

УДК 539.3

© 1997 г. А.А. ПАНЬКОВ

**АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНЫХ УПРУГИХ СВОЙСТВ КОМПОЗИТОВ
СО СЛУЧАЙНЫМИ СТРУКТУРАМИ ОБОБЩЕННЫМ
МЕТОДОМ САМОСОГЛАСОВАНИЯ**

Разработан новый метод статистической механики композитов – обобщенный метод самосогласования, который позволяет свести задачу прогнозирования эффективных упругих свойств композитов со случайными структурами к решению более простой "осредненной" задачи о включении с переходным слоем в среде с искомыми эффективными упругими свойствами. Характерный размер переходного слоя определяется радиусом корреляции случайной структуры, а его упругие свойства учитывают "ближний" порядок взаимного расположения включений через осредненную индикаторную функцию для заданной модельной или реальной случайной структуры композита.

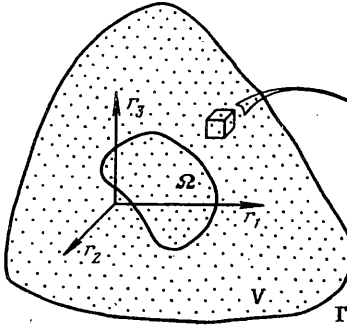
Прогнозирование эффективных физико-механических свойств композитов является одной из центральных задач механики композитов, что обусловлено актуальностью создания материалов с заданным комплексом высоких удельных физико-механических характеристик. Рассмотрим прогнозирование эффективных упругих свойств композитов, статистически однородные эргодические структуры которых заданы соответствующими представительными реализациями – нерегулярно расположенными в некоторой области V с границей Γ большого количества одинаковых по упругим свойствам, форме, размерам и ориентации включений, например, фиг. 1, обобщенным методом самосогласования [1]. Основное отличие этого метода от известных методов самосогласования [2–4] состоит в возможности учета статистических особенностей взаимного расположения включений в таких структурах композитов.

Известны общие точные соотношения [2] для расчета тензора эффективных упругих свойств композита c_{ijmn}^* через заданные величину относительного объемного содержания включений ν_F и тензоры упругих свойств матрицы c_{ijmn}^M и включений c_{ijmn}^F :

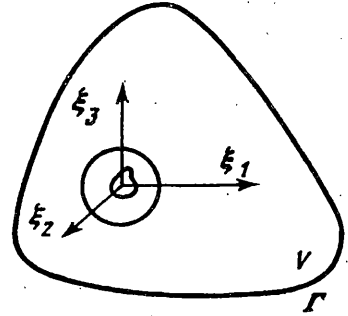
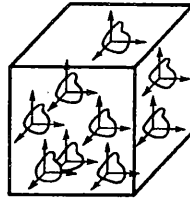
$$c_{ijmn}^* = c_{ijmn}^M + \nu_F (c_{ijdb}^F - c_{ijdb}^M) N_{dbmn}^F \quad (1)$$

$$\epsilon_{db}^F = N_{dbmn}^F \epsilon_{mn}^* \quad (2)$$

которые сводят задачу прогнозирования тензора c_{ijmn}^* к расчету тензора N_{dbmn}^F , связывающего тензор осредненных по включениям деформаций ϵ_{db}^F с заданным однородным полем макродеформаций ϵ_{mn}^* композита (2); индексы F и M указывают на принадлежность соответственно включениям и матрице. Именно тензор N_{dbmn}^F учитывает характер взаимного расположения и форму включений в композите.



Фиг. 1



Фиг. 2

В области композита V , для которой заданы макродеформации ε_{ij}^* , действительные поля напряжений $\sigma_{ij}(\mathbf{r})$ и деформаций $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r})$ будут удовлетворять соответственно уравнениям равновесия и уравнениям совместности деформаций и будут связаны обобщенным законом Гука через поле тензора упругих свойств $c_{ijmn}(\mathbf{r})$, допускающего разложение вида

$$c_{ijmn}(\mathbf{r}) = \omega(\mathbf{r})c_{ijmn}^F + (1 - \omega(\mathbf{r}))c_{ijmn}^M$$

$$\omega(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1, & \mathbf{r} \in V_F \\ 0, & \mathbf{r} \notin V_F \end{cases}$$

где $\omega(\mathbf{r})$ – индикаторная функция включений, V_F – область включений.

