

УДК 531.391

© 1997 г. Л.А. РЫБАК, А.В. СИНЕВ

**СИНТЕЗ МНОГОСВЯЗНОГО ЦИФРОВОГО УПРАВЛЕНИЯ
АКТИВНОЙ СИСТЕМОЙ ВИБРОИЗОЛЯЦИИ
ДЛЯ ДВУМЕРНОЙ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ**

На примере плоской задачи стабилизации точки в инерциальной системе координат рассмотрен синтез матрицы оптимальных передаточных функций для активной системы виброизоляции кинематического принципа действия. Решение выполнено для дискретного цифрового управления. Рассмотрена кинематическая схема и приведены необходимые соотношения между ускорениями на входе и выходе системы и относительными перемещениями. Сформулирована задача линейной квадратичной минимизации и дан вывод дискретного аналога уравнения Винера–Хопфа. Рассмотрены задачи факторизации и сепарации для дискретных систем, дано решение числового примера с определением матрицы прямых передаточных функций между входными и выходными ускорениями. Поставлена задача определения матриц передаточных функций обратных связей от датчиков к исполнительным механизмам на основе предварительного определения матрицы прямых передаточных функций.

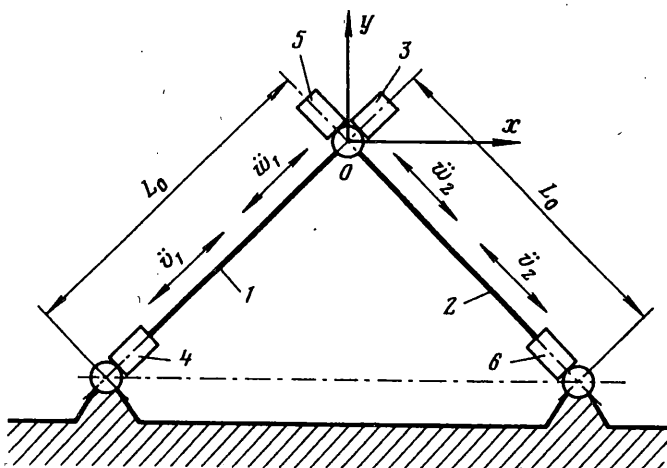
1. Расширение области применения активных систем виброизоляции космических объектов в целях защиты от инфранизкочастотных микрогравитационных воздействий требует поиска новых нетрадиционных технических решений. Примером такого решения может быть применение активных систем виброизоляции кинематического принципа действия с цифровыми системами управления [1, 2].

Однако разработка методов управления подобными системами не может ограничиться одномерными задачами. Конечной целью является построение многомерной системы управления платформой в виде твердого тела с шестью степенями свободы. Твердое тело при этом должно осуществлять управляемое движение относительно основания по всем шести степеням свободы в пространстве. Пространственное движение платформы создается с помощью механизмов-виброизоляторов, количество и структура которых могут быть определены в рамках общих подходов к механизмам параллельной структуры [3].

Система управления должна в этом случае управлять движением платформы от акселерометров, установленных на платформе и определяющих ее ускорения по шести степеням свободы; от акселерометров, установленных на основании и регистрирующих движение точек крепления механизмов-виброизоляторов на основании, а также от датчиков относительных перемещений, определяющих относительное перемещение платформы и основания по шести степеням свободы платформы.

Для решения поставленной задачи в полном объеме необходимо изучение более простых моделей механических управляемых систем, позволяющих разработать подход к общему решению. С этой целью в настоящей статье рассматривается двумерная задача, отражающая специфику более сложной задачи виброизоляции платформы.

Схема представлена на фигуре, где 1, 2 – стержни, соединенные шарнирами между собой и основанием. Стержни наклонены к горизонтальной плоскости под равными



углами α , так что конфигурация "стержни – основание" образует равнобедренный треугольник; 3, 5 – акселерометры для измерения ускорения по направлению осей стержней в точке O пересечения осей стержней 1 и 2. На основании вдоль осей стержней измеряются акселерометрами 4 (стержень 1) и 6 (стержень 2). Стержни в процессе колебательного движения изменяют свою длину L_i ($i = 1, 2, L_i = L_0$ – в равновесном статическом состоянии) по командам от акселерометров 3–6 и датчиков относительных изменений $\delta_1 = L_1 - L_0$ и $\delta_2 = L_2 - L_0$ длин стержней (на схеме эти датчики не показаны). Более точно: сигналы трех датчиков для каждого стержня суммируются и дополнительно преобразуясь, вырабатывают сигналы скоростей $\dot{\delta}_1$ и $\dot{\delta}_2$, т.е. управление происходит по скорости изменения длины стержней. Основание находится в вынужденном колебательном движении случайного характера в сочетании с движениями с постоянными ускорениями в горизонтальном и вертикальном направлениях. Обозначим эти ускорения \ddot{x} и \ddot{y} .

