

УДК 539.4

© 1997 г. О.Ю. СМЕТАННИКОВ, Н.А. ТРУФАНОВ, И.Н. ШАРДАКОВ

**ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОГО
ПОВЕДЕНИЯ ПОЛИМЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ
В УСЛОВИЯХ СТЕКЛОВАНИЯ И РАЗМЯГЧЕНИЯ**

Рассматриваются вопросы построения связи между напряжениями и деформациями для аморфных полимеров в диапазоне температур, соответствующих высокоэластическому и стеклообразному состояниям, включая релаксационный переход. В [1–4] предложены различные подходы (модель мгновенного стеклования, гипопругая модель, модель наследственного типа и др.), которые, не описывая детально кинетику технологических напряжений при охлаждении, позволяют получить достаточно простые оценки остаточных напряжений в готовом изделии.

В данной работе получены феноменологические определяющие соотношения, дающие возможность подробно проанализировать изменение напряженно-деформированного состояния в стеклующихся полимерах в сложных термомеханических режимах нагружения. Уравнения основаны на ряде достаточно простых и методически отлаженных экспериментов, их использование приводит к хорошему количественному соответствию опытным результатам, в том числе при описании эффектов "замораживания" деформированного состояния при понижении температур из интервала высокоэластического состояния до температур интервала застеклованности и "размораживания" и полной обратимости высокоэластической деформации при повышении температуры. Производится сравнение с известными моделями [1–4].

1. Введение. Значительная часть полимерных изделий производится путем полимеризации при повышенных температурах. По завершении полимеризации высокомолекулярный материал находится в высокоэластическом состоянии, а при охлаждении переходит в застеклованное состояние (режимы охлаждения, приводящие к возникновению кристаллической фазы, в данной работе не рассматриваются). Переход не является фазовым, носит релаксационный характер, происходит в диапазоне температур без усадки и поглощения или выделения тепловой энергии [5]. С механической точки зрения стеклование (или обратный процесс – размягчение) характерно значительным (на несколько порядков) изменением упругих модулей и времен релаксации. В условиях неоднородного температурного поля при охлаждении происходит неоднородное замораживание деформаций материала, обусловленное резким ростом времен релаксации при понижении температуры в отдельных точках изделия. Как следствие, формируются поля технологических и остаточных напряжений, которые могут приводить к снижению эксплуатационных качеств изделий и даже к разрушению конструкций еще на стадии изготовления. Под технологическими здесь понимаются напряжения, возникающие в материале в процессе нагрева и охлаждения, а под остаточными – технологические напряжения в готовой конструкции при температуре эксплуатации. Несмотря на важность хорошей количественной оценки остаточного напряженного состояния, не меньшее значение может иметь достоверная численная информация о технологических напряжениях, поскольку при повышенных температурах, соответствующих диапазону температур стеклования, полимер имеет низкие прочностные

характеристики, вследствие чего возможны локальные нарушения сплошности, появление микродефектов и т.п.

Поэтому важное значение имеет проблема создания феноменологически адекватных физических моделей, позволяющих максимально точно описывать свойства полимеров при стекловании и размягчении в сложных режимах термосилового нагружения с привлечением минимального числа экспериментальных констант.

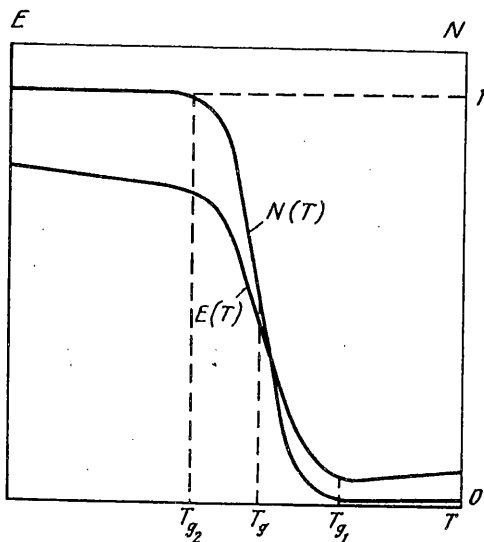
2. Построение определяющих соотношений. При формулировке физических соотношений для стеклующихся высокомолекулярных материалов будет производиться сравнение с известными моделями, из всего многообразия которых ограничимся наиболее характерными: гипоупругой моделью В.В. Болотина [1], моделью "мгновенного стеклования" И.И. Бугакова [2, 3] и соотношениями на основе обобщенного нелинейного уравнения вязкоупругости Максвелла [6], применяющимися в работах Р.А. Турусова и др. [7]¹.