Для расчета осредненной деформации ε_{ij}^F , входящей в формулу (2), достаточно осреднить поле деформаций $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r})$ по включениям из некоторой представительной области композита Ω , считая, что граница Γ расположена на бесконечном удалении от области Ω так, что геометрия границы Γ не влияет на поля деформирования области Ω и в ее окрестности, характерный размер которой соизмерим с размером области Ω . В представительной области композита Ω расположено большое, но конечное число включений N . Пусть для каждого k -го включения из области Ω определена соответствующая k -я приведенная система координат ξ , полученная параллельным переносом системы координат \mathbf{r} и с центром внутри этого включения, $k = \overline{1, N}$. Положения центров координат для всех N приведенных систем относительно границ соответствующих включений тождественны. Для случая включений правильной формы, например, шаровых, за центр k -й системы координат принимаем центр k -го включения. Поля индикаторной функции $\omega(\mathbf{r})$, напряжений $\sigma_{ij}(\mathbf{r})$ и деформаций $\varepsilon_{ij}(\mathbf{r})$, записанные относительно k -й приведенной системы координат, будем обозначать соответственно через функции: $\omega^{(k)}(\xi)$, $\sigma_{ij}^{(k)}(\xi)$ и $\varepsilon_{ij}^{(k)}(\xi)$.

Обозначим через $\bar{\omega}(\xi)$, $\bar{\sigma}_{ij}(\xi)$ и $\bar{\varepsilon}_{ij}(\xi)$ осредненные поля, определенные по совокупности соответствующих N функций: $\omega^{(k)}(\xi)$, $\sigma_{ij}^{(k)}(\xi)$ и $\varepsilon_{ij}^{(k)}(\xi)$ в приведенных системах координат. Например, осредненная индикаторная функция $\bar{\omega}(\xi)$ рассчитывается через совокупность функций $\omega^{(k)}(\xi)$:

$$\bar{\omega}(\xi) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \omega^{(k)}(\xi)$$

Аналогично могут быть рассчитаны и осредненные поля деформирования $\bar{\sigma}_{ij}(\xi)$ и $\bar{\varepsilon}_{ij}(\xi)$.

Существенным моментом является тот факт, что осредненная по включениям деформация ε_{ij}^F в формуле (2) может быть рассчитана по полю $\bar{\varepsilon}_{ij}(\xi)$ через дополнительное осреднение вида

$$\varepsilon_{ij}^F = \frac{1}{|V|} \int_V \bar{\varepsilon}_{ij}(\xi) dV \quad (3)$$

где V – область центрального включения в приведенной системе координат; например, для шаровых включений область V определена неравенством $\xi \leq r_F$, где $\xi = |\xi|$, r_F – радиус включения.

Очевидно, что если структура композита в области V является представительной реализацией однородного эргодического случайного поля, моментные функции которого локальны, то при значениях ξ , превышающих радиус корреляции l_c , имеем равенство

$$\bar{\varepsilon}_{ij}(\xi) \Big|_{\xi > l_c} = \varepsilon_{ij}^* \quad (4)$$

Так как функции $\bar{\sigma}_{ij}(\xi)$ и $\bar{\varepsilon}_{ij}(\xi)$ введены через суперпозицию функций действительных полей деформирования, поэтому функция $\bar{\sigma}_{ij}(\xi)$ будет удовлетворять уравнениям равновесия, а функция $\bar{\varepsilon}_{ij}(\xi)$ – уравнениям совместности деформаций. Необходимо замкнуть эту систему дифференциальных уравнений и условие (4) уравнениями связи полей $\bar{\sigma}_{ij}(\xi)$ и $\bar{\varepsilon}_{ij}(\xi)$, чтобы прийти к постановке "осредненной" задачи механики, решением которой будут поля $\bar{\sigma}_{ij}(\xi)$ и $\bar{\varepsilon}_{ij}(\xi)$. Отметим, что по найденному из этой вспомогательной задачи полю $\bar{\varepsilon}_{ij}(\xi)$ легко определить по формуле (3) тензор ε_{ij}^F , который требуется для расчета тензора N_{dbmn}^F из соотношения (2) и прогнозирования тензора эффективных упругих свойств c_{ijmn}^* по зависимости (1).

