta) \operatorname{Re} g ds + \right. \\ \left. +i \int_C p_j(\zeta)(e^{i\psi_0} K_{1j} + e^{-i\psi_0} K_{2j}) ds - e_j(\zeta_0) \right\} - e_{15}^{(j)}(\varepsilon_{11}^{(j)})^{-1} \left\{ f(\zeta_0) + \pi^{-1} \int_C f(\zeta) \operatorname{Re} g_0 ds \right\}$$

Фигурирующие здесь функции $G_m, K_{im}, d_m, e_m, g, g_0$ определены в (2.2), индексы (+) и (-) указывают на предельные значения напряжения T_s из областей j -го включения и матрицы соответственно.

В качестве примера рассмотрим полупространство с включением эллиптического поперечного сечения с параметрическими уравнениями

$$\xi_1 = R_1 \cos \varphi, \quad \xi_2 = R_2 \sin \varphi + h \quad (0 \leq \varphi \leq 2\pi) \quad (3.2)$$

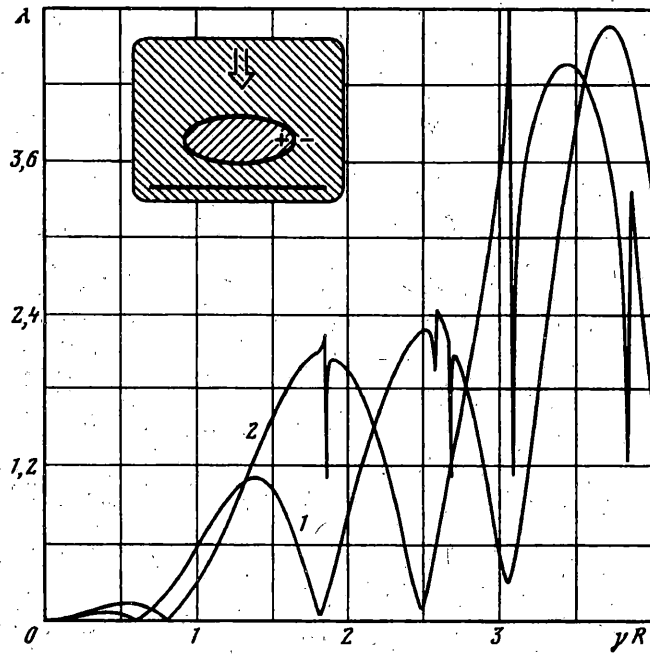
В качестве материалов включения и матрицы принимались керамики PZT-4 ($c_{44} = 2,56 \cdot 10^{10}$ н/м², $e_{15} = 12,7$ к/м², $\varepsilon_{11} = 730 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}$ ф/м, $\rho = 7,5 \cdot 10^3$ кг/м³) и BaTiO₃ ($c_{44}^{(j)} = 4,4 \cdot 10^{10}$ н/м², $e_{15}^{(j)} = 11,4$ к/м², $\varepsilon_{11}^{(j)} = 1115 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}$ ф/м, $\rho_1 = 5,7 \cdot 10^3$ кг/м³) соответственно.

Интегродифференциальные уравнения (2.2) сводились к системе линейных алгебраических уравнений по схеме метода механических квадратур [8]. Максимальное число узлов разбиения на отрезке $[0, 2\pi]$ при решении системы (2.2) и вычислении интегралов в (3.1) принимали равным $N = 65$, причем дальнейшее увеличение параметра N не приводило к существенному уточнению результатов.