За рамки данного рассмотрения выходит ряд работ, в которых для описания релаксационного перехода используются феноменологические соотношения линейной и нелинейной термовязкоупругости [8–10], при этом скачок жесткости материала при переходе через температуру стеклования описывается с помощью приведенного времени. Спектр времен релаксации среды испытывает смещение за несколько порядков в сторону уменьшения с ростом температуры в интервале стеклования (для терморелогически простого поведения). Функция температурно-временного сдвига и ядро релаксации подбираются таким образом, чтобы в зоне перехода обеспечивался скачкообразный рост или уменьшение (при нагреве) податливости. Обладая высокой общностью, такие модели очень сложны в практической реализации в силу большого объема экспериментов для отыскания материальных функций и констант. Кроме того, при перепаде жесткости при стекловании на два и более порядка, как, например, для сетчатых полимеров, сложно, а иногда не удается совсем подобрать функции релаксации и функции температурно-временного сдвига, которые бы удовлетворительно работали во всем температурном диапазоне.

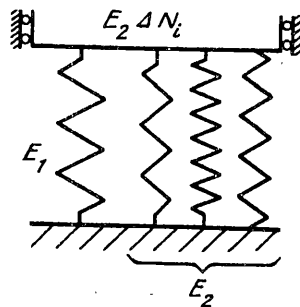
Построение определяющих соотношений производится в предположении, что изотропный однородный полимер как в высокоэластическом, так и в полностью застеклованном состояниях ведет себя чисто упругим образом, что допустимо, поскольку характерные времена релаксации материала в высокоэластическом состоянии намного меньше, а в застеклованном – намного больше характерных времен внешних воздействий, сопровождающих процесс охлаждения при изготовлении. Известно [5], что стеклование связано с возникновением между соседними полимерными цепями поперечных связей нехимического характера, что приводит к возрастанию энергии межмолекулярного взаимодействия. В качестве меры этого возрастания далее выбирается величина удельного термоупругого потенциала, что позволяет следующим образом представить состояние полимера в процессе стеклования, происходящего в интервале температур $T_{g2} \leq T \leq T_{g1}$, где T_{g1} – температура начала стеклования, T_{g2} – температура конца стеклования.

Удельный потенциал высокоэластической упругой среды обозначим через F_1 . Пусть в момент t_0 в некотором объеме материала за счет снижения температуры произошло образование новых связей пропорционально ΔN_0 . Удельный потенциал, характеризующий новое состояние среды до момента последующего изменения степени стеклования, можно представить в виде $F(\hat{\epsilon}_0) = F_1(\hat{\epsilon}_0) + F_2(\hat{\epsilon}_0)\Delta N_0$, где F_2 – удельный потенциал дополнительных связей, соответствующий застеклованному состоянию, $\hat{\epsilon}$ – тензор деформации. Пусть в момент t_1 произошло изменение степени застеклованности на величину ΔN_1 , причем возникшие в момент t_1 связи являются ненапряженными. Потенциал такой композиции до момента следующего изменения межмолекулярного

¹ См. также: Турусов Р.А. Механические явления в полимерах и композитах (в процессах формирования). Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. М., 1983. 369 с.



Фиг. 1



Фиг. 2

взаимодействия запишется в виде $F(\hat{\epsilon}_1) = F_1(\hat{\epsilon}_1) + F_2(\hat{\epsilon}_1 - \hat{\epsilon}_0)\Delta N_0 + F_2(\hat{\epsilon}_1)\Delta N_1$. После рассмотрения последующих шагов и осуществления предельного перехода получаем

$$F(\hat{\epsilon}(t)) = F_1(\hat{\epsilon}(t)) + \int_0^{N(t)} F_2[\hat{\epsilon}(t) - \hat{\epsilon}(\tau)] dN(\tau) \quad (2.1)$$