Установим связь между полями $\bar{\sigma}_{ij}(\xi)$ и $\bar{\varepsilon}_{ij}(\xi)$. Так как для прогнозирования тензора эффективных упругих свойств c_{ijmn}^* необходимо знать лишь осредненную по включениям деформацию (1) и (2), поэтому действительные поля деформирования представим в упрощенной форме в предположении однородности полей деформирования в областях включений V_F и матрицы $V_M = V \setminus V_F$:

$$\sigma_{ij}(\mathbf{r}) = \omega(\mathbf{r})\sigma_{ij}^F + (1 - \omega(\mathbf{r}))\sigma_{ij}^M$$

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}) = \omega(\mathbf{r})\varepsilon_{ij}^F + (1 - \omega(\mathbf{r}))\varepsilon_{ij}^M$$

индексами F и M отмечены соответствующие неизвестные постоянные тензоры напряжений и деформаций. Тогда осредненные поля $\bar{\sigma}_{ij}(\xi)$ и $\bar{\varepsilon}_{ij}(\xi)$ возможно будет представить через разложения

$$\bar{\sigma}_{ij}(\xi) = \bar{\omega}(\xi)\sigma_{ij}^F + (1 - \bar{\omega}(\xi))\sigma_{ij}^M \quad (5)$$

$$\bar{\varepsilon}_{ij}(\xi) = \bar{\omega}(\xi)\varepsilon_{ij}^F + (1 - \bar{\omega}(\xi))\varepsilon_{ij}^M \quad (6)$$

С учетом обобщенного закона Гука для включений и матрицы из формулы (5) получим уравнение вида

$$\bar{\sigma}_{ij}(\xi) = \bar{\omega}(\xi)c_{ijmn}^F \varepsilon_{mn}^F + (1 - \bar{\omega}(\xi))c_{ijmn}^M \varepsilon_{mn}^M \quad (7)$$

в котором деформацию ε_{mn}^M выразим через ε_{mn}^F из соотношения

$$\nu_F \varepsilon_{mn}^F + (1 - \nu_F) \varepsilon_{mn}^M = \varepsilon_{mn}^* \quad (8)$$

В результате получим формулу

$$\bar{\sigma}_{ij}(\xi) = \bar{\omega}(\xi) c_{ijmn}^F \epsilon_{mn}^F + \frac{1 - \bar{\omega}(\xi)}{1 - \nu_F} c_{ijmn}^M (\epsilon_{mn}^* - \nu_F \epsilon_{mn}^F) \quad (9)$$

не содержащую тензор ϵ_{mn}^M . Так как из уравнений (1) и (2) следует зависимость

$$\epsilon_{mn}^F = \frac{1}{\nu_F} S_{mndb}^{-1} (c_{dbps}^* - c_{dbps}^M) \epsilon_{ps}^* \quad (10)$$

где S_{mndb}^{-1} – тензор, обратный тензору $S_{mndb} = c_{mndb}^F - c_{mndb}^M$, следовательно уравнение (9) можно преобразовать к виду

$$\bar{\sigma}_{ij}(\xi) = \left(\frac{1 - \bar{\omega}(\xi)}{1 - \nu_F} c_{ijps}^M + \left(\frac{\bar{\omega}(\xi)}{\nu_F} c_{ijmn}^F - \frac{1 - \bar{\omega}(\xi)}{1 - \nu_F} c_{ijmn}^M \right) \times S_{mndb}^{-1} (c_{dbps}^* - c_{dbps}^M) \right) \epsilon_{ps}^* \quad (11)$$

В формуле (11) необходимо выразить тензор ϵ_{ps}^* через функцию $\bar{\epsilon}_{ij}(\xi)$. Для этого в соотношении (6) выразим тензор ϵ_{ij}^M через ϵ_{ij}^F на основе зависимости (8) и далее выразим ϵ_{ij}^F через тензор ϵ_{ij}^* по зависимости (10), в результате получим уравнение

$$\bar{\epsilon}_{ij}(\xi) = k_{ijmn}(\xi) \epsilon_{mn}^* \quad (12)$$

$$k_{ijmn}(\xi) = \frac{1 - \bar{\omega}(\xi)}{1 - \nu_F} E_{ijmn} - \frac{\bar{\omega}(\xi) - \nu_F}{\nu_F (1 - \nu_F)} S_{ijdb}^{-1} (c_{dbmn}^* - c_{dbmn}^M)$$

где E_{ijmn} – единичный тензор.

Таким образом, из зависимостей (11) и (12) следует формула, замыкающая систему уравнений осредненной краевой задачи

$$\bar{\sigma}_{ij}(\xi) = a_{ijmn}(\xi) \bar{\epsilon}_{mn}(\xi) \quad (13)$$

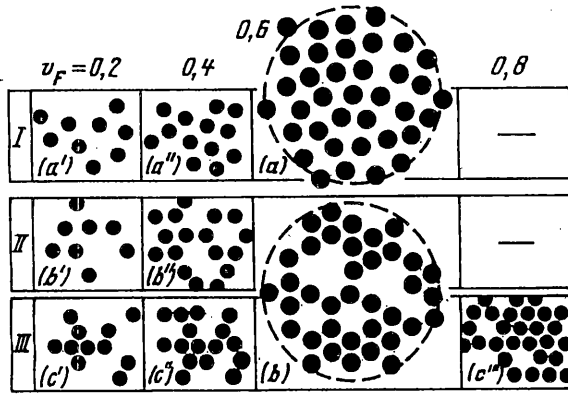
$$a_{ijmn}(\xi) = \left(\frac{1 - \bar{\omega}(\xi)}{1 - \nu_F} c_{ijps}^M + \left(\frac{\bar{\omega}(\xi)}{\nu_F} c_{ijht}^F - \frac{1 - \bar{\omega}(\xi)}{1 - \nu_F} c_{ijht}^M \right) \times S_{htdb}^{-1} (c_{dbps}^* - c_{dbps}^M) \right) k_{psmn}^{-1} \quad (14)$$

Когда c_{ijmn}^M и c_{ijmn}^F – изотропные, а c_{ijmn}^* – также изотропный или трансверсально-изотропный тензоры, тогда поле $a_{ijmn}(\xi)$ будет соответственно изотропным или трансверсально-изотропным в каждой точке ξ . Объемный модуль $K_a(\xi)$ и модуль сдвига $G_a(\xi)$ изотропного поля $a_{ijmn}(\xi)$ или соответственно объемный модуль плоской деформации $k_{a12}(\xi)$ и модуль сдвига $G_{a12}(\xi)$ в плоскости изотропии $r_1 O r_2$ для случая трансверсально-изотропного поля $a_{ijmn}(\xi)$ могут быть определены на основе формулы (14) по единой зависимости вида

$$L_a(\xi) = \frac{L_M(L_F - L_M) + (L_F a(\xi) - L_M)(L^* - L_M)}{L_F - L_M + (a(\xi) - 1)(L^* - L_M)} \quad (15)$$

$$a(\xi) = \frac{\bar{\omega}(\xi)(1 - \nu_F)}{(1 - \bar{\omega}(\xi))\nu_F} \quad (16)$$

где формальный символ L в формуле (15) надо последовательно заменить соответственно на величины: K , G или k_{12} и G_{12} . Для произвольного трансверсально-изотропного тензора упругих свойств c_{ijmn} с плоскостью изотропии $r_1 O r_2$ существуют зависимости: $k_{12} = \frac{1}{2}(c_{1111} + c_{1122})$ и $G_{12} = c_{1212}$.



Фиг. 3

Таким образом, из решения вспомогательной осредненной задачи могут быть определены компоненты $N_{ijmn}^F(\mathbf{c}^*)$ в зависимости (2) как функции тензора c_{ijmn}^* . Следовательно, из формулы (1) получим уравнение

$$c_{ijmn}^* = c_{ijmn}^M + v_F (c_{ijdb}^F - c_{ijdb}^M) N_{dbmn}^F(\mathbf{c}^*) \quad (17)$$

из решения которого может быть определен искомый тензор эффективных упругих свойств c_{ijmn}^* композита со случайной структурой. На фиг. 2 приведена расчетная схема осредненной краевой задачи – включение с переходным слоем в среде с эффективными упругими свойствами.

