

**МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 5 • 1996**

УДК 533.6.013.42

© 1996 г. М.А. ИЛЬГАМОВ, А.Л. ТУКМАКОВА

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УПРУГОЙ ПАНЕЛИ С ПОТОКОМ ГАЗА**

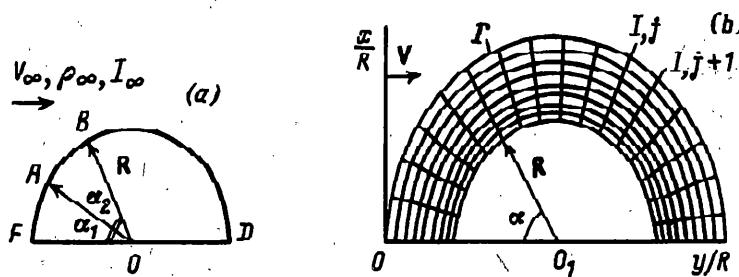
Приведены результаты численного моделирования нестационарного сверхзвукового поперечного обтекания цилиндрической конструкции. Она представляет собой жесткую круговую цилиндрическую оболочку бесконечной длины, часть которой является упругой цилиндрической панелью. В плоской постановке определены нестационарные деформации панели и распределение давления на поверхности цилиндрической конструкции. Анализ дан в зависимости от относительной толщины стенки, длины дуги и угла установки панели.

1. Введение. Существует большое число исследований по динамическому и статическому взаимодействию упругой оболочки с жидкостью и газом. Подробная библиография содержится в [1–5]. В [3, 6] нелинейные уравнения движения оболочки и уравнения газовой динамики решались численно. В ряде работ теоретически и экспериментально изучены статический изгиб, устойчивость и динамика тонкостенной цилиндрической оболочки и пологой панели при их поперечном обтекании жидкостью. Обзор исследований содержится в [4, 5]. При анализе важным является допущение о потенциальности и безотрывности потока несжимаемой жидкости с поверхности цилиндра.

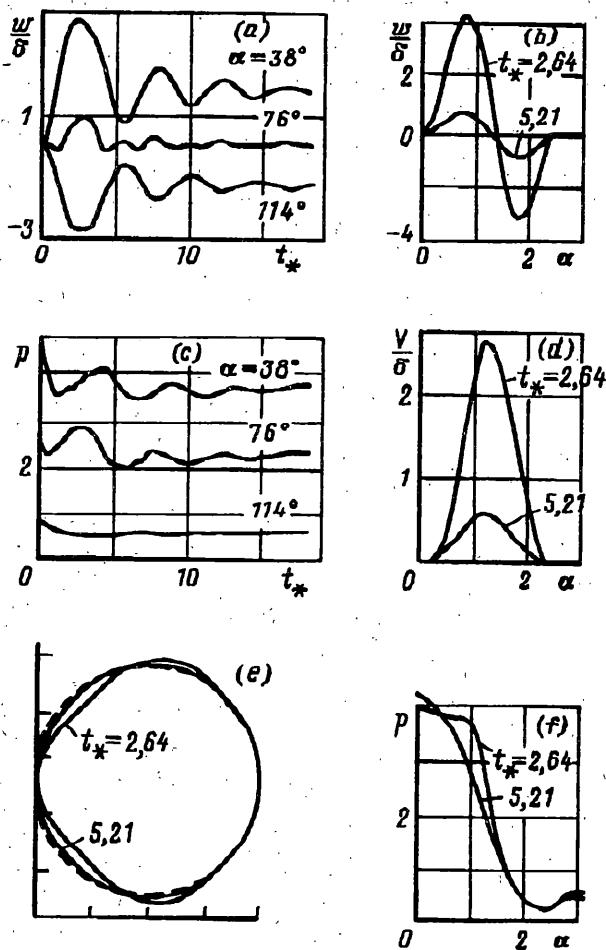
В публикуемой работе рассматривается нестационарный изгиб упругой цилиндрической панели при ее поперечном сверхзвуковом обтекании идеальным газом. Нестационарность обусловлена скачкообразным изменением относительной скорости движения цилиндра и газа. Это изменение происходит вдоль линии тока невозмущенного потока. Нестационарный отрыв потока с поверхности происходит симметрично относительно средней линии, проходящей через центр цилиндра. Изменение угла отрыва связано с переходным процессом обтекания. Периодических отрывов вихрей с поверхности нет. Это справедливо для больших значений чисел Рейнольдса.

Для решения задачи применяется произвольный лагранжево-эйлеров численный метод описания взаимодействия [5, 7, 8]. Деформирующаяся вместе с упругой панелью система координат в области, занятой газовым потоком, обеспечивает более точное сопряжение решений уравнений движения обеих сред. Применение неотражающих условий на искусственной внешней границе расчетной области позволяет значительно уменьшить ее размеры и рассмотреть процесс взаимодействия вплоть до установления стационарного режима.

2. Постановка задачи. Цилиндрическая конструкция представляет собой длинный жесткий круговой цилиндр радиуса R , в котором часть поверхности является упругой цилиндрической панелью с тем же радиусом кривизны. Поперечное сечение конструкции показано на фиг. 1, а. Конструкция движется с постоянной скоростью V_∞ вместе с равномерным потоком идеального газа. Образующая цилиндра нормальна направлению потока. В силу того, что она обладает симметрией относительно оси OY , показана только верхняя полуплоскость. Дуга AB соответствует положению упругой панели, а дуги FA , BD соответствуют поверхности жесткого цилиндра. В начальный мо-



Фиг. 1



Фиг. 2

мент времени $t = 0$ все точки цилиндра мгновенно останавливаются. В дальнейшем точки на поверхности жесткой части остаются неподвижными, включая точки A и B , где осуществлена жесткая заделка кромок панели. В результате на обтекаемой поверхности возникает нестационарное распределение давления, которое приводит к изменению формы панели и картины течения газа. Необходимо получить решение задачи в нелинейной постановке для исследования протекающих процессов при $t > 0$.

Для описания движения упругой панели привлекается система динамических геометрических нелинейных уравнений тонкой оболочки для случая малых деформаций при конечных перемещениях и поворотах [3]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t_*^2} + \eta \frac{\partial v}{\partial t_*} - (1+\varepsilon) \frac{\partial^2 v}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial w}{\partial \alpha} - \varepsilon \frac{\partial^3 w}{\partial \alpha^3} + F_1(v, w) &= Z_\tau \\ \frac{1}{T^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t_*^2} + \eta \frac{\partial w}{\partial t_*} + \varepsilon \frac{\partial^4 w}{\partial \alpha^4} + \varepsilon \frac{\partial^3 v}{\partial \alpha^3} - \frac{\partial v}{\partial \alpha} + w + F_2(v, w) &= Z_n \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\varepsilon = \delta^2 / 12, \quad \delta = h / R, \quad T^2 = E p_\infty / [p_s p_\infty (1-\mu)]$$

где F_1, F_2 – суммы нелинейных членов; w, v – прогиб и касательное перемещение фиксированных (лагранжевых) точек срединной поверхности, отнесенные к радиусу цилиндра R ; α – угловая лагранжева координата; h, E, μ, ρ_s – толщина, модуль упругости, коэффициент Пуассона, плотность материала панели; p_∞, p_∞ – плотность и давление невозмущенного потока; $t_* = t c_\infty / R$ – безразмерное время, определяемое при решении уравнений газовой динамики; c_∞ – скорость газа невозмущенного потока; η – коэффициент затухания. Величина прогиба считается положительной в направлении к центру кривизны недеформированной поверхности. Касательное перемещение положительно в направлении часовой стрелки. Система уравнений (2.1) позволяет описать динамику как пологой, так и непологой панели.

В точках A и B задаются граничные условия жесткой заделки

$$w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial \alpha} = 0, \quad v = 0 \quad (\alpha = \alpha_1, \quad \alpha = \alpha_2, \quad t \geq 0) \quad (2.2)$$

Начальные условия для точек панели

$$w = v = 0 \quad (t = 0, \quad \alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2) \quad (2.3)$$

Для описания течения газа применяется двумерная система уравнений газовой динамики в подвижной декартовой системе координат [17]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t_*} + \nabla[\rho(\mathbf{V} - \mathbf{U})] + \rho(\nabla \mathbf{U}) &= 0 \\ \frac{\partial(\rho \mathbf{V})}{\partial t_*} + \nabla[\rho \mathbf{V}(\mathbf{V} - \mathbf{U})] + \nabla p + \rho \mathbf{V}(\nabla \mathbf{U}) &= 0 \\ \frac{\partial(\rho E)}{\partial t_*} + \nabla[\rho E(\mathbf{V} - \mathbf{U})] + \nabla(p \mathbf{V}) + \rho E(\nabla \mathbf{U}) &= 0 \\ E = I + V^2 / 2, \quad p = (\gamma - 1)\rho I, \end{aligned} \quad (2.4)$$

где $\mathbf{V}, E, I, p, \rho$ – вектор скорости, полная и внутренняя энергия, давление и плотность газа. Скорость подвижной системы координат \mathbf{U} определяется скоростью деформации панели. В частном случае $\mathbf{U} = 0$ система (2.4) представляет собой уравнения Эйлера, при $\mathbf{U} = \mathbf{V}$ – уравнения в форме Лагранжа.

На большом удалении от обтекаемого тела

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_\infty, \quad I = I_\infty, \quad \rho = \rho_\infty (|x| \rightarrow \infty, \quad |y| \rightarrow \infty, \quad t > 0) \quad (2.5)$$

В начальный момент времени задаются скорость, внутренняя энергия и плотность газа $\mathbf{V} = \mathbf{j} V_\infty, \quad I = I_\infty, \quad \rho = \rho_\infty, \quad (t = 0)$.

На поверхности деформирующейся панели и жесткой части цилиндра ставятся контактные условия. При этом в силу допущения о малости толщины стенки по сравнению с радиусом R контактная поверхность панели отождествляется со срединной поверхностью. Касательное усилие со стороны идеального газа на упругую панель равно нулю, а нормальное усилие определяется перепадом давлений

$$Z_\tau = 0, \quad Z_n = K(p_* - p_{i*}), \quad K = p_\infty R (1 - \mu^2) / (Eh), \quad (2.6)$$

где p_*, p_{i*} – давления на внешней и внутренней поверхности стенки, отнесенные к давлению невозмущенного потока p_∞ . Кинематическое условие состоит в равенстве нормальных составляющих скоростей движения точек панели и газа.

Принято, что давление внутри цилиндрической конструкции при деформации панели изменяется по адиабатическому закону

$$p_i - p_{i0} (Q_0 / Q)^\gamma, \quad (2.7)$$

где p_i, Q – текущие внутреннее давление и объем оболочки, p_{i0}, Q_0 – внутреннее давление и объем в начальный момент времени. В расчетах принято $p_{i0} = p_\infty$. Отношение объемов равно

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{2}{\pi R^2} \int_0^\pi r^2(\alpha) d\alpha, \quad (2.8)$$

где $r(\alpha)$ – радиус-вектор деформированной поверхности в пределах от α_1 до α_2 и $r(\alpha) = R$ при $0 \leq \alpha \leq \alpha_1, \alpha_2 \leq \alpha \leq \pi$.

3. Метод решения. Решение системы (2.1) с условиями (2.2), (2.3) будем искать методом конечных разностей с использованием неявных разностных схем второго порядка точности [3].

Более подробно рассмотрим решение произвольным лагранжево-эйлеровым методом системы уравнений (2.4) с соответствующими условиями. На фиг. 1, b показан фрагмент конечно-разностной сетки. В азимутальном направлении сетка принята равномерной с шагом $\Delta\alpha$. Индекс узлов меняется в пределах $1 \leq i \leq J$. В радиальном направлении сетка расширяется по закону $R_{i+1} = R_i(1 + \Delta\alpha)$, $1 \leq i \leq I$. Узлы с индексами $i = 1, 1 \leq j \leq J$ используются для построения фиктивных ячеек внутри обтекаемого тела. На границе тела узлы с индексами $(i = 2, j), (i = 3, j), 1 \leq j \leq J$ совмещены.

Условия для скорости на оси симметрии $x = 0$ задаются в виде нулевой экстраполяции: $j = 1, j = J$ ($1 \leq i \leq I$): $u_{i,j} = 0, v_{i,1} = u_{i,2}, v_{i,J} = v_{i,J-1}$.

На поверхности цилиндра задаются условия проскальзывания. Если u_{ij}, v_{ij} – декартовы составляющие скорости газа на поверхности цилиндра в узле $(3, j)$, то касательная и нормальная составляющие скорости газа в узле $(3, j)$ определяются из соотношений

$$i = 3 \quad (1 \leq j \leq J): \quad V_\tau = \tau_x u_{ij} + \tau_y v_{ij}, \quad V_n = \tau_x v_{ij} - \tau_y u_{ij}, \quad (3.1)$$

где τ_x, τ_y – декартовы составляющие единичного касательного вектора в узле $(i = 3, j)$, \mathbf{n} – направление внутренней нормали. На поверхности панели вектора τ, \mathbf{n} определяются по отношению к деформированному положению. Нормальная составляющая скорости газа на поверхности цилиндра равна скорости изменения прогиба $V_n = \partial w / \partial t$ ($\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2$), $V_n = 0$ ($\alpha < \alpha_1, \alpha > \alpha_2$). Касательная составляющая скорости газа в узле $(3, j)$ принимается равной касательной составляющей в узле $(4, j)$. Декартовы составляющие скорости газа на поверхности цилиндра определяются по соотношению (3.1).

Вместо условий на бесконечности (2.5) на искусственной внешней границе расчетной области Γ (фиг. 1, b) принимаются различные условия [11]. Наилучшими являются неотражающие условия, которые позволяют значительно уменьшить ее размеры без ущерба для точности вычислений.

На внешней границе расчетной области при $i = I, 1 \leq j \leq J$ задается неотражающее условие

$$\left| \tilde{V}_{Ij} \right| = \frac{2c_\infty}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{p_{I-1j}}{p_\infty} \right)^{\frac{1}{2}(\gamma-1)/\gamma} - 1 \right]. \quad (3.2)$$

Здесь \tilde{V}_{Ij} – возмущение скорости в граничном узле (I, j) . Условие (3.2) получено из анализа инвариантов Римана [10]. Оно обеспечивает уменьшение нефизических отра-

жений от искусственной границы в расчетную область. При этом принимаем, что направление возмущения скорости газа в граничных узлах (I, j) совпадает с направлением возмущения скорости в узлах ($I - 1, j$):

$$\tilde{v}_{I,j} = \tilde{v}_{I-1,j} \frac{|\tilde{V}_{I,j}|}{|\tilde{V}_{I-1,j}|}, \quad \tilde{u}_{I,j} = \tilde{u}_{I-1,j} \frac{|\tilde{V}_{I,j}|}{|\tilde{V}_{I-1,j}|} \quad (3.3)$$

Для остальных газодинамических функций E, ρ, I, p на всех границах расчетной области задаются условия экстраполяции нулевого порядка.

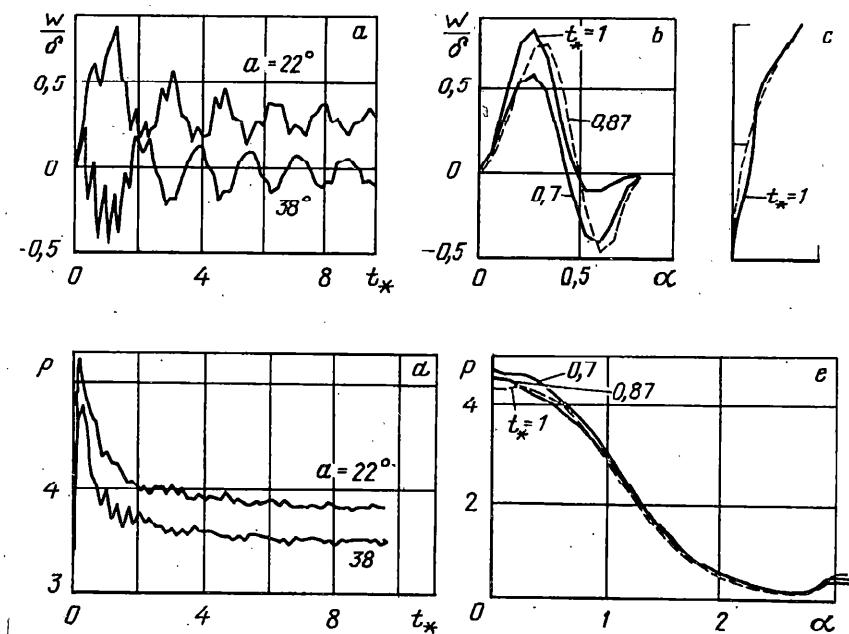
Для продвижения на один шаг по времени в произвольном лагранжево-эйлеровом методе используются три фазы вычислений [7, 8]. Первая фаза связана с лагранжевыми вычислениями скорости, энергии, массы. Во второй фазе неявным методом находится давление. Известное распределение давления на поверхности панели позволяет найти ее новую форму. В третьей фазе вычислений строится новая конечно-разностная сетка для изменившейся геометрии расчетной области и с учетом конвективных членов находятся окончательные значения газодинамических функций на новом временном слое. При проведении расчетов используются условия (2.6) – (3.3).

В данной постановке решение задачи определяется пятью безразмерными параметрами: числом Маха невозмущенного потока $M_\infty = V_\infty / c_\infty$, показателем адиабаты γ , относительной толщиной оболочки δ , а также числами T и K , приведенными в (2.1), (2.6) и определяемыми физическими параметрами газа и упругой панели. В соответствии с изложенной методикой были проведены расчеты при следующих значениях параметров: $\gamma = 1,4$; $T = 20$, $K = 0,00034$; $M_\infty = 2$. Коэффициент затухания составлял $\eta = 0,01$. Изменялась относительная толщина и длина дуги панели.

Тестовые расчеты, проведенные для задачи об обтекании жесткого цилиндра и для задачи о деформации упругой оболочки под действием ветровой нагрузки позволили определить число узлов расчетных сеток, обеспечивающее сходимость. Для расчетов течения газа принята сетка $I \times J = 27 \times 47$. Уравнения движения панели решались на равномерной сетке с числом узлов $N = 60$.

4. Динамика упругой панели с длиной дуги $l = 3\pi R/4$ и углом установки $\alpha_0 = 3\pi/8$. На фиг. 2, *a* показана зависимость прогиба от времени при относительной толщине панели $\delta = 0,028$. Амплитуда колебаний с течением времени уменьшается, что объясняется затуханием, введенным в уравнения движения панели, и влиянием схемной вязкости. Распределение прогиба, касательного перемещения и давления на поверхности цилиндра в моменты времени $t_* = 2,64, t_* = 5,21$ приведено на фиг. 2, *b, d, f*. Эти положения соответствуют наибольшей и наименьшей деформациям на протяжении первого периода колебаний. Соответствующие формы панели приведены на фиг. 2, *e*. В интервале $0 \leq \alpha \leq 68^\circ$ прогиб панели направлен во внутреннюю область; тогда как при $\alpha > 68^\circ$ прогиб направлен наружу. Колебания давления на поверхности панели происходят с той же частотой, что и колебания прогиба (фиг. 2, *c*). При увеличении прогиба панели наблюдается уменьшение давления в области, примыкающей к лобовой точке, и увеличение давления на остальной поверхности (фиг. 2, *f*).

5. Динамика упругой панели с длиной дуги $l = \pi R/4$ и углом установки $\alpha_0 = \pi/8$. Точка отрыва потока находится за пределами панели. На фиг. 3 приведены результаты расчетов при относительной толщине $\delta = 0,0145$, и углах $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = \pi/4$. Колебания во времени прогиба и давления на поверхности панели показаны на фиг. 3, *a, d*. Наибольший прогиб достигается в течение первого периода колебаний и составляет $w = 0,98$. На фоне колебаний с безразмерным периодом $T_* = 2$ присутствуют колебания с периодом $T_* = 0,15$. В дальнейшем частоты колебаний сохраняются, а амплитуды уменьшаются. Форма колеблющейся панели несимметрична относительно угла установки (фиг. 3, *b*). Для углов $\alpha \leq 28^\circ$ прогиб направлен во внутреннюю область цилиндра. Для $28^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$ колебания происходят около статического



Фиг. 3

положения, выпущенного наружу. Колебания на этих участках происходят в противофазе. Форма панели при наