МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 6 • 1996

УДК 539.3

 В.Л. МОНДРУС

ОБ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ В СЛУЧАЙНО-НЕОДНОРОДНОЙ УПРУГОЙ СРЕДЕ

К проблеме интерференции сейсмических волн неоднократно обращались специалисты в области сейсморазведки, геофизики, сейсмостойкого строительства [4]. Однако задачи решались преимущественно в детерминированной форме.

Вероятностная постановка задачи приводит к иным результатам, позволяющим, однако, дать ответ в строгом соответствии с классической теорией интерференции частично когерентных колебаний, к которым можно отнести сейсмические волны различного типа [1].

Прежде чем перейти непосредственно к задаче интерференции следует определить все необходимые статистические характеристики волнового фронта сейсмической волны, распространяющегося в случайно-неоднородной упругой среде.

В предлагаемой работе решено отказаться от исследования проблемы, выделяя неоднородности параметров либо по времени, либо по координате, а рассмотреть процесс в целом, используя понятие спектра пространственных корреляций $S_u(x, x'|\omega)$ [2, 3, 5, 6].

Эти функции, являясь преобразованием Фурье по времени корреляционной функции $K_u(x, x'|\tau)$, обладают по координатам свойствами корреляционных функций, а по частоте – свойствами спектральных плотностей, причем граничные условия для спектра пространственных корреляций $S_u(x, x'|\omega)$ остаются такими же, как и для корреляционной функции $K_u(x, x'|\tau)$ [3, 7, 8].

Решение задачи будем рассматривать для зоны, удаленной от эпицентра, что позволяет для волн P-типа провести исследование в одномерной постановке [9].

1. Одномерное волновое уравнение записывается в виде [4, 9]:

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{b^2}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = 0 \tag{1.1}$$

где $u(x, t)$ – смещение, $b = \sqrt{E/\rho}$ – скорость распространения волны, E – модуль упругости среды распространения, ρ – плотность среды.

Представим $u(x, t)$ в виде прямого преобразования Фурье по времени

$$u(x,\ t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} U(x,\ \omega)\exp(i\omega t)\,d\omega \tag{1.2}$$

Подставляя (1.2) в (1.1), будем иметь

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{d^2U(x,\ \omega)}{dx^2} + \left(\frac{\omega}{b}\right)^2 U(x,\ \omega)\right]\exp(i\omega t)\,d\omega = 0 \tag{1.3}$$

(1.3) выполняется, если выражение, стоящее в квадратных скобках, равно нулю. Следовательно можем записать

$$\frac{d^2U(x,\ \omega)}{dx^2} + \left(\frac{\omega}{b}\right)^2 U(x,\ \omega) = 0 \tag{1.4}$$

Величина $U(x, \omega)$ в (1.4) является функцией x, а ω играет роль параметра.

Представим член $(\omega/b)^2$ в виде суммы математического ожидания волнового числа k_0^2 и флуктуационной составляющей $c(x, \omega)$:

$$(\omega / b)^2 = k_0^2 + c(x, \ \omega) \tag{1.5}$$

$U(x, \omega)$ также представим в виде суммы математического ожидания $U_0(x, \omega)$ и флуктуационной составляющей $V(x, \omega)$:

$$U(x, \ \omega) = U_0(x, \ \omega) + V(x, \ \omega) \tag{1.6}$$

Подставляя (1.5) и (1.6) в (1.4), получим:

$$\begin{gathered}\frac{d^2U_0(x, \omega)}{dx^2} + \frac{d^2V(x, \omega)}{dx^2} + k_0^2U_0(x, \omega) + c(x, \omega)U_0(x, \omega) + \\ + k_0^2V(x, \omega) + c(x, \omega)V(x, \omega) = 0\end{gathered} \tag{1.7}$$

Выражение (1.7) запишем в виде системы связанных дифференциальных уравнений [5, 7]:

$$\begin{cases}\dfrac{d^2U_0(x, \omega)}{dx^2} + k_0^2U_0(x, \omega) + c(x, \omega)V(x, \omega) = 0 \\ \dfrac{d^2V(x, \omega)}{dx^2} + k_0^2V(x, \omega) + c(x, \omega)U_0(x, \omega) = 0\end{cases} \tag{1.8}$$