Задача состоит в нахождении законов управления, минимизирующих абсолютное ускорение точки O при ограничении на относительные перемещения δ_1 и δ_2 . Решение выполняется в области дискретного управления.

Следует указать, что с позиций механики задачи является кинематической. Объединение этого кинематического решения с динамической задачей управления создает общую динамическую задачу. Поэтому ниже не рассматривается учет инерционных свойств механической системы (например, массы, сосредоточенной в точке O).

2. Рассмотрим в линейной постановке для малых перемещений связь между относительными перемещениями и ускорениями и абсолютными ускорениями как основания, так и точки O . Эта связь может быть записана с использованием матрицы плюккеровых координат

$$A = \begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\cos \alpha & \sin \alpha \end{vmatrix}$$

и обратной ей матрицы

$$A^{-1} = \frac{1}{\sin 2\alpha} \begin{vmatrix} \sin \alpha & -\sin \alpha \\ \cos \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix}$$

Задача рассматривается в линейной постановке. Изменения положения в процессе движения приводит к необходимости учета этих изменений, т.е. к нелинейной

задаче. Однако, сводя задачу к линейной, мы выбираем только члены линейного приближения.

Абсолютные ускорения точки O по направлениям осей стержней равны

$$\ddot{w}_i(z) = \ddot{\delta}_i(z) + \ddot{v}_i(z) \quad (i = 1, 2) \quad (2.1)$$

где z – переменная преобразования Тейлора [4, 5], $\ddot{v}_i(z)$ – абсолютные ускорения основания по направлениям осей стержней $1, 2$.

Дальнейшая детализация связи ускорений \ddot{v}_i с поступательными в плоскости XU и угловым вокруг произвольной точки ускорением основания не имеет смысла. Очевидно, что связь однозначно определяется с помощью линейных кинематических соотношений, легко выводимых при конкретизации задачи. В принципе задача может быть рассмотрена и для нежесткого основания.

Переход от ускорений $\ddot{w}_i(z)$ к абсолютным ускорениям точки O в декартовых координатах имеет вид

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_0(z) \\ \ddot{y}_0(z) \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} \ddot{w}_1(z) \\ \ddot{w}_2(z) \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

где \ddot{x}_0 и \ddot{y}_0 – ускорения точки O в декартовых координатах.

Постановку задачи синтеза распространим на плоскую двумерную задачу и управление в дискретной области. В квадратичной интегральной функции качества суммируются интегральные оценки относительных перемещений от действия постоянных ускорений и квадратические оценки абсолютного ускорения точки O от действия дискретного случайного процесса со стороны основания.

Для определения связи между относительными ускорениями и перемещениями необходимо учесть свойства управляемого привода, осуществляющего изменение длины стержней в частотной области, а в цифроаналоговом преобразователе (ЦАП) используется экстраполятор (фиксатор) нулевого порядка [6]. Сделав, как и в упомянутой работе, допущение, что свойства привода учитываются фильтром первого порядка и одинаковы для обоих механизмов стержней 1 и 2 , примем

$$\ddot{\delta}_i(z) = -\frac{\omega_1 \exp(-\omega_1 T)(1-z)^2}{z\alpha + \beta} \delta_i(z) \quad (2.3)$$

$$\alpha = \frac{1}{\omega_1}(1 - \exp(-\omega_1 T)) - T \exp(-\omega_1 T), \quad \beta = T - \frac{1}{\omega_1}(1 - \exp(-\omega_1 T))$$

где ω_1 – частота среза фильтра первого порядка, T – период дискретизации.

Действие ступенчатого ускорения, приложенного к основанию, представим в матричной форме

$$\ddot{v}_* = \frac{1}{1-z} \begin{pmatrix} \ddot{v}_1 & 0 \\ 0 & \ddot{v}_2 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

где \ddot{v}_1 и \ddot{v}_2 – постоянные значения ускорений основания в шарнирах крепления стержней к основанию по направлениям осей стержней.