Величину $N(t)$ ($0 \leq N \leq 1$), характеризующую степень "завершенности" процесса стеклования при температуре $T(t)$, будем условно называть степенью застеклованности или степенью стеклования, причем $N(T)|_{T > T_{g1}} = 0$, $N(T)|_{T < T_{g2}} = 1$. Экспериментально показано [5], что процесс структурного стеклования не сопровождается выделением или поглощением тепла. Это означает, что определенному значению температуры (при постоянной скорости ее изменения) соответствует строго определенное значение степени застеклованности $N(T)$. Характерный вид кривой $N(T)$ изображен на фиг. 1. Зависимость такого вида хорошо описывается функцией плотности нормального распределения вероятности Гаусса. Таким образом, с феноменологической точки зрения интенсивность процесса усиления межмолекулярного взаимодействия при стекловании может трактоваться как вероятностная величина, что выражается в представлении скорости изменения степени застеклованности по температуре нормальным законом распределения

$$dN / dT = (-\sqrt{2\pi}\gamma)^{-1} \exp[-(T - T_g)^2 / (2\gamma^2)] \quad (2.2)$$

где дисперсия γ^2 определяется через длину интервала температур стеклования $\gamma = (T_{g1} - T_{g2})/6$, а за температуру стеклования принимается математическое ожидание T_g . В общем случае следует принимать T_g зависящей от скорости изменения температуры dT/dT , что хорошо известно из экспериментов [5]. Знак минус в (2.2) указывает на приращение величины N при убывании T . Степень застеклованности, соответствующая температуре $T(t)$, будет определяться интегрированием (2.2):

$$N(T) = (-\sqrt{2\pi}\gamma)^{-1} \int_{T_u}^{T(t)} \exp[-(T(\tau) - T_g)^2 / (2\gamma^2)] dT(\tau) \quad (2.3)$$

Далее предполагается, что в каждой точке тела прохождение интервала температур стеклования при охлаждении происходит с постоянной скоростью изменения температуры, при этом в (2.3) зависимость $T_g(dT/dt)$ является параметрической.

В силу однозначности связи $N(T)$ независимыми параметрами состояния выступают деформация $\hat{\epsilon}$ и температура T , а удельный потенциал является функцией $F = F(\hat{\epsilon}, T)$. В высокоэластическом и стеклообразном состояниях вид потенциалов F_1 и F_2 определяется известными зависимостями [11], которые приводят к уравнениям Дюамеля – Неймана $\sigma = (\partial F_{1,2} / \partial \epsilon)_T$ для упругой среды. Для стеклующегося полимера функция состояния имеет общий вид (2.1). Перейдем к построению конкретного вида определяющих соотношений.

В одномерном случае в рамках теории упругости F_1 и F_2 имеют вид

$$F_i(\epsilon, T) = E_i(\epsilon^2 / 2 - \epsilon \cdot \epsilon_T) \quad (i = 1, 2); \quad \epsilon_T = \int_{T_n}^T \alpha(T) dT$$

где $E_2(T) = E_2^*(T) - E_1(T)$; $E_1(T)$, $E_2^*(T)$ – модули Юнга среды в высокоэластическом состоянии и полностью застеклованного полимера соответственно (фиг. 1); $\alpha(T)$ – коэффициент линейного температурного расширения; T_n – некоторая начальная температура.

Используя (2.1), записываем определяющие физические уравнения

$$\begin{aligned} \sigma(T) = (\partial F / \partial \epsilon)_T = E_1(T)\epsilon(t) + F_2(T) \int_{T_n}^{T(t)} [\epsilon(t) - \epsilon^*(\tau)] dN(\tau) - \\ - [E_1(T) + E_2(T)N(t)]\epsilon_T(T) + E_2(T) \int_{T_n}^{T(t)} \epsilon_T[T(\tau)] dN(\tau) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Здесь дифференцирование удельного потенциала проводится при фиксированной температуре, $N(T(t))$ определяется выражением (2.3), $\epsilon^*(\tau)$ – деформация, соответствующая степени застеклованности $N(\tau)$ при охлаждении материала, т.е. "замороженная" деформация. Поэтому при нагревании величины $\epsilon(\tau)$ и $\epsilon^*(\tau)$ будут различаться в случае различных программ нагружения, а также различных скоростей изменения температуры в интервале $[T_{g2}, T_{g1}]$ при остывании и нагреве. Отсчет температурно-деформационной истории должен начинаться с температур $T_n > T_{g1}$, когда полимер находится в равновесном высокоэластическом состоянии. Наглядной иллюстрацией предложенной модели стеклования может служить следующая ее механическая интерпретация. Предполагается, что упругие свойства полимерной сетки в высокоэластическом состоянии при одноосном нагружении модулируются одной пружиной E_1 (фиг. 2). Дополнительная жесткость полностью застеклованного полимера представляется в виде набора пружин:

