

УДК 539.3

© 1996 г. Н.А. ЕВТУШЕНКО, П.В. ЛОБЗЕНКО, В.П. СИЗОВ

**ВОЗБУЖДЕНИЕ УПРУГИХ ИМПУЛЬСОВ
В СЛОИСТОМ КОМПОЗИТЕ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛА,
РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПО ЕГО ПОВЕРХНОСТИ**

Широкое применение в авиа- и машиностроении композиционных материалов (КМ) диктует необходимость исследования их свойств в различных режимах эксплуатации. Интересной является проблема рассмотрения упругих свойств, определяющих состояние таких материалов вплоть до разрушения [1] при действии разного вида нагрузок. Так, причиной разрушения структуры материала в целом или его составляющих могут служить упругие волны в веществе, индуцированные при нагревании поверхности конструкции. В свою очередь, нагревание объектов из КМ может быть обусловлено действием концентрированных потоков энергии, к примеру, в случае бесконтактной диагностики или обработки лазерным излучением (ЛИ). Подобные вопросы по-своему интересно освещались ранее в ряде работ [2, 3]. Однако авторами были рассмотрены случаи оптической и механической генерации упругих импульсов конкретно в изотропных материалах. Примененный ими для расчета НДС метод парциальных волн является также громоздким при вычислениях. Таким образом, особенности возникновения и распространения упругих волн в КМ, связанные со слоистыми структурами и источниками температуры, распределенными по поверхности определенным образом, требуют более детального рассмотрения с помощью методик значительно сокращающих время проведения расчетов. Целью настоящей работы является аналитико-численное исследование процессов формирования в слоистой конструкции из композитных материалов упругих импульсов давления, обусловленных действием источников тепла, распределенных заданным образом по ее поверхности.

В работе исследуются КМ, которые можно представить в виде трансверсально-изотропной (ТВИ) среды [4]. Принято, что в каждом слое ТВИ конструкции армирующие волокна направлены вдоль главной оси симметрии ТВИ материала.

Упругие импульсы возбуждаются в материале вследствие температурных деформаций при воздействии импульсного ЛИ. Перемещения U^i ($i = J, K, N$ – оси локального аффинного репера e^J, e^K, e^N , фиг. 1), характеризующие их, для анизотропной упругой среды описываются уравнением движения [5]:

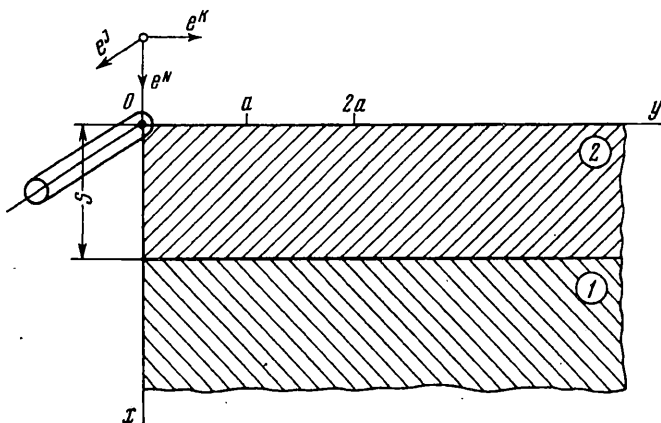
$$\rho \frac{\partial^2 U^i}{\partial t^2} = \nabla_j C^{ijrs} \nabla_{(r} U_{s)} \quad (1)$$