Аналогично примем, что матрица спектральной плотности ускорений дискретного случайного процесса по направлениям осей стержней имеет вид

$$K(z) = \begin{pmatrix} k_{11}(z) & k_{12}(z) \\ k_{12}(z) & k_{22}(z) \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

где $k_{11}(z)$, $k_{22}(z)$ – автоспектральные плотности, $k_{12}(z)$, $k_{21}(z)$ – взаимные спектральные плотности.

Зададим связь ускорений в шарнирах основания и в точке O через матрицу неизвестных передаточных функций

$$\ddot{W}(z) = \Phi(z)\ddot{V}(z) \quad (2.6)$$

$$\ddot{W}(z) = \begin{Bmatrix} \ddot{w}_1(z) \\ \ddot{w}_2(z) \end{Bmatrix}, \quad \Phi(z) = \begin{Bmatrix} \Phi_{11}(z) & \Phi_{12}(z) \\ \Phi_{21}(z) & \Phi_{22}(z) \end{Bmatrix}, \quad \ddot{V}(z) = \begin{Bmatrix} \ddot{v}_1(z) \\ \ddot{v}_2(z) \end{Bmatrix}$$

Переход от спектральной плотности ускорений в точках основания к спектральной плотности в точке O по осям стержней запишется в виде

$$K_{\ddot{w}}(z) = \Phi(z^{-1})K(z)\Phi^T(z) \quad (2.7)$$

Переход от спектральной плотности ускорений в точке O по осям стержней к спектральной плотности в декартовых координатах запишется как

$$K_{\ddot{w}}(z) = A^{-1}K_{\ddot{v}}(z)(A^T)^{-1}$$

Зададим функционал для отыскания матрицы оптимальных передаточных функций

$$J = \frac{1}{2\pi j} \oint_L (\delta_1^2(z) + \delta_2^2(z) + r[D_1^2 + D_2^2]) \frac{dz}{z} \quad (2.8)$$

где D_1 и D_2 – квадраты сумм дискретных ускорений $\ddot{w}_1(z)$ и $\ddot{w}_2(z)$ от действия случайного процесса со стороны основания, r – весовой коэффициент.

В [4] доказываются соотношения, что сумма бесконечной последовательности дискретных величин, являющейся сходящимся рядом, сводится к интегралу по контуру единичного радиуса в плоскости комплексного переменного. Значения этого интеграла всегда действительные числа.

Переводим функционал (2.8) в матричную форму, учитывая [7, 8]:

$$J = \frac{1}{2\pi j} \oint_L Sp(I) \frac{dz}{z}$$

где $Sp(I)$ – след матрицы.

Учитывая (2.1)–(2.5), (2.7), получим

$$I = \frac{(z\alpha + \beta)(z^{-1}\alpha + \beta)}{\omega_1^2 \exp(-2\omega_1 T)(1-z)^3(1-z^{-1})^3} (\Phi(z^{-1}) - E)\ddot{v}_*(z^{-1})\ddot{v}_*(z)(\Phi^T(z) - E) + r\Phi(z^{-1})k(z)\Phi^T(z)$$

где E – единичная матрица.

Для получения аналога функционального уравнения Винера–Хопфа в дискретной области применим правила дифференцирования следа матрицы [9]. В результате имеем

$$\Phi(z)\Delta(z) - L(z) = Q(z) \quad (2.9)$$

$$\Delta(z) =$$

$$= \begin{Bmatrix} \frac{\ddot{v}_1^2(z\alpha + \beta)(z^{-1}\alpha + \beta)}{\omega_1^2 \exp(-2\omega_1 T)(z-1)^3(z^{-1}-1)^3} + rk_{11}(z) & rk_{12}(z) \\ rk_{12}(z) & \frac{\ddot{v}_2^2(z\alpha + \beta)(z^{-1}\alpha + \beta)}{\omega_1^2 \exp(-2\omega_1 T)(z-1)^3(z^{-1}-1)^3} + rk_{22}(z) \end{Bmatrix}$$

$$L(z) = \begin{Bmatrix} \frac{\ddot{v}_1^2(z\alpha + \beta)(z^{-1}\alpha + \beta)}{\omega_1^2 \exp(-2\omega_1 T)(z-1)^3(z^{-1}-1)^3} & 0 \\ 0 & \frac{\ddot{v}_2^2(z\alpha + \beta)(z^{-1}\alpha + \beta)}{\omega_1^2 \exp(-2\omega_1 T)(z-1)^3(z^{-1}-1)^3} \end{Bmatrix}$$

где $Q(z)$ – неизвестная матрица, в которой полюса всех элементов находятся внутри круга единичного радиуса на комплексной плоскости. Такие свойства имеет обратная матрица. Определитель матрицы $Q(z)$ содержит все нули и полюса внутри единичного круга.

Уравнение (2.9) решается следующим образом. Матрица $\Delta(z)$ подвергается операции правой факторизации [9]:

$$\Delta(z) = \Gamma(z)\Gamma^T(z^{-1}) \quad (2.10)$$

Левая и правая части уравнения (2.9) умножаются на $[\Gamma^T(z^{-1})]$ справа. Вновь образованная матрица

$$P(z) = L(z)[\Gamma^T(z^{-1})]^{-1} \quad (2.11)$$

подвергается операции сепарации [9]:

$$P(z) = P(z)_* + P(z)_0$$

Во введенных обозначениях в матрице $P(z)_*$ – полюса всех элементов находятся вне единичного круга, а в матрице $P(z)_0$ – внутри единичного круга.

Решение для неизвестной матрицы оптимальных передаточных функций имеет вид

$$\Phi(z) = P(z)_*[\Gamma(z)]^{-1}$$

3. Дальнейшее решение, связанное с практической факторизацией и сепарацией, продолжим на основе численного примера, так как аналитические выражения становятся весьма громоздкими. В примере положим

$$\ddot{y}_1^2 \frac{1}{\omega_1^2 \exp(-2\omega_1 T)} = \ddot{y}_2^2 \frac{1}{\omega_1^2 \exp(-2\omega_1 T)} = 1,11; \quad \beta = 1; \quad \alpha = -0,9; \quad \omega_1 T = 0,05$$

Тогда выражение (2.10) для $\Delta(z)$ приобретает вид

$$\Delta(z) = \left\| \begin{array}{cc} \frac{3-z-z^{-1}}{(z-1)^3(z^{-1}-1)^3} & \frac{1}{(z-1)^2} \\ \frac{1}{(z^{-1}-1)^2} & \frac{3-z-z^{-1}}{(z-1)^3(z^{-1}-1)^3} \end{array} \right\|$$

$$rk_{11}(z) = rk_{22}(z) = \frac{1}{(z-1)^3(z^{-1}-1)^3}, \quad rk_{12}(z) = \frac{1}{(z-1)^2}, \quad rk_{21}(z) = \frac{1}{(z^{-1}-1)^2}$$

Операция факторизации содержит ряд фаз по аналогии с непрерывным случаем [10].

1. Приведение $\Delta(z)$ к полиномиальной форме $\Delta_1(z)$:

$$\Delta_1(z) = T_1(z)\Delta(z)T_1^T(z^{-1}) = \left\| \begin{array}{cc} 3-z-z^{-1} & 2-z-z^{-1} \\ 2-z-z^{-1} & 3-z-z^{-1} \end{array} \right\|$$

$$T_1(z) = \left\| \begin{array}{cc} \frac{1}{(z-1)^3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{(z^{-1}-1)^3} \end{array} \right\|$$

Определитель вновь полученной матрицы равен $\det(\Delta_1) = (z-2)(z^{-1}-2)$.

2. Приведение к матрице с постоянным определителем

$$\Delta_2(z) = T_2(z)\Delta_1(z)T_2^T(z^{-1}) = \left\| \begin{array}{cc} 3-z-z^{-1} & \frac{2-z-z^{-1}}{z^{-1}-2} \\ \frac{2-z-z^{-1}}{z-2} & \frac{3-z-z^{-1}}{(z-2)(z^{-1}-2)} \end{array} \right\|$$

$$T_2(z) = \left\| \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{z-2} \end{array} \right\|$$

3. Устранение полюсов при сохранении постоянного определителя

$$\Delta_3(z) = T_3(z)\Delta_2(z)T_3^T(z^{-1}) = \left\| \begin{array}{cc} 3-z-z^{-1} & z-2 \\ z^{-1}-2 & 2 \end{array} \right\|, \quad T_3(z) = \left\| \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ -\frac{1}{z-2} & 1 \end{array} \right\|$$

4. Приведение к числовой матрице

$$\Delta_4(z) = T_4(z)\Delta_3(z)T_4^T(z^{-1}) = \left\| \begin{array}{cc} 1/2 & 0 \\ 0 & 2 \end{array} \right\|, \quad T_4(z) = \left\| \begin{array}{cc} 1 & -\frac{z-2}{2} \\ 0 & 1 \end{array} \right\|$$

5. Приведение к единичной матрице

$$\Delta_5(z) = T_5\Delta_4T_5^T = \left\| \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right\| = E, \quad T_5 = \left\| \begin{array}{cc} 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{array} \right\|$$