Умножим второе уравнение системы (1.8) на величину $c^*(x', \ \omega')$ (звездочка – означает комплексно-сопряженную величину, а штрих – "штрихованную" переменную). Осредняя, с учетом условий стохастической ортогональности [2, 3]:

$$\begin{gathered}\langle c^*(x', \omega')V(x, \omega)\rangle = S_{cu}(x, x'|\omega)\delta(\omega - \omega') \\ \langle c^*(x', \omega')c(x, \omega)\rangle = S_c(x, x'|\omega)\delta(\omega - \omega')\end{gathered} \tag{1.9}$$

где угловыми скобками $\langle ... \rangle$ показана операция осреднения, будем иметь

$$\begin{cases}\dfrac{d^2U_0(x, \omega)}{dx^2} + k_0^2U_0(x, \omega) + S_{cu}(x, x|\omega) = 0 \\ \dfrac{d^2S_{cu}(x, x'|\omega)}{dx^2} + k_0^2S_{cu}(x, x'|\omega) = -U_0(x, \omega)S_c(x, x'|\omega)\end{cases} \tag{1.10}$$

В (1.10) $S_{cu}(x, x'|\omega)$, $S_c(x, x'|\omega)$ – спектры пространственной корреляции [2, 3]:

$$S_{cu}(x, x'|\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} K_{cu}(x, x'|\tau)\exp(-i\omega\tau)d\tau \tag{1.11}$$

где $K_{cu}(x, x'|\tau)$ – взаимная корреляционная функция флуктуаций волнового числа и амплитуды волны.

Для дальнейшего решения задачи следует задать функцию $S_c(x, x'|\omega)$, характеризующую неоднородности среды распространения волнового фронта.

Предположим, что неоднородности среды распространения экспоненциально-коррелированы по координатам. Тогда, с учетом принципа разделения переменных [2], $S_c(x, x'|\omega)$ можно представить в виде

$$S_c(x, x'|\omega) = S_0(\omega)\sigma_c^2 \exp(-\alpha|x' - x|) \tag{1.12}$$

где σ_c^2 – дисперсия неоднородности среды распространения, α – коэффициент широкополосности, характеризующий корреляционную зависимость между ординатами процесса, $S_0(\omega)$ – спектральная плотность (временная характеристика случайного процесса).

Если, например, процесс экспоненциально коррелирован по времени, то он характеризуется дробно-рациональной спектральной плотностью

$$S_0(\omega) = \frac{\sigma_0^2}{\pi}\frac{\alpha_0}{\alpha_0^2+\omega^2}$$

где σ_0^2 – дисперсия процесса, α_0 – коэффициент широкополосности, характеризующий стохастическую связанность значений процесса в различные моменты времени.

При выбранном положительном направлении распространения волнового фронта $x' - x \geqslant 0$, получим следующую систему связанных дифференциальных уравнений, подставляя (1.12) во второе уравнение системы (1.10):

$$\frac{d^2U_0(x,\omega)}{dx^2} + k_0^2U_0(x,\omega) + S_{cu}(x, x|\omega) = 0$$

$$\frac{d^2S_{cu}(x, x'|\omega)}{dx^2} + k_0^2S_{cu}(x, x'|\omega) = -U_0(x,\omega)S_0(\omega)\exp[-\alpha(x'-x)] \qquad (1.13)$$

Решение системы (1.13) будем искать в виде

$$U_0(x,\omega) = \sum_i C_i\exp(r_ix) \qquad (1.14)$$

$$S_{cu}(x, x'|\omega) = \sum_i B_i\exp(r_ix)S_1[(x'-x)|\omega] \qquad (1.15)$$

где B_i, C_i – неизвестные величины, r_i – корни характеристического уравнения. Следует заметить, что параметр ω входит в состав B_i, C_i и r_i.

Полагая, что исследуемый процесс однородный по координатам, переходим во втором уравнении системы (1.13) от дифференцирования по x к дифференцированию по $\xi = x' - x$. Вводя обозначение $(C_i/B_i) = D_i$ $(B_i \neq 0)$, получим на основании второго уравнения системы (1.13):

$$\frac{d^2S_1(\xi,\omega)}{d\xi^2} - 2r\frac{dS_1(\xi,\omega)}{d\xi} + (r^2+k_0^2)S_1(\xi,\omega) = -DS_0(\omega)\sigma_c^2\exp(-\alpha\xi) \qquad (1.16)$$

(знак $\sum$ опущен).