с граничными условиями в зоне облучения в виде соотношений Дюгамеля–Неймана

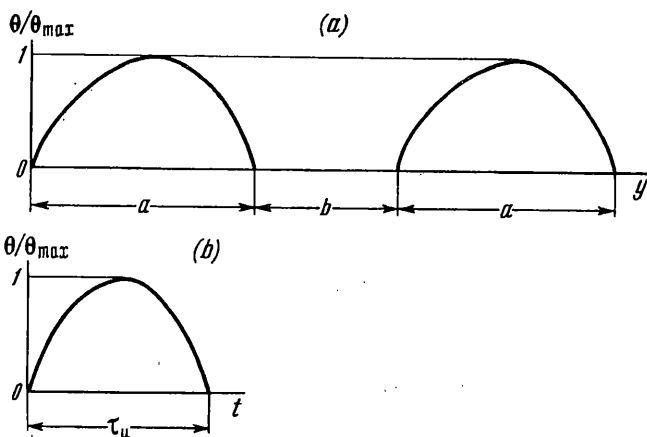
$$\sigma^{ij} = C^{ijrs} \varepsilon_{rs} - C^{ijrs} \alpha_{rs} \theta \quad (2)$$

где ρ – плотность материала, C^{ijrs} – коэффициенты упругости анизотропного тела, $(r \dots s)$ – операция симметрирования индексов, σ^{ij} – тензор напряжений, ε_{rs} – тензор деформаций, $\theta = T - T_0$ – приращение температуры облучаемого участка, α_{rs} – тензор коэффициентов теплового расширения материала.

Для ТВИ среды согласно методики, приведенной в [6], система уравнений (1) пре-



Фиг. 1



Фиг. 2

образуется в систему уравнений для квазипродольных, квазипоперечных и поперечных упругих волн соответственно:

$$\begin{cases} \nabla^s \nabla_s U_J^{(K)} + b_1 U_J^{(K)} + b_2 \nabla_J \nabla^s U_s^{(K)} = 0 & (3) \\ \nabla_\beta \nabla^\alpha U_\alpha^{(K)} + b_3 U_\beta^{(K)} + b_4 \nabla_J \nabla_\beta U_J^{(K)} = 0 & (4) \\ \bar{\Delta} U_\beta^{(l)} + \kappa_1^2 U_\beta^{(l)} = 0 & (5) \end{cases}$$

$$\bar{\Delta} = \nabla^K \nabla_K + \nabla^N \nabla_N, \quad \kappa_1^2 = \frac{2(\rho\omega^2 - \xi^2 C_{44})}{C_{11} - C_{12}} \quad (6)$$

где κ_1^2 – квадрат модуля проекции волнового вектора поперечных волн на плоскость изотропии e^K и e^N материала; ω – круговая частота; ξ – модуль проекции волновых векторов квазипродольных и квазипоперечных волн на направление главной оси симметрии ТВИ среды; $K = L, T$; L – относится к квазипродольным, а T – к квазипоперечным волнам; t – соответствует поперечным волнам, индексы J, K, N – фиксированы, индекс J соответствует направлению главной оси симметрии материала, греческие индексы принимают значения K, N , латинские – J, K, N ; выраже-

ния для b_1, b_2, b_3, b_4 через упругие постоянные материала приведены в [6]; C_{11}, C_{12}, C_{44} – элементы матрицы постоянных КМ, записанной по свернутому индексу.

Принимая, что в зоне действия ЛИ напряжения обусловлены только приращением температуры поверхности материала, т.е. полагая в (2) $\epsilon_{rs} \equiv 0$, имеем граничные условия в виде

$$\sigma_{ij}^{(\theta)} = -C^{ijrs} \alpha_{rs} \theta \quad (7)$$

Подставляя в (7) выражение для C^{ijrs} из [6], получим термонапряжения для трансверсально-изотропного материала

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^{(\theta)} = & -\{\delta_j^i \delta_j^j (a_3 g^{rs} \alpha_{rs} + a_5 \alpha^{JJ}) + 2a_4 (\delta_j^i \alpha^{Jj} + \delta_j^j \alpha^{ij}) + \\ & + g^{ij} (a_1 g^{rs} \alpha_{rs} + a_3 \alpha^{JJ}) + 2a_2 \alpha^{ij}\} \theta \end{aligned} \quad (8)$$

где g^{ij} – метрический тензор, δ_j^i – символ Кронекера, $i, j, r, s = J, K, N$, а выражения для a_1 – a_5 приведены в [6].

Учитывая, что в декартовой системе координат g^{ij} принимает следующие значения:

$$g^{ij} = \begin{cases} 1, & \text{при } i = j \\ 0, & \text{при } i \neq j \end{cases} \quad (9)$$

а также, что α_{ij} для ТВИ среды определяется как [5]:

$$\alpha_{ij} = \begin{bmatrix} \alpha_{NN} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{NN} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{JJ} \end{bmatrix} \quad (10)$$

окончательно имеем следующие выражения для компонентов термонапряжения на поверхности конструкции в зоне облучения:

$$\sigma_{JJ}^{(\theta)} = -\{(a_1 + 2a_2 + 2a_3 + 4a_4 + a_5) \alpha_{JJ} + 2(a_1 + a_3) \alpha_{NN}\} \theta \quad (11)$$

$$\sigma_{KK}^{(\theta)} = \sigma_{NN}^{(\theta)} = -\{(a_1 + a_3) \alpha_{JJ} + 2(a_1 + a_3) \alpha_{NN}\} \theta \quad (12)$$

Для локального импульсного нагрева, следуя методу из [6], поля перемещений и напряжений в любой точке n -го слоя конструкции для произвольного момента времени представляются на основании Фурье-преобразования в виде разложения по гармоническим плоским волнам вектора-столбца \mathbf{B}_n , содержащего рассматриваемые компоненты перемещений и напряжений:

$$\mathbf{B}_n(t, e^J, e^K, e^N) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int \mathbf{B}_n(\omega, e^J, \xi, e^N) \exp(i\omega t) \exp(i\xi e^K) d\omega d\xi \quad (13)$$

где $B_n = C_n \Psi_n$ – двумерный Фурье-образ вектора-столбца, C_n – матричные соотношения, описывающие компоненты входящие в \mathbf{B}_n , Ψ_n – вектор-столбец амплитуд плоских волн.

В общем случае матрица C_n содержит выражения для всех компонентов перемещений $U^{(K,t)}$, являющихся решением системы (3, 4, 5) и получаемых с их помощью составляющих напряжений σ_{rs} ($r, s = J, K, N$) [6]. Вектор-столбец Ψ_n при этом включает амплитуды квазипродольных ϕ , квазипоперечных w и поперечных u волн, которые определяются из конкретных граничных условий каждой расчетной задачи.

Преобразование Фурье в (13) при численной реализации проводится по алгоритму быстрого преобразования Фурье (БПФ) [7], что значительно сокращает время получения результатов.

Далее в качестве примера рассмотрена конструкция из внешнего слоя 2 толщиной S и внутреннего полубесконечного слоя 1 (фиг. 1). Слои выполнены из различных ТВИ материалов. Характеристики материала слоя 2 следующие: $C_{11} = 6,43$ ГПа, $C_{12} = 1,95$ ГПа, $C_{13} = 0,563$ ГПа, $C_{33} = 1,48$ ГПа, $C_{44} = 0,5$ ГПа, $\rho = 1,65$ г/см³. Параметры слоя 1 отличаются значением $C_{11} = 3$ ГПа. Ориентация оси z в обоих материалах совпадает с направлением армирующих волокон. Принимается, что перемещения и напряжения, возникающие в конструкции, не зависят от z . Это не ограничивает общности применения указанной методики и способствует получению более простых и наглядных для анализа зависимостей.

Поглощение ЛИ поверхностью конструкции соответствует механизму описанному в [2]. Неравномерное нагревание конструкции излучением, обусловленное неоднородным распределением энергии в лазерном луче и неровностями облучаемой поверхности [8, 9], имитировалось двумя источниками тепла, расположенными на ней рядом друг с другом (фиг. 2, a $b = 0$). Приращение температуры θ точек поверхности вдоль оси y , отнесенное к максимальному значению (фиг. 2, a), и изменение этой величины за время действия импульса ЛИ (фиг. 2, b) аппроксимировались функцией полусинуса.

Граничные условия соответствуют свободной внешней границе слоя 2 и склейке на границе слоев. Величина компоненты $\sigma_{xx}^{(\theta)}$ термонапряжения, возникающего в пределах зон нагревания при $x = 0$, $0 \leq y \leq a$ и $a \leq y \leq 2a$ (a – длина вдоль оси y зоны нагревания) (фиг. 1), определяется из (12), где θ считается заданной (фиг. 2). На границе между слоями (при $x = S$) выполняется равенство соответствующих компонент напряжений и перемещений

$$\sigma_{xx}^1 = \sigma_{xx}^2, \quad \sigma_{yy}^1 = \sigma_{yy}^2, \quad U_x^1 = U_x^2, \quad U_y^1 = U_y^2 \quad (14)$$

где верхний индекс соответствует номеру слоя. На бесконечной границе полупространства 1 (в глубине конструкции при $x \rightarrow \infty$) выполняются условия излучения на бесконечности, т.е. упругое поле на бесконечности отсутствует и, следовательно, нет волн, отраженных от бесконечной границы.

До начала облучения конструкция считается свободной от напряжений.

Для данной конструкции и указанных граничных условий вектор \mathbf{V}_n из (13) включает следующие компоненты перемещений и напряжений:

$$\mathbf{V}_n = \begin{pmatrix} U_y^n \\ U_x^n \\ \sigma_{yy}^n \\ \sigma_{xx}^n \end{pmatrix} \quad (15)$$

Элементы матрицы C_n для n -го слоя имеют вид

$$\begin{aligned} C_n(1,1) &= i \beta^{(L)} D_1 \exp(i \beta^{(L)} X), & C_n(1,2) &= -i \xi \exp(i \beta^{(t)} X) \\ C_n(1,3) &= -i \beta^{(L)} D_1 \exp(-i \beta^{(L)} X), & C_n(1,4) &= -i \xi \exp(-i \beta^{(t)} X) \\ C_n(2,1) &= i \xi D_1 \exp(i \beta^{(L)} X), & C_n(2,2) &= i \beta^{(t)} \exp(i \beta^{(t)} X) \\ C_n(2,3) &= i \xi D_1 \exp(-i \beta^{(L)} X), & C_n(2,4) &= -i \beta^{(t)} \exp(-i \beta^{(t)} X) \end{aligned} \quad (16)$$

$$C_n(3,1) = (d_1^{(L)} - \beta^{(L)2} d_4^{(L)}) \exp(i \beta^{(L)} X), \quad C_n(3,2) = -\xi \beta^{(i)} 2a_2 \exp(i \beta^{(i)} X)$$

$$C_n(3,3) = (d_1^{(L)} - \beta^{(L)2} d_4^{(L)}) \exp(-i \beta^{(L)} X), \quad C_n(3,4) = \xi \beta^{(i)} 2a_2 \exp(-i \beta^{(i)} X)$$

$$C_n(4,1) = d_4^{(L)} \xi \beta^{(L)} \exp(i \beta^{(L)} X), \quad C_n(4,2) = -a_2 (\beta^{(i)2} + \xi^2) \exp(i \beta^{(i)} X)$$

$$C_n(4,3) = d_4^{(L)} \xi \beta^{(L)} \exp(-i \beta^{(L)} X), \quad C_n(4,4) = -a_2 (\beta^{(i)2} + \xi^2) \exp(-i \beta^{(i)} X)$$

где $\beta^{(L)}, \beta^{(i)}$ – проекции волновых векторов соответствующих типов волн на ось X , выражения для $D_i^{(L)}, d_k^{(L)}$, даны в [6]. Вектор-столбец амплитуд упругих волн ψ_n в n -м слое в этом случае имеет следующий вид:

$$\psi_n = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ v^+ \\ \varphi^- \\ v^- \end{pmatrix} \quad (17)$$

где φ и v – амплитуды квазипродольных и поперечных волн соответственно, (+) и (–) обозначают волны, идущие вдоль и против оси X . Величины φ, v в слоях определяются следующим образом.

Удовлетворяя условиям (14), имеем выражение для амплитуд упругих волн во внешнем слое

$$\psi_2 = C_2^{H-1} C_1^B \psi_1 \quad (18)$$

где индексы B и H – обозначают внешнюю и внутреннюю границы слоя, (–1) – верхний индекс, обозначающий обращение матрицы.