$$E_2 = \sum_{i=1}^k E_2 \Delta N_i, \quad \sum_{i=1}^k \Delta N_i = 1$$

где $E_2 \Delta N_i$ – жесткость пружины, образовавшейся в i -й момент времени, k – общее число дополнительных пружин в полностью застеклованном материале. Проследим деформационное поведение такой системы, начиная с момента образования первой связи. Пусть в момент времени t_1 произошло присоединение пружины к $E_2 \Delta N_1$. Если деформировать получившуюся конструкцию на величину $\Delta \epsilon_1$, возникнет приращение напряжения $\Delta \sigma_1 = E_1 \Delta \epsilon_1 + E_2 \Delta N_1 \Delta \epsilon_1$.

Возникновение в момент t_2 следующей связи $E_2 \Delta N_2$, являющейся в момент своего образования свободной, и дальнейшее изменение деформации на величину $\Delta \epsilon_2$ при-

водит к изменению напряжений на величину $\Delta\sigma_2 = E_1\Delta\varepsilon_2 + E_2\Delta N_1\Delta\varepsilon_2 + E_2\Delta N_2\Delta\varepsilon_2$.

Для i -го момента времени можно записать

$$\Delta\sigma_i = E_i\Delta\varepsilon_i + E_2\Delta\varepsilon_i \sum_{j=1}^i \Delta N_j, \quad \Delta N_j = N_j - N_{j-1}, \quad N_0 = \varepsilon_0 = 0$$

Напряжение находится как сумма его приращений во времени, т.е.

$$\sigma_i = \sum_{j=1}^i \Delta\sigma_i = E_i \sum_{j=1}^i \Delta\varepsilon_j + E_2 \sum_{j=1}^i (\varepsilon_i - \varepsilon_{j-1})\Delta N_j$$

Осуществляя предельный переход, можно записать вид соотношений между напряжением и деформацией для модели из пружин

$$\sigma(t) = E_1(t)\varepsilon(t) + E_2(t) \int_0^t [\varepsilon(t) - \varepsilon(\tau)]dN(\tau) \quad (2.5)$$

При построении соотношения (2.5) считалось, что свободной деформации материал не имеет ($\alpha = 0$). Видно, что уравнение (2.5) является частным случаем уравнения (2.4) при $\alpha = 0$ и следовательно, наглядно изображает на качественном уровне процесс изменения удельного упругого потенциала при стекловании за счет изменения жесткости системы.

Построенные для одномерного случая уравнения (2.2)–(2.4) содержат функции температуры $E_1(T)$, $E_2(T)$, $\alpha(T)$, константу γ и функцию $N(T)$, определение которых производится на основе термомеханических испытаний. Подробное наложение методики эксперимента содержится в [12]², там же приводятся результаты, подтверждающие хорошее количественное соответствие предложенной теории экспериментальным данным в условиях сложного термосилового нагружения на примере эпоксидного связующего ЭДТ-10. В частности, удается описать эффекты замораживания деформаций при охлаждении и их возврата при последующем нагреве.

Определяющие соотношения для сложного напряженного состояния получаются подстановкой выражений удельного потенциала в высокоэластическом и застеклованном состояниях в соотношение (2.1). F_1 и F_2 в рамках теории упругости имеют вид

$$F_i(\varepsilon) = 0,5(B_i - \frac{4}{3}G_i)I_1^2 - 2G_iI_2 - 3B_i\varepsilon_T I_1 \quad (i = 1, 2) \quad (2.6)$$

$$I_1 = \varepsilon_{kk} = \theta, \quad I_2 = (\varepsilon_{mn}\varepsilon_{nn} - \varepsilon_{nn}\varepsilon_{mn}) / 2$$

где I_1, I_2 – первый и второй инварианты тензора деформаций; $G_1, B_1, G_2^* = G_2 + G_1, B_2^* = B_2 + B_1$ – сдвиговые и объемные модули связующего в высокоэластическом и застеклованном состояниях.