Рассмотрим численный расчет обобщенным методом самосогласования эффективных упругих технических характеристик: E_3^* и E_1^* – модулей Юнга соответственно в направлениях r_3 и r_1 , k_{12}^* и G_{12}^* – соответственно объемного модуля плоской деформации и модуля сдвига в плоскости r_1Or_2 , ν_{13}^* и ν_{12}^* – коэффициентов Пуассона, характеризующих сокращения в направлении r_1 при растяжении соответственно в направлениях r_3 и r_2 однонаправленного волокнистого композита – трансверсально-изотропного боропластика, модули Юнга и коэффициенты Пуассона изотропных матрицы и волокон которого: $E_M = 4,14$ ГПа, $\nu_M = 0,35$ и $E_F = 414$ ГПа, $\nu_F = 0,20$ [5] для различных I–III-го типов моделей случайных структур (фиг. 3) в плоскости изотропии r_1Or_2 . Благодаря известным точным соотношениям [6]:

$$\begin{aligned} \nu_{13}^* - \nu_F \nu_F - (1 - \nu_F) \nu_M &= \\ &= \frac{\nu_F - \nu_M}{1/k_{F12} - 1/k_{M12}} \left(\frac{1}{k_{12}^*} - \frac{\nu_F}{k_{F12}} - \frac{1 - \nu_F}{k_{M12}} \right) = \\ &= -\frac{1}{4} \frac{1/k_{F12} - 1/k_{M12}}{\nu_F - \nu_M} (E_3^* - \nu_F E_F - (1 - \nu_F) E_M) \end{aligned} \quad (18)$$

$$E_1^* = \frac{4G_{12}^* k_{12}^*}{k_{12}^* + G_{12}^* + 4\nu_{13}^{*2} G_{12}^* k_{12}^* / E_3^*}, \quad \nu_{12}^* = \frac{E_1^*}{2G_{12}^*} - 1$$

связывающим искомые эффективные упругие технические характеристики, для полного определения тензора эффективных упругих свойств c_{ijmn}^* необходимо рассчитать, например, обобщенным методом самосогласования лишь величины k_{12}^* и G_{12}^* и допол-

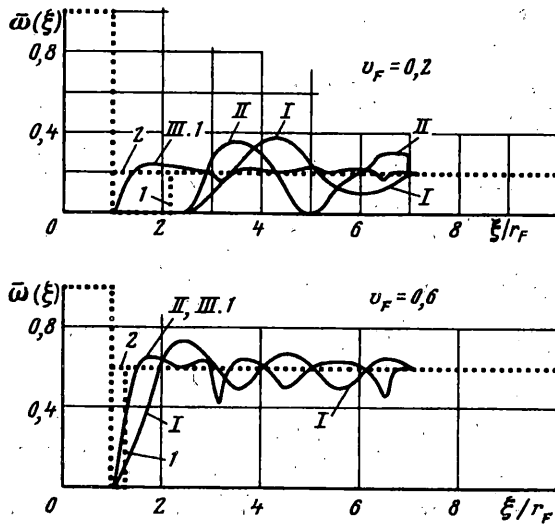
нительно G_{13}^* – эффективный модуль сдвига в плоскости r_1Or_3 , так как остальные эффективные характеристики могут быть определены по формулам (18).

Расчетная схема осредненной краевой задачи – изотропное волокно с тензором упругих свойств c_{ijmn}^F , окруженное трансверсально-изотропными переходным слоем и средой, упругие свойства которых определяются соответственно функцией $a_{ijmn}(\xi)$ и тензором c_{ijmn}^* , при простых условиях нагружения среды на бесконечности: (1) всестороннее растяжение в плоскости r_1Or_2 при плоском деформированном состоянии; (2) сдвиг в плоскости r_1Or_2 и (3) сдвиг в плоскости r_1Or_3 . Из совместного решения 1 и 2-й подзадач становится возможным определить эффективные объемный модуль плоской деформации k_{12}^* и модуль сдвига G_{12}^* . Таким образом, задача прогнозирования эффективного модуля сдвига G_{13}^* может быть выделена в отдельную подзадачу, в расчетной схеме которой упругие свойства среды и переходного слоя будут явным образом учитывать предварительно найденные значения k_{12}^* и G_{12}^* , и в работе ее решение не рассматривалось. При численном решении 1 и 2-й подзадач переходной цилиндрический слой дискретизировался на 100 тонких слоев толщиной $0,06r_F$ и в пределах каждого тонкого слоя упругие свойства считались однородными трансверсально-изотропными. Общие решения для полей деформирования каждого тонкого слоя известны [4] и условия идеального контакта этих слоев позволяют перейти к решению системы линейных уравнений ленточного типа относительно искомых коэффициентов.