Так как исследуемый процесс однородный по координатам, то общее решение (1.16) будет по мере удаления от источника возбуждения быстро стремиться к нулю. Оставляя лишь частное решение неоднородного уравнения (1.16), будем иметь

$$S_1(\xi,\omega) = -\frac{DS_0(\omega)\sigma_c^2}{(r+\alpha)^2+k_0^2}\exp(-\alpha\xi) \qquad (1.17)$$

На основании (1.15) с учетом (1.17) можем записать

$$S_{cu}(x, x|\omega) = S_{cu}(x, x'|\omega)\Big|_{x=x'(\xi=0)} = -\frac{CS_0(\omega)\sigma_c^2}{(r+\alpha)^2+k_0^2}\exp(rx) \qquad (1.18)$$

Подставляя (1.18) и (1.14) в первое уравнение системы (1.13), получим характеристическое уравнение вида

$$(r^2+k_0^2)[(r+\alpha)^2+k_0^2] - S_0(\omega)\sigma_c^2 = 0 \qquad (1.19)$$

Решение уравнения такого типа возможно в аналитической форме [7] и имеет следующий вид

$$r_{1+4} = -(\alpha/2) \pm \beta \pm i\mu \tag{1.20}$$

$$\beta = (\tfrac{1}{2}[\sqrt{(k_0^2+\alpha^2/4)^2 - S_0(\omega)\sigma_c^2} - (k_0^2-\alpha^2/4)])^{\frac{1}{2}}$$

$$\mu = (\tfrac{1}{2}[\sqrt{(k_0^2+\alpha^2/4)^2 - S_0(\omega)\sigma_c^2} + (k_0^2-\alpha^2/4)])^{\frac{1}{2}} \tag{1.21}$$

Выбрав направление распространения волнового фронта, отбрасывая корни с отрицательными мнимыми частями, получим

$$U_0(x,\omega) = C_1 \exp(r_1 x) + C_2 \exp(r_2 x) \tag{1.22}$$

где C_1 и C_2 определяются из детерминированных граничных условий

$$U_0(x,\omega) = C_1 \exp(r_1 x) + C_2 \exp(r_2 x)\Big|_{x=0} = L \tag{1.23}$$

$$S_{cu}(x, x'|\omega) = \sum_{i=1}^{2} B_i \exp(r_i x) S_1(\xi,\omega)\Bigg|_{x=x'=0} = 0 \tag{1.24}$$

После ряда математических преобразований будем иметь

$$C_1 = -\frac{(r_1+\alpha)^2 + k_0^2}{(r_2+\alpha)^2 - (r_1+\alpha)^2} L, \quad C_2 = \frac{(r_2+\alpha)^2 + k_0^2}{(r_2+\alpha)^2 - (r_1+\alpha)^2} L \tag{1.25}$$

С учетом (1.25) можно записать следующее окончательное выражение:

$$S_{cu}(x, x'|\omega) = -\left[\frac{C_1 \exp(r_1 x)}{(r_1+\alpha)^2 + k_0^2} + \frac{C_2 \exp(r_2 x)}{(r_2+\alpha)^2 + k_0^2}\right] S_0(\omega)\sigma_c^2 \exp[-\alpha(x'-x)] \tag{1.26}$$

Для определения спектра пространственной корреляции $S_u(x, x'|\omega)$ следует переписать второе уравнение системы (1.8) в виде зависимости от "штрихованной" переменной. Далее, умножая на спектр $V^*(x,\omega)$, с учетом усилия стохастической ортогональности [2, 3]:

$$\langle V^*(x,\omega)V(x',\omega')\rangle = S_u(x, x'|\omega)\delta(\omega-\omega') \tag{1.27}$$

и (1.9), будем иметь

$$\frac{d^2 S_u(x, x'|\omega)}{(dx')^2} + k_0^2 S_u(x, x'|\omega) = -U_0(x',\omega') S_{cu}(x, x'|\omega) \tag{1.28}$$

Все члены, стоящие в правой части (1.28), определяются по (1.22) и (1.26). Причем в (1.22) следует положить $x = x'$ и $\omega = \omega'$ (вводимые при этом обозначения r' и C' означают зависимость r и C от параметра ω').

Решение (1.28) при нулевых граничных условиях, соответствующее принципу излучения (отсутствие обратного распространения волнового фронта), имеет следующий вид:

$$S_u(x, x'|\omega) = \left(\frac{C_1'\{\exp[(r_1'-\alpha)x'] - \exp(ik_0x')\}}{(r_1'-\alpha)^2 + k_0^2} + \frac{C_2'\{\exp[(r_2'-\alpha)x'] - \exp(ik_0x')\}}{(r_2'-\alpha)^2 + k_0^2}\right) \times$$
$$\times\left(\frac{C_1 \exp[(r_1+\alpha)x]}{(r_1+\alpha)^2 + k_0^2} + \frac{C_2 \exp[(r_2+\alpha)x]}{(r_2+\alpha)^2 + k_0^2}\right) S_0(\omega)\sigma_c^2 = \psi_u(\omega) S_0(\omega)\sigma_c^2 \tag{1.29}$$

Применяя далее прямое преобразование Фурье по времени, с учетом полученных выражений для $U_0(x, \omega)$ (1.22), $S_{cu}(x, x'|\omega)$ (1.26) и $S_u(x, x'|\omega)$ (1.29), находим математическое ожидание $u_0(x, t)$, взаимную корреляционную функцию флуктуаций упругих постоянных E, ρ и амплитуды волны $K_{uc}(x, x'|\tau)$, а также автокорреляционную функцию амплитуды волны $K_{uc}(x, x'|\tau)$:

$$u_0(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} U_0(x,\omega)\exp(i\omega t)\,d\omega$$

$$K_{uc}(x,x'|\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{uc}(x,x'|\omega)\exp(i\omega\tau)\,d\omega \tag{1.30}$$

$$K_u(x,x'|\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_u(x,x'|\omega)\exp(i\omega\tau)\,d\omega$$

2. С целью исследовать задачу интерференции частично-когерентных колебаний рассмотрим два волновых фронта, описываемых спектрами $U_1(x, \omega)$ и $U_2(x, \omega)$.

Согласно [1] интенсивность суммарной волны, представляющая суперпозицию двух интерферирующих частично когерентных процессов, описывается в заданной зоне Q следующим образом

$$I(Q) = I_1(Q) + I_2(Q) + 2\sqrt{I_1(Q)I_2(Q)}\,|\gamma_{12}(\tau)|\cos[\alpha_{12}(\tau) - \varphi] \tag{2.1}$$

$$I_1(Q) = K_{u1}(0) = K_{u1}(\tau)|_{\tau=0} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{u1}(x,x'|\omega)\,d\omega \tag{2.2}$$

$$I_2(Q) = K_{u2}(0) = K_{u2}(\tau)|_{\tau=0} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{u2}(x,x'|\omega)\,d\omega \tag{2.3}$$

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{K_{u12}(\tau)}{\sqrt{K_{u1}(0)}\sqrt{K_{u2}(0)}} \tag{2.4}$$

$$K_{u12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{u12}(x,x'|\omega)\exp(i\omega\tau)d\omega \tag{2.5}$$

В (2.1) $\alpha_{12}(\tau) = 2\pi\bar{\nu}\tau + \arg\gamma_{12}(\tau)$; $\quad \varphi = (2\pi/\lambda)(l_2 - l_1)$,

где $\bar{\nu}$ – среднее значение частоты, $\gamma_{12}(\tau)$ – комплексная степень когерентности [1], $\bar{\lambda}$ – среднее значение длины соответствующей сейсмической волны, $(l_2 - l_1)$ – разность хода двух интерферирующих волн.

Выражения (2.2) и (2.3) описывают интенсивность волновых фронтов через автокорреляционные функции в заданной точке (дисперсии), а величина $K_{u12}(\tau)$ представляет собой взаимную корреляционную функцию двух исследуемых волновых процессов.

Условие $\gamma_{12}(\tau) = 1$ соответствует монохроматическим волнам и к задачам сейсмики не подходит. Условие $\gamma_{12}(\tau) = 0$ – отсутствию интерференции вообще, что, разумеется, вполне возможно, но не имеет отношения к задаче интерференции.

Очевидно, что для случая интерференции сейсмических волн будет выполняться неравенство $0 < \gamma_{12}(\tau) < 1$. Такие волны и называются частично когерентными [1].

Так как для задач сейсмостойкого строительства необходимо определить максимально возможное значение интенсивности $I(Q)$, то в (2.1) следует положить

$$\cos[\alpha_{12}(\tau) - \varphi] = 1 \tag{2.6}$$

Если полагать, что неоднородности среды распространения для обоих волновых фронтов характеризуются одной и той же функцией (в исследуемой задаче неоднородности экспоненциально-коррелированы), то различия в описании "первого" и "второго" фронтов возможно только через граничные условия, то есть через C_1 и C_2. Причем, сужая вопрос, можно говорить лишь о различиях по граничному условию (1.23):

$$U_{10}(x,\omega)=C_{11}\exp(r_1x)+C_{21}\exp(r_2x)\big|_{x=0}=M \tag{2.7}$$

$$U_{20}(x,\omega)=C_{12}\exp(r_1x)+C_{22}\exp(r_2x)\big|_{x=0}=N \tag{2.8}$$

По аналогии с (1.25) легко записать выражения для $C_{11}, C_{21}, C_{12}, C_{22}$.