Фурье-образ вектора-столбца (15) на поверхности конструкции имеет вид:

$$\mathbf{B}_2^B = C_2^B \psi_2 \quad (19)$$

После подстановки (18) в (19) имеем

$$\mathbf{B}_2^B = R \psi_1 \quad (20)$$

где R – матрица размерностью 4×4 , определяемая последовательным перемножением матриц $C_2^B C_2^{H-1} C_1^B$.

Учитывая граничные условия на поверхности конструкции, из выражения (20) имеем Фурье-образы амплитуд упругих волн в полупространстве 1:

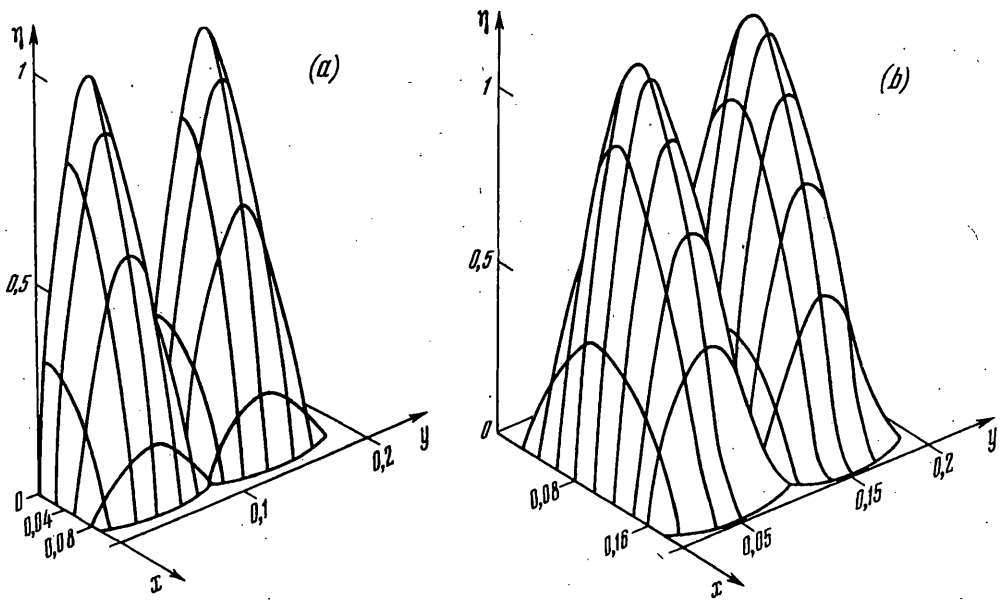
$$\begin{pmatrix} \varphi_1^+ \\ v_1^+ \end{pmatrix} = R_{(3)}^{-1} \begin{pmatrix} \sigma_{xx}(\omega, \xi) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (21)$$

где индекс (3) – обозначает третий блок матрицы R , $\sigma_{xx}(\omega, \xi)$ – Фурье-образ нагрузки.

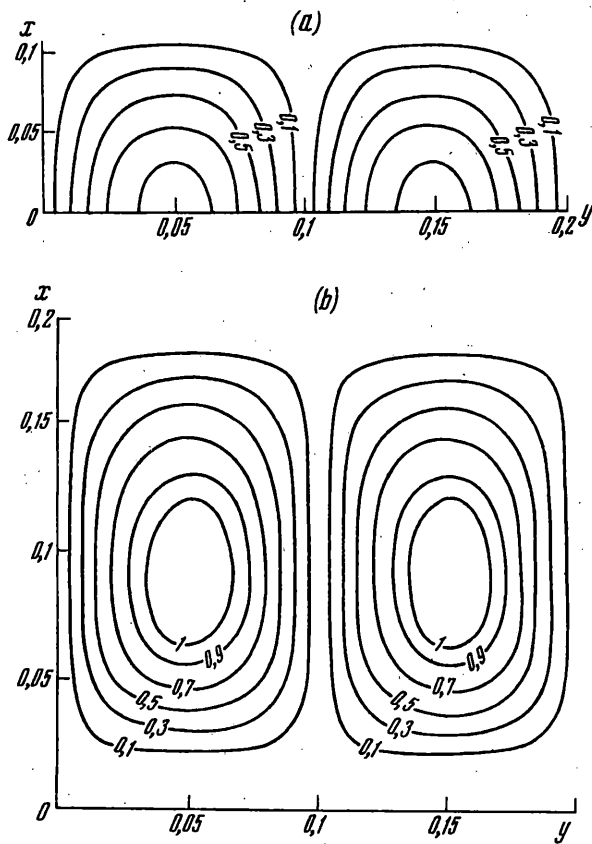
Подставляя (21) в (18), имеем выражения для Фурье-образов амплитуд упругих волн в слое 2