Физические соотношения принимают вид

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}(t) = & [B_i(T) - \frac{2}{3}G_i(T)]\Theta(t)\delta_{ij} + 2G_i(T)\varepsilon_{ij}(t) - 3B_i(T)\varepsilon_T(T)\delta_{ij} + \\ & + [B_2(T) - \frac{2}{3}G_2(T)] \int_{T_n}^{T(t)} [\Theta(t) - \Theta^*(\tau)]\delta_{ij}dN[T(\tau)] + 2G_2(T) \int_{T_n}^{T(t)} [\varepsilon_{ij}(t) - \varepsilon_{ij}(\tau)]dN[T(\tau)] - \\ & - 3B_2(T) \int_{T_n}^{T(t)} [\varepsilon_T(T(t)) - \varepsilon_T(T(\tau))]\delta_{ij}dN[T(\tau)] \end{aligned} \quad (2.7)$$

Таким образом, для полной идентификации физических соотношений (2.7) доста-

² См. также Шардаков И.Н., Труфанов Н.А., Бегишев В.П., Шадрин О.А., Сметанников О.Ю. Определяющие соотношения термомеханического поведения аморфных полимеров в высокоэластическом и стеклованном состояниях: Препринт Свердловск: Ин-т механики сплошных сред УрО АН СССР. 1989. 43 с.

точно хорошо методически отлаженных экспериментов по определению зависимостей $B_1(T)$, $G_1(T)$, $B_2(T)$, $G_2(T)$, $\alpha(T)$, при этом $N(T)$ принимается в виде (2.3) с константами, установленными в одноосных испытаниях.

3. Сравнение с известными моделями. Полученные определяющие соотношения по своим возможностям занимают промежуточное положение между моделями [1–3] и уравнениями нелинейной вязкоупругости [7–10], отличаясь от первых более высокой точностью в количественном описании механических явлений при стекловании, а от вторых – значительно более простым экспериментальным обеспечением.

Дифференцирование по времени соотношений (2.4) позволяет получить связь между напряжениями и деформациями в дифференциальной форме

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} = & [E_1(T) + N(T)E_2(T)][\dot{\epsilon}(t) - \dot{\epsilon}_T(t)] + \left[\frac{\partial E_1(T)}{\partial T} + N(T) \frac{\partial E_2(T)}{\partial T} \right] \dot{T}(t)[\epsilon(t) - \epsilon_T(t)] - \\ & - \frac{\partial E_2(T)}{\partial T} \dot{T}(t) \int_{T_h}^{T(t)} \epsilon(\tau) \frac{\partial N(T)}{\partial T} \dot{T}(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (3.1)$$

где под $\dot{\sigma}$, $\dot{\epsilon}$, \dot{T} понимаются производные по времени t . При слабой зависимости модулей E_1 и E_2 от температуры или их постоянстве можно пренебречь двумя последними слагаемыми в правой части и (3.1) по форме совпадает с гипотетической моделью [1]:

$$\dot{\sigma}(t) = E(T)[\dot{\epsilon}(t) - \dot{\epsilon}_T(t)] \quad (3.2)$$

Таким образом, соотношения (2.7) в частном случае по форме соответствуют гипотетическим соотношениям В.В. Болотина со специфическим способом построения гипотетического оператора на основе выражения (2.2) в одноосном случае в виде $E(T) = E_1(T) + N(T)E_2(T)$, а в случае сложного напряженного состояния в виде

$$\dot{\sigma}_{ij}(t) = C_{ijkl}(T)\dot{\epsilon}_{kl}(t)$$

$$C_{ijkl}(T) = [B(T) - \frac{2}{3}G(T)]\delta_{ij}\delta_{kl} + G(T)(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})$$

$$B(T) = B_1(T) + N(T)B_2(T), \quad G(T) = G_1(T) + N(T)G_2(T)$$

Зависимость модулей E_1 и E_2 от температуры может достигать значительных величин, например, для эпоксидных смол изменение модуля Юнга застеклованного полимера от комнатной температуры до интервала стеклования составляет около 50% [12].

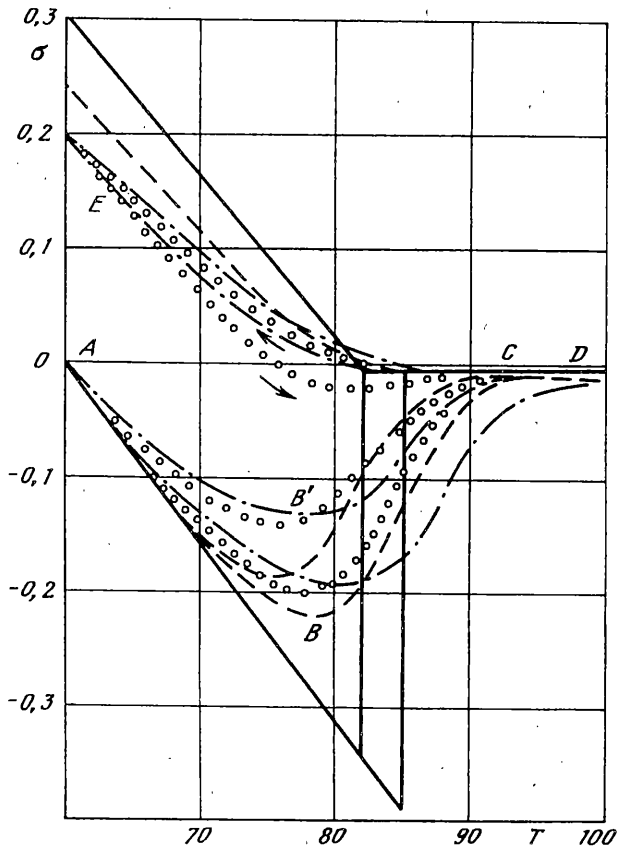
Определяющие соотношения модели мгновенного стеклования [2, 3] в одноосном случае имеют вид

$$\dot{\sigma}(t) = (E_1 + E_2)[\dot{\epsilon}(t) - \dot{\epsilon}_T(t)] \quad (T < T_g) \quad (3.3)$$

$$\sigma(t) = E_1[\epsilon(t) - \epsilon_T(t)] \quad (T > T_g)$$

где модули E_1 и E_2 принимаются постоянными, а изменение модуля E происходит скачком на величину E_2 при фиксированной температуре T_g .

Был выполнен расчет технологических напряжений в заземленном стержневом образце (фиг. 3) из эпоксидной смолы ЭДТ-10, экспериментальные данные по свойствам которой имеются в [12]. Режим изменения температуры включает нагрев со скоростью 1,5 К/мин ($ABCD$) и со скоростью 0,5 К/мин ($AB'CD$), охлаждение (DCE) со скоростью 1,5 К/мин до исходной точки, повторный нагрев (ECD). При расчете по соотношениям (2.4) (на фиг. 3 – штриховые линии) принимались значения констант и зависимости $E_1(T)$ и $E_2(T)$ в соответствии с [12], а при расчете по (3.3) (сплошные линии) выбраны значения $E_1 = E_1(100^\circ\text{C})$, $E_2 = E_2(60^\circ\text{C})$. Приведены также результаты, получающиеся по обобщенному уравнению Максвелла из работы [7] (штрих-пунк-



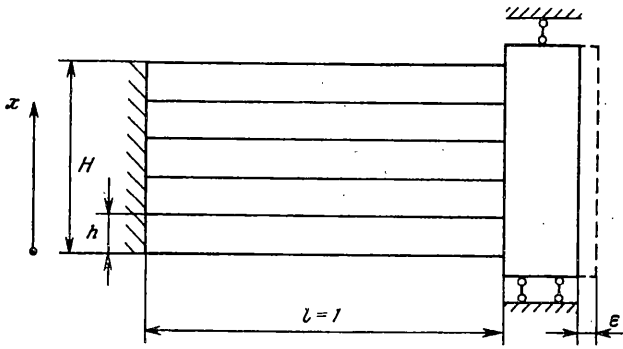
Фиг. 3

тирная линия). При расчете по (2.4) полагалось, что стеклование образца до начала охлаждения было свободным (без нагрузки), поэтому интеграл в правой части (2.4) обнуляется и напряжение в образце на стадии повышения температуры описывается формулой $\sigma^{(h)}(t) = [E_1(T) + N(T)E_2(T)]\epsilon_T(T(t))$, а при охлаждении имеем

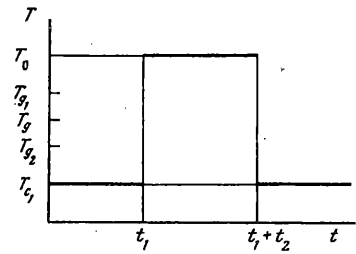
$$\sigma^{(0)}(t) = -[E_1(T) + N(T)E_2(T)]\epsilon_T(T(t)) - E_2(T) \int_{T_h}^{T(t)} \epsilon_T[T(\tau)] \frac{\partial N(T)}{\partial T} T d\tau \quad (3.4)$$

Сравнение результатов расчета по (3.3), (3.4) с экспериментом [7] (фиг. 3) показывает, что учет плавности релаксационного перехода в (3.3) приводит к погрешности по технологическим напряжениям до 70% на кривой разогрева. Это накладывает определенные ограничения на использование упрощенной модели [2, 3]. Результаты модели (2.4) и наследственного соотношения Максвелла близки к экспериментальным данным. Достаточно достоверно описываются явления, связанные с влиянием скорости изменения температуры на напряженное состояние, что отражено разными значениями напряжений при одинаковых температурах (кривые ABC и A'B'C').

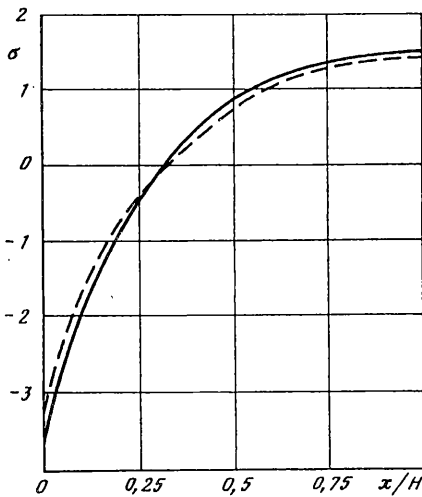
В качестве второго примера приводится решение модельной задачи об остаточных технологических напряжениях в пакете из N параллельных эпоксидных стержней единичного поперечного сечения (фиг. 4), деформирующихся совместно в условиях нестационарного неоднородного по координате x температурного поля. Распределение температур соответствует решению краевой задачи теплопроводности для плоской стенки, толщина которой H принимается равной ширине пакета стержней. Тогда



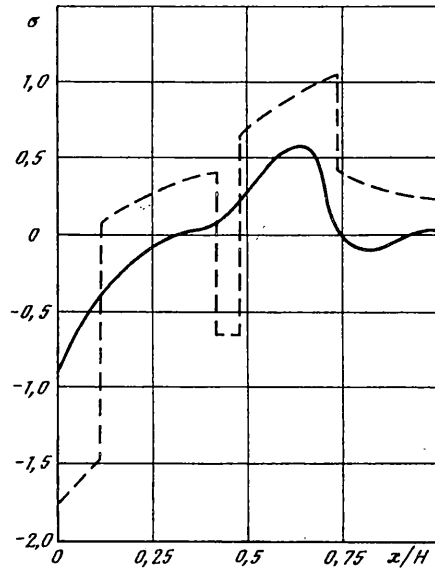
Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{c\rho} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial T}{\partial x}(t, H) = 0, \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial x}(t, 0) = \kappa [T(t, 0) - T_c(t)], \quad T(0, x) = T_0$$

где λ , c , ρ – коэффициент теплопроводности, теплоемкость и плотность материала соответственно; $H = Nh$, где $h = 1$ – толщина одного стержня; κ – коэффициент теплообмена. Закон изменения температуры окружающей среды приведен на фиг. 5 и соответствует охлаждению в течение времени t_1 при начальной температуре стержней T_0 и температуре среды $T_c(t) = T_1$, затем в течение времени T_2 происходит обогрев пакета при $T_c(t) = T_0$, а с момента времени $t_1 + t_2$ – полное охлаждение при $T_c(t) = T_1$.