Опираясь на полученное выражение для $S_u(x,x'|\omega)$ (1.29), будем иметь

$$S_{u1}(x,x'|\omega)=\left(\frac{C'_{11}\{\exp[(r'_1-\alpha)x']-\exp(ik_0x')\}}{(r'_1-\alpha)^2+k_0^2}+\frac{C'_{21}\{\exp[(r'_2-\alpha)x']-\exp(ik_0x')\}}{(r'_2-\alpha)^2+k_0^2}\right)\times$$

$$\times\left(\frac{C_{11}\exp[(r_1+\alpha)x]}{(r_1+\alpha)^2+k_0^2}+\frac{C_{21}\exp[(r_2+\alpha)x]}{(r_2+\alpha)^2+k_0^2}\right)S_0(\omega)\sigma_c^2=\psi_{u1}(\omega)S_0(\omega)\sigma_c^2 \tag{2.9}$$

$$S_{u2}(x,x'|\omega)=\left(\frac{C'_{12}\{\exp[(r'_1-\alpha)x']-\exp(ik_0x')\}}{(r'_1-\alpha)^2+k_0^2}+\frac{C'_{22}\{\exp[(r'_2-\alpha)x']-\exp(ik_0x')\}}{(r'_2-\alpha)^2+k_0^2}\right)\times$$

$$\times\left(\frac{C_{12}\exp[(r_1+\alpha)x]}{(r_1+\alpha)^2+k_0^2}+\frac{C_{22}\exp[(r_2+\alpha)x]}{(r_2+\alpha)^2+k_0^2}\right)S_0(\omega)\sigma_c^2=\psi_{u2}(\omega)S_0(\omega)\sigma_c^2 \tag{2.10}$$

В (2.9) и (2.10) штрихи у C_{ij} и характеристических показателей r_i показывают на зависимость этих величин от ω'.

С целью определения спектра пространственных корреляций $S_{u12}(x,x'|\omega)$, входящего в (2.5), следует записать второе уравнение системы (1.8) в виде зависимости от "штрихованной" переменной, например, "второго" волнового фронта

$$\frac{d^2V_2(x',\omega')}{(dx')^2}+k_0^2V_2(x',\omega')+c(x',\omega')U_{20}(x',\omega')=0 \tag{2.11}$$

Умножая (2.11) на спектр $V_1^*(x,\omega)$, с учетом условий стохастической ортогональности [2, 3], будем иметь

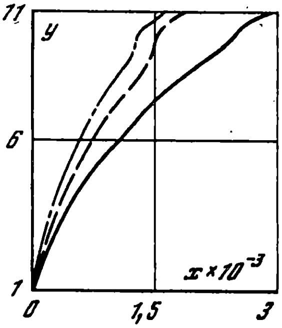
$$\frac{d^2S_{u12}(x,x'|\omega)}{(dx')^2}+k_0^2S_{u12}(x,x'|\omega)=-U_{20}(x',\omega')S_{cu1}(x,x'|\omega) \tag{2.12}$$

По аналогии с (1.26) можем записать

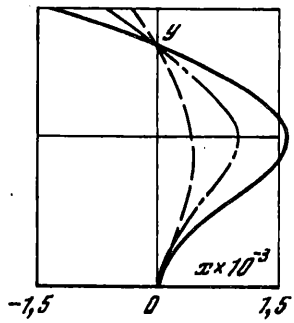
$$S_{cu1}(x,x'|\omega)=-\left[\frac{C_{11}\exp(r_1x)}{(r_1+\alpha)^2+k_0^2}+\frac{C_{21}\exp(r_2x)}{(r_2+\alpha)^2+k_0^2}\right]S_0(\omega)\sigma_c^2\exp[-\alpha(x'-x)] \tag{2.13}$$

Подставляя (2.13) в правую часть (2.12), с учётом того, что

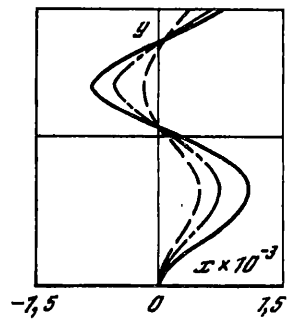
$$U_{20}(x',\omega')=C'_{12}\exp(r'_1x')+C'_{22}\exp(r'_2x') \tag{2.14}$$