В результате получим с учетом (2.10): $E = \Gamma(z)\Delta(z)[\Gamma^T(z)]$, откуда следует

$$\Gamma^{-1}(z) = T_5T_4(z)T_3(z)T_2(z)T_1(z), \quad [\Gamma^T(z^{-1})]^{-1} = T_1(z^{-1})T_2(z^{-1})T_3(z^{-1})T_4(z^{-1})T_5$$

В результате получим

$$[\Gamma(z)]^{-1} = \frac{(z-1)^3}{z-2} \left\| \begin{array}{cc} \frac{z-2}{2\sqrt{2}} & -\frac{z-2}{2\sqrt{2}} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{array} \right\| \quad (3.1)$$

$$[\Gamma^T(z^{-1})]^{-1} = \frac{(z^{-1}-1)^3}{z^{-1}-2} \left\| \begin{array}{cc} -\frac{z^{-1}-2}{2\sqrt{2}} & \sqrt{2} \\ -\frac{z^{-1}-2}{2\sqrt{2}} & \sqrt{2} \end{array} \right\| \quad (3.2)$$

Матрица (2.11) приобретает вид

$$P(z) = 0,9 \left\| \begin{array}{cc} -(1/2\sqrt{2}) \frac{(z^{-1}-1,11)(z-1,11)}{(z-1)^3} & \sqrt{2} \frac{(z^{-1}-1,11)(z-1,11)}{(z-1)^3(z^{-1}-2)} \\ -(1/2\sqrt{2}) \frac{(z^{-1}-1,11)(z-1,11)}{(z-1)^3} & \sqrt{2} \frac{(z^{-1}-1,11)(z-1,11)}{(z-1)^3(z^{-1}-2)} \end{array} \right\|$$

Разлагаем каждый элемент этой матрицы на простые дроби, отбрасываем члены, у которых полюсы имеют корни внутри единичного круга, корень $z = 1$ условно относим к вне единичного круга (далее он сокращается). Тогда

$$P(z) = \frac{1}{(z-1)^3} \left\| \begin{array}{l} -\frac{1}{2\sqrt{2}}(0,012 - 1,06(z-1)^2) \quad \sqrt{2}(-0,012 + 0,134(z-1) + 0,9(z-1)^2) \\ -\frac{1}{2\sqrt{2}}(0,012 - 1,06(z-1)^2) \quad \sqrt{2}(-0,012 + 0,134(z-1) + 0,9(z-1)^2) \end{array} \right\|$$

С учетом (3.1) и (3.2) окончательно получим

$$\Phi(z) = \frac{0,00136(z-2) - 0,142(z-1)^2(z-2) - 0,0484 + 0,53(z-1) + 3,58(z-1)^2}{z-2} \left\| \begin{array}{l} 1 \quad 1 \\ 1 \quad 1 \end{array} \right\|$$

4. Рассмотрим вопрос об использовании полученной матрицы оптимальных передаточных функций для построения управляющей программы цифрового регулятора.

Считаем, что период дискретизации управления T на несколько порядков больше времени снятия измерений с акселерометров и датчиков относительных перемещений, а в цифроаналоговом преобразователе используется экстраполятор (фиксатор) нулевого порядка. Поэтому допускаем, что момент измерения и момент установки новых управлений совпадают [11].

Тогда для функций управления приводами, изменяющими длину стержней 1 и 2 (фиг. 1), можно записать

$$\left\| \begin{array}{l} u_1(z) \\ u_2(z) \end{array} \right\| = -H_1(z) \left\| \begin{array}{l} \delta_1(z) \\ \delta_2(z) \end{array} \right\| - H_2(z) \left\| \begin{array}{l} \ddot{w}_1(z) \\ \ddot{w}_2(z) \end{array} \right\| - H_3(z) \left\| \begin{array}{l} \ddot{v}_1(z) \\ \ddot{v}_2(z) \end{array} \right\| \quad (4.1)$$

$$H_1(z) = \left\| \begin{array}{ll} h_{111}(z) & h_{112}(z) \\ h_{121}(z) & h_{122}(z) \end{array} \right\| \quad (4.2)$$

$$H_2(z) = \left\| \begin{array}{ll} h_{211}(z) & h_{212}(z) \\ h_{221}(z) & h_{222}(z) \end{array} \right\| \quad (4.3)$$

$$H_3(z) = \left\| \begin{array}{ll} h_{311}(z) & h_{312}(z) \\ h_{321}(z) & h_{322}(z) \end{array} \right\| \quad (4.4)$$

где H_1 – матрица передаточных функций от датчиков относительных перемещений стержней 1 и 2, H_2 – матрица передаточных функций от акселерометров 3 и 5, H_3 – матрица передаточных функций от акселерометров 2 и 6.