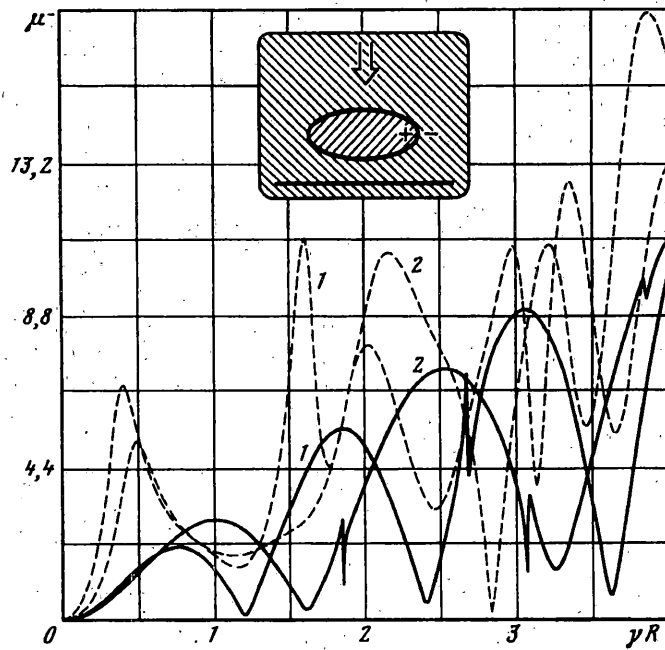
На фиг. 2 и 3 представлено поведение величин $\lambda = |T_y|/\alpha$ и $\mu^- = |T_s^-|/a$ в точке контура $\varphi = \pi$ как функция нормализованного волнового числа γR для случая свободного полупространства ($A = -1$). Сплошные и штриховые линии 1 и 2 построены для значений параметров $\beta = \pi/2$, $h/R_1 = 2$, $R_1/R_2 = 2$ и 1 соответственно ($R = 0,5(R_1 + R_2)$, $a = c_{44}|\delta|R^{-1}$, $R_1 = 0,1$ м). Для сравнения штриховыми линиями на фиг. 3 обозначены результаты расчета величины $|T_s|/a$ в точке контура $\varphi = \pi$ туннельного вдоль оси x_3 эллиптического отверстия. При этом использовался алгоритм, полученный в [2].

Для оценки прочности клевого слоя на границе "волокно - матрица" представляется важным рассмотреть вариант сочетания пьезоэлектрика с диэлектриком, не обладающим пьезоэлектрическими свойствами. Изменение величин λ и $\mu = |T_s^- - T_s^+|/a$ на контуре включения в функции от полярного угла α иллюстрируется на фиг. 4 ($R_1/R_2 = 2$) и фиг. 5 ($R_1/R_2 = 1$). Кривые 1 и 2 отвечают значениям параметров $\beta = \pi/2$, $h/R_1 = 2$, $\gamma R \sqrt{1+k_{15}^2} = 2$, $A = -1$ и 1 соответственно ($R_1 = 0,1$ м). Упругие, пьезоэлектрические и диэлектрические константы материалов задавались следующим образом: $c_{44} = 4 \cdot 10^{10}$ н/м², $e_{15} = 12$ к/м², $\varepsilon_{11} = 1400 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}$ ф/м, $c_{44}/c_{44}^{(1)} = 2$, $e_{15}^{(1)} = 0$, $\varepsilon_{11}/\varepsilon_{11}^{(1)} = 200$, $\rho/\rho_1 = 1$. Штриховые линии соответствуют пьезопаассивному материалу матрицы ($e_{15} = 0$).

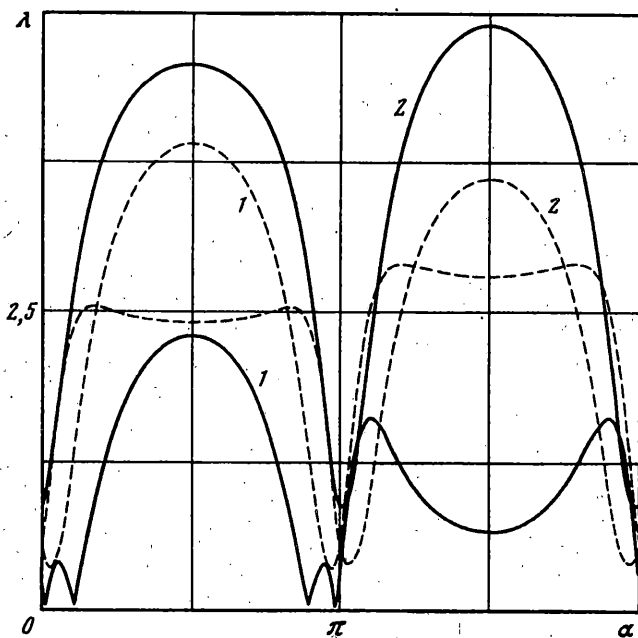
Из расчетов следует, что влияние связанности электроупругих полей на напряженное состояние существенно проявляется в окрестности пиковых значений частоты возбуждения, а также вблизи экстремальных значений касательных напряжений на линии раздела сред. Это обстоятельство необходимо при прогнозировании возник-