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

получим по аналогии с (1.29) при нулевых граничных условиях решение (2.12), соответствующее принципу излучения, в виде

$$S_{u12}(x, x'|\omega) = \left(\frac{C'_{12}\{\exp[(r'_1-\alpha)x'] - \exp(ik_0x')\}}{(r'_1-\alpha)^2+k_0^2} + \frac{C'_{22}\{\exp[(r'_2-\alpha)x'] - \exp(ik_0x')\}}{(r'_2-\alpha)^2+k_0^2} \right) \times$$

$$\times \left(\frac{C_{11}\exp[(r_1+\alpha)x]}{(r_1+\alpha)^2+k_0^2} + \frac{C_{21}\exp[(r_2+\alpha)x]}{(r_2+\alpha)^2+k_0^2} \right) S_0(\omega)\sigma_c^2 = \psi_{u12}(\omega)S_0(\omega)\sigma_c^2 \qquad (2.15)$$

Подставляя (2.9), (2.10) и (2.15) в (2.1), с учетом (2.2)–(2.4) зафиксировав для x, x' соответствующую зоне Q точку через l_1 и l_2, получим

$$I(Q) = \left[\int_{-\infty}^{\infty} S_0(\omega)\psi_{u1}(\omega)\,d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} S_0(\omega)\psi_{u2}(\omega)\,d\omega + \right.$$

$$\left. + \int_{-\infty}^{\infty} S_0(\omega)\psi_{u12}(\omega)\exp(i\omega\tau)\,d\omega \right] \sigma_c^2 \qquad (2.16)$$

Последний член в (2.16), как и в классической теории, является интерференционным и оказывает определяющее влияние на процесс усиления или ослабления воздействия.

Основываясь на формуле (2.16), внешнее воздействие на здание представлено как результат интерференции двух частично когерентных волновых фронтов, источники возбуждения которых можно охарактеризовать одной акселерограммой [10].

В результате численного анализа получены параметры сейсмической нагрузки для первых трех форм колебаний (фиг. 1–3). Данные (сплошные линии на фиг. 1–3) представлены в сравнении с расчетом по СНиП II-7-81 (штрихпунктирные линии) и по той же акселерограмме стандартным способом (штриховые линии) для 9-этажного крупнопанельного здания, возводимого в районе с сейсмичностью 8 баллов по 10 массовой расчетной схеме. Исследования проведены при значениях коэффициента широкополосности $\alpha = 0{,}2$ м$^{-1}$, дисперсии неоднородностей $\sigma_c^2 = 0{,}02$ (МРа)^2.

Анализируя полученные результаты несложно заметить, что учет интерференции двух частично когерентных сейсмических волновых фронтов приводит к значительному увеличению расчетной сейсмической нагрузки (почти в 1,6 раза для первой формы колебаний, см. фиг. 1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Борн М., Вольф Э.* Основы оптики. М.: Наука, 1973. 719 с.
2. *Болотин В.В.* Случайные колебания упругих систем. М.: Наука, 1979. 336 с.
3. *Болотин В.В.* Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. М.: Стройиздат, 1982. 352 с.
4. *Рябинкин Л.А.* Теория упругих волн. М.: Недра, 1987. 182 с.
5. *Мондрус В.Л.* К вопросу об определении автокорреляционной функции в случайном процессе // Изв. РАН. МТТ. 1993. № 5. С. 185–190.
6. *Мондрус В.Л.* Некоторые проблемы дифракции продольных сейсмических волн, распространяющихся в случайно-неоднородной упругой среде // Изв. РАН. МТТ. 1994. № 5. С. 82–85.
7. *Макаров Б.П.* Нелинейные задачи статистической динамики машин и приборов. М.: Машиностроение, 1983. 264 с.
8. *Соболев Д.Н.* К расчету конструкций, лежащих на статистически неоднородном основании // Строит. механика и расчет сооружений. 1965. № 1. С. 1–4.
9. *Саваренский Е.Ф.* Сейсмические волны. М.: Недра, 1972. 292 с.
10. Газлийские землетрясения 1976 г. Инженерный анализ последствий / Под ред. С.В. Полякова. М.: Наука, 1982. 196 с.

Москва

Поступила в редакцию
7.VI.1995