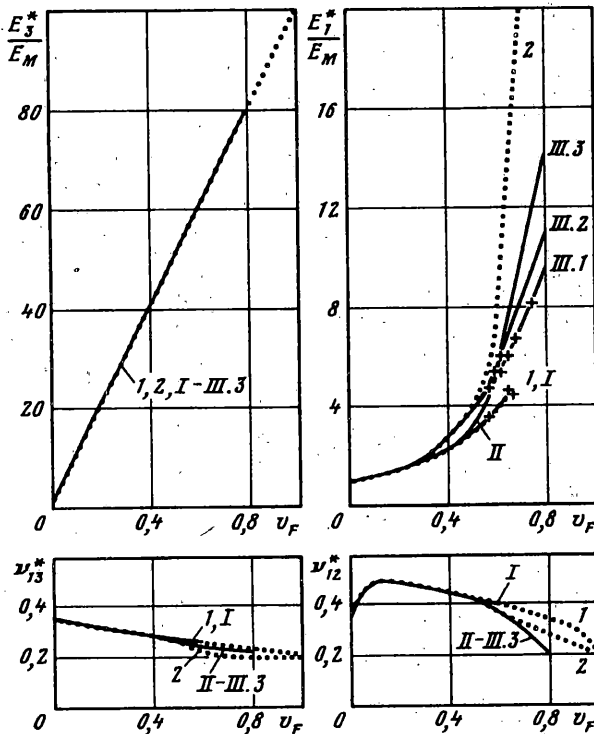
Фрагмент структуры, по которому производится расчет величины относительного объема содержания волокон ν_F и численное построение осредненной индикаторной функции $\bar{\omega}(\xi)$ в предположении статистической изотропии структуры в плоскости r_1Or_2 , ограничен штриховой окружностью, изображенной на фиг. 3, *a, b*, когда величина $\nu_F = 0,6$. Для других типов значений ν_F фрагменты структуры I и II-го типов были получены варьированием радиуса волокна r_F при фиксированных координатах центров волокон соответствующего (фиг. 3, *a, b*) фрагмента. Фрагменты структуры III-го типа были получены варьированием числа свободных от волокон узлов правильной гексагональной решетки (фиг. 3, *b*) при фиксированном значении отношения величины стороны ячейки к радиусу волокна r_F , что обеспечивало минимальную гарантированную прослойку между волокнами, которая для рассматриваемых структур III. 1–3 соответственно равна 4%, 2% и 0,1% от радиуса волокна r_F . Рисунки, отмеченные штрихами (фиг. 3, *a' – c''*), иллюстрируют лишь характер и основные особенности взаимного расположения волокон в плоскости r_1Or_2 при различных значениях величины ν_F и для разных I–III-го типов моделей случайных структур.

Результаты численного расчета осредненной индикаторной функции $\bar{\omega}(\xi)$ для различных значений величины относительного объемного содержания волокон ν_F и для разных типов структур представлены на фиг. 4; при значениях $\xi > 7r_F$ полагали равенство $\bar{\omega} = \nu_F$, так как для рассматриваемых структур (фиг. 3) особенности "дальнего" порядка несущественны, что было подтверждено неизменностью численных результатов прогнозирования эффективных упругих свойств при различных значениях "радиуса корреляции" $> 7r_F$. Пунктирные линии 1 и 2 (фиг. 4) – аппроксимации действительных зависимостей $\bar{\omega}(\xi)$ кусочнопостоянными функциями, которые принимают значения соответственно 1, 0, ν_F и 1, ν_F . Значение 0 аппроксимация 1 принимает в интервале (r_F, R) , где величина R определяется из равенства $(r_F/R) = \nu_F$.