$$\psi = C_2^{B-1} C_1^H R_{(3)}^{-1} \begin{pmatrix} \sigma_{xx}(\omega, \xi) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (22)$$

На фиг. 3, 4 представлены результаты расчета для компоненты напряжения σ_{xx} , отнесенной к максимальному значению $\eta = \sigma_{xx} / \sigma_{xx}^{\max}$, на разных глубинах в слоях ука-



Фиг. 3



Фиг. 4

занной конструкции при фиксированном времени. Так на фиг. 3 показана картина распространения упругих импульсов, генерируемых нагретыми областями поверхности. Фиг. 3,а соответствует времени $t = 0,5\tau_u$ (τ_u – длительность импульса ЛИ), когда термонапряжения на поверхности конструкции максимальны, а фиг. 3,б – "прохождению" импульсом границы слоев, когда максимум σ_{xx} приходится на склейку двух материалов. Линии равных напряжений, для этих случаев, показаны на фиг. 4,а,б. Из представленных результатов видно, что импульсы напряжения при распространении в материале расширяются и уменьшаются по амплитуде. В полупространстве l (значение $x = 0,1$ см соответствует границе слоев) расширение по оси X больше чем в слое 2 (фиг. 4,б).

Представленная методика позволяет исследовать поля напряжений в слоистых конструкциях с изотропными и трансверсально-изотропными слоями при нагревании ЛИ. При этом удобно использовать выражения (11), (12) в качестве граничных условий на поверхности конструкции (в области нагревания) и применять алгоритм быстрого преобразования Фурье для вычислений по выражению (13). Время расчетов по данной методике, выполненных на ЭВМ *IBM-386*, удалось сократить примерно в двое по сравнению с расчетами проводимыми по методике из [2], получая при этом поля напряжений во всех точках конструкции находящихся на рассматриваемой глубине.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1984. 263 с.
2. Горбунов Е.В., Евтушенко Н.А., Лобзенко П.В., Сизов В.П. Оптическое возбуждение упругих импульсов малой длительности в многослойных тонких пленках // ЖТФ. 1994. Т. 64. Вып. 4. С. 179–184.
3. Сизов В.П. Расчет динамической концентрации напряжения в слоистой конструкции при импульсных нагрузках // Изв. вузов. Машиностроение. 1985. № 2. С. 22–25.
4. Зукас Дж.А., Николас Т., Свифт Х.Ф. и др. Динамика удара. М.: Мир, 1985. 296 с.
5. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
6. Сизов В.П. О скаляризации динамических упругих полей в трансверсально-изотропных средах // Изв. АН СССР. МТТ. 1988. № 5. С. 55–58.
7. Нуссбаумер Г. Быстрое преобразование Фурье и алгоритмы вычисления сверток. М.: Радио и связь, 1985. 248 с.
8. Рыкалин Н.Н., Углов А.А., Зувев И.В., Кокора А.Н. Лазерная и электронно-лучевая обработка материалов. Справочник / М.: Машиностроение, 1985. 495 с.
9. Басс Ф.Г., Фукс И.М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.

Ростов н/Д

Поступила в редакцию
30.V.1995