Постановка механической задачи включает уравнения равновесия и совместности деформаций

$$\sum_{i=1}^N \sigma_i(t) = 0, \quad \varepsilon_i(t) = \varepsilon(t) \quad (i=1, \dots, N)$$

а также физические зависимости вида (2.4) для связи напряжений $\sigma_i(t)$ с деформацией $\varepsilon(t)$ в каждом стержне, в которых интегралы аппроксимировались левосторонними формулами прямоугольников.

Использованы следующие значения констант: $\lambda = 0,35$ Вт/м/К, $c = 1200$ Дж/кг/К, $\rho = 1200$ кг/м, $\kappa = 500$ Вт/м/К, $N = 15$, $H = 0,1$ м, $T = 170^\circ\text{C}$, $T = 20^\circ\text{C}$. Механические характеристики и параметры уравнения (2.3) имеются в [12]. Кусочно-постоянные функции распределения напряжений по стержням аппроксимировались гладкими непрерывными функциями.

На фиг. 6, 7 приведены кривые распределения остаточных напряжений в стержнях для случая охлаждения без подогрева (фиг. 6) и с подогревом в течение $t_2 = 400$ с после охлаждения в течение $t_1 = 2500$ с (фиг. 1). Штриховые линии соответствуют модели мгновенного стеклования, сплошные – соотношениям (2.4). Подогрев приводит к значительному (почти на 80%) снижению уровня максимальных сжимающих остаточных напряжений. При простом охлаждении отличие в расчетах по обеим моделям не превышает 25%. При более сложном режиме термообработки модель [2, 3] не позволяет адекватно описать механические явления даже на качественном уровне.

Рассмотренные в данной работе определяющие соотношения занимают промежуточное положение между сложными реологическими и простейшими квазиупругими моделями. Возможен учет плавности перехода из твердого в размягченное состояние и обратно, что позволяет значительно уточнить расчет технологического напряженно-деформированного состояния. Модель правильно отслеживает количественные и качественные эффекты, обусловленные изменением скорости охлаждения и нагрева.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 96-01-00422).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болотин В.В. К теории вязкоупругости для структурно-неустойчивых материалов. Тр. Моск. энергет. ин-та. 1972. Вып. 101. С. 7–14.
2. Бугаков И.И. Способ оценки остаточных температурных напряжений в полимерных телах // Изв. АН СССР. МТТ. 1978. № 9. С. 68–74.
3. Бугаков И.И. Определяющие уравнения для материалов с фазовым переходом // Изв. АН СССР. МТТ. 1989. № 3. С. 111–117.
4. Благонадежин В.Д., Воронцов А.Н., Мурзаханов Г.Х. Технологические задачи механики конструкций из композитных материалов // Механика композит. материалов. 1987. № 5. С. 859–877.
5. Бартерев Г.М., Зеленев Ю.В. Курс физики полимеров. Л.: Химия. 1976. 288 с.
6. Гуревич Г.И. Деформируемость сред и распространение сейсмических волн. М.: Наука, 1974. 483 с.
7. Турусов Р.А., Стратонова М.Н. Температурные напряжения в полимерных стержнях при неоднородном нагреве // Механика полимеров, 1967. № 5. С. 944–947.
8. Ильюшин А.А., Победра Б.Е. Основы математической теории термовязко-упругости. М.: Наука, 1970. 280 с.
9. Боли Б., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений. М.: Мир, 1964. 517 с.
10. Москвитин В.В. Сопrotивление вязко-упругих материалов. М.: Наука, 1972. 327 с.
11. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
12. Бегишев В.П., Сметанников О.Ю., Труфанов Н.А., Шадрин О.А., Шардаков И.Н. Описание наследственных эффектов при стекловании и размягчении эпоксидных связующих // Пластич. массы. 1991. № 9. С. 55–58.

Пермь

Поступила в редакцию
2.II.1995