Результаты численного прогнозирования эффективных объемного модуля плоской



Фиг. 4



Фиг. 5

деформации k_{12}^* и модуля сдвига G_{12}^* боропластика представлены в таблице, а эффективные модули Юнга E_3^* , E_1^* и коэффициенты Пуассона ν_{13}^* и ν_{12}^* , рассчитанные по соответствующим значениям k_{12}^* и G_{12}^* (18) для различных I–III-го типов моделей случайных структур, приведены на фиг. 5 в сравнении с известными эксперименталь-

$k_{12}^* G_{12}^* \nu_F$		0	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80
I	1	1,309	1,517	1,778	2,128	2,637	–	–	
II	1	1,309	1,520	1,812	2,279	–	–		
$\frac{k_{12}^*}{k_{M12}}$	III.1	1	1,340	1,608	2,008	2,582	3,371	4,565	5,187
	III.2	1	1,341	1,615	2,025	2,639	3,630	5,043	5,782
	III.3	1	1,342	1,621	2,045	2,724	3,878	5,757	7,363
	I	1	1,406	1,712	2,142	2,775	3,780	–	–
	II	1	1,416	1,745	2,234	3,051	4,899	–	–
$\frac{G_{12}^*}{G_{M12}}$	III.1	1	1,452	1,840	2,461	3,442		7,750	10,576
	III.2	1	1,454	1,848	2,484	3,523	5,420	8,605	11,918
	III.3	1	1,456	1,856	2,512	3,649	5,807	9,854	15,256

ными значениями для модуля Юнга E_1^* [5]. Решения 1 и 2 (фиг. 5) получены обобщенным методом самосогласования на основе соответствующих кусочно-постоянных аппроксимаций (фиг. 4) осредненной индикаторной функции $\bar{\omega}(\xi)$ и тождественны решениям известных методов самосогласования [2–4]; например, по принятой терминологии работы [4] расчетная схема решения 1 названа "трехфазной моделью" – волокно с прослойкой матрицы в среде с эффективными свойствами. Решение 1 (фиг. 5) практически совпадает с результатами обобщенного метода самосогласования для структуры I-го типа в рассматриваемом диапазоне значений ν_F .

Таким образом, из анализа численных результатов (таблица, фиг. 5) обобщенного метода самосогласования может быть сделан вывод, что существенный разброс экспериментальных значений, например, эффективного модуля Юнга E_1^* однонаправленного волокнистого боропластика обусловлен вариациями характера случайного взаимного расположения волокон в плоскости изотропии $r_1 O r_2$ образцов.

Уменьшение минимальной гарантированной прослойки в случайных структурах III-го типа, например, III.1–3 (фиг. 5), приводит к повышению жесткости композита, однако, существуют некоторые "пороговые" величины, например, для боропластика 0,1% (структура III.3, фиг. 5) и для стеклопластика 1% от радиуса волокна r_F ; уменьшение минимальных гарантированных прослоек ниже соответствующих пороговых значений практически не приводит к изменению эффективных упругих свойств композитов.

Влияние на эффективные упругие свойства характера случайного расположения волокон в плоскости изотропии $r_1 O r_2$ уменьшается соответственно с уменьшением различия жесткостных характеристик матрицы и волокон.

В предельном случае для среды Хилла, когда модули сдвига матрицы и волокон равны, известно точное аналитическое решение [6], согласно которому, для такой среды характер статистически изотропного расположения волокон в плоскости $r_1 O r_2$ не влияет на эффективные упругие свойства и тензор c_{ijmn}^* является изотропным; обобщенный метод самосогласования также дает "единое" численное решение для всех I–III-го типов моделей случайных структур (фиг. 3), которое с точностью до 5% совпадает с аналитическим решением [6].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Паньков А.А.* Прогнозирование эффективных упругих свойств композитов со случайными структурами обобщенным методом самосогласования // Вестн. ПГТУ. Механика. 1995. № 2. С. 33–40.
2. Композиционные материалы: В 8 т. Т. 2. Механика композиционных материалов / Под ред. Сендецки Дж. М.: Мир, 1978, 154 с.
3. *Берлин А.А., Вольфсон С.А., Ошмян В.Г., Ениколопов Н.С.* Принципы создания композиционных полимерных материалов. М.: Химия, 1990. 237 с.
4. *Кристенсен Р.* Введение в механику композитов. М.: Мир, 1982. 334 с.
5. Современные композиционные материалы / Под ред. Л. Браутмана и Р. Крока. М.: Мир, 1970. 672 с.
6. *Хилл Р.* Теория механических свойств волокнистых композитных материалов // Механика. Период. сб. переводов иностр. статей. 1966. № 2. С. 13–149.

Пермь

Поступила в редакцию
16.VIII.1995