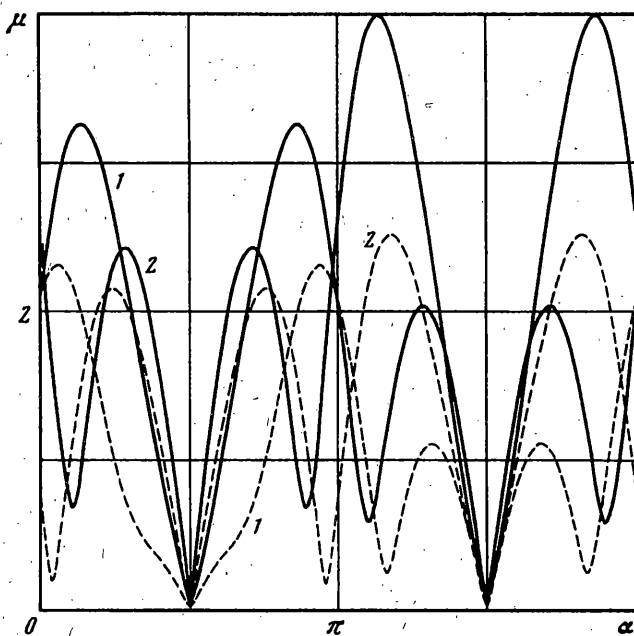
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

новения межфазных трещин. Как видно из фиг. 4 (кривые 1), учет пьезоэффекта может привести к занижению расчетного напряжения τ_r , по сравнению с истинным. Характерные изломы линий на фиг. 2, 3 соответствуют высвобождению энергии из включения в матрицу.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Шевяхов Н.С.* О рассеянии сдвиговой волны низкоомным цилиндром и цилиндрической полостью в пьезоэлектрике класса $C_{6V}(C_{4V})$ // Акуст. ж. 1978. Т. 24. № 2. С. 271–278.
2. *Фильштинский М.Л.* Гармонические колебания пьезоэлектрического полупространства с туннельными полостями (деформация продольного сдвига) // Акуст. ж. 1991. Т. 37. № 4. С. 777–781.
3. *Партон В.З., Фильштинский М.Л.* Динамическая задача электроупругости для слоя и полуслоя с туннельными полостями // Изв. РАН. МТТ. 1993. № 5. С. 82–88.
4. *Партон В.З., Фильштинский М.Л.* Стационарный волновой процесс в пьезоэлектрическом слое и полуслое, ослабленных туннельными разрезами (антиплоская деформация) // ПММ. 1992. Т. 56. № 3. С. 510–518.
5. *Берлинкур Д., Керран Д., Жаффе Г.* Пьезоэлектрические и пьезомагнитные материалы и их применение в преобразователях // Физическая акустика / Под ред. У. Мэзона. М.: Мир, 1966. Т. 1. Ч. А. С. 204–326.
6. *Партон В.З., Кудрявцев Б.А.* Электромагнитоупругость пьезоэлектрических и электропроводных тел. М.: Наука, 1988. 472 с.
7. *Масхелишвили Н.И.* Сингулярные интегральные уравнения. М.: Наука, 1968. 511 с.
8. *Панасюк В.В., Саврук М.П., Назарчук Э.Т.* Метод сингулярных интегральных уравнений в двумерных задачах дифракции. Киев: Наук. думка, 1984. 344 с.

Греция, Сумы

Поступила в редакцию
20.IV.1995