Кроме того, для модели системы с фильтром первого порядка [2] можно записать $\delta_i(z) = \gamma(z)u_i(z)$ ($i = 1, 2$)

$$\gamma(z) = \frac{z^2 \omega_1^{-1} (1 - \exp(-\omega_1 T)) (1 - \exp(-\omega_1 T) - \beta) + z\beta}{1 - z(1 + \exp(-\omega_1 T)) + z^2 \exp(-\omega_1 T)}$$

С учетом выражений (2.1), (2.6) и (4.1) получим следующее матричное уравнение, связывающее $\Phi(z)$ с $H_1(z)$, $H_2(z)$, $H_3(z)$:

$$\frac{z\alpha + \beta}{\omega_1 \exp(-\omega_1 T) (1 - z)^2} [\Phi(z) - E] = -H_1(z)\gamma(z) \frac{z\alpha + \beta}{\omega_1 \exp(-\omega_1 T) (1 - z)^2} [\Phi(z) - E] - H_2(z)\gamma(z)\Phi(z) + H_3(z)\gamma(z) \quad (4.5)$$

Далее следует развернуть (4.5) в систему четырех полиномиальных скалярных уравнений [4], в которой известны полиномы $\Phi_{11}(z)$, $\Phi_{12}(z)$, $\Phi_{21}(z)$, $\Phi_{22}(z)$, а неиз-

вестными являются полиномы из (4.2)–(4.4) $h_{11}, h_{12}, h_{21}, h_{22}, h_{31}, h_{32}, h_{321}, h_{322}$.

Решение подобных систем полиномиальных уравнений представляет собой новую неисследованную задачу. Определение матриц $H_1(z)$, $H_2(z)$ и $H_3(z)$ в зависимости от $\Phi(z)$ дает возможность построить алгоритм программы многосвязного управления для цифрового регулятора, учитывая, что z имеет смысл оператора запаздывания на шаг. Т.е. для установки нового управления $u(i)$ на i -м шаге используются не только измерения, снятые с датчиков на этом шаге $\delta_1(i), \delta_2(i), \dot{w}_1(i), \dot{w}_2(i), \ddot{u}_1(i), \ddot{u}_2(i)$, но и на предыдущих шагах $i-1, i-2$.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 94-01-01071).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Синев А.В., Рыбак Л.А. Синтез оптимального регулятора активной системы виброизоляции кинематического принципа действия // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1994. № 6. С. 23–30.
2. Градецкий А.В., Пашков А.И., Рыбак Л.А., Синев А.А., Соловьев В.С. Инвариантная активная система виброизоляции с цифровым управлением для защиты от микрогравитации // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1995. № 4. С. 78–86.
3. Глазунов В.А., Колисков А.Ш., Крайнев А.Ф. Пространственные механизмы параллельной структуры. М.: Наука, 1991. 94 с.
4. Волгий Л.Н. Оптимальное дискретное управление динамическими системами. М.: Наука, 1986. 240 с.
5. Алиев Р.А., Ларин В.Б., Науменко К.И., Сунцев В.Н. Оптимизация линейных инвариантных во времени систем управления. Киев: Наук. думка, 1978. 327 с.
6. Острем К., Виттенмарк Б. Системы управления с ЭВМ. М.: Мир, 1987. 480 с.
7. Синев А.В. Синтез виброзащитной системы твердого тела при случайных воздействиях в двумерной задаче // Машиноведение. 1973. № 5. С. 29–34.
8. Синев А.В. Синтез пространственной системы виброзащиты твердого тела при стационарных случайных воздействиях // Колебания и динамическая прочность машин. М.: Наука, 1976. С. 7–29.
9. Катковник В.Я., Полуэтов Р.А. О задаче синтеза оптимальных многомерных систем автоматического управления // Автоматика и телемеханика. 1965. № 1. С. 19–27.
10. Davis M.C. Factoring the spectral matrix // IEEE Trans. Automat. Control. 1963. AV-8. № 4. P. 295–305.
11. Мита Ц., Хара С., Кондо Р. Введение в цифровое управление. М.: Мир, 1994. 256 с.

Москва

Поступила в редакцию
15.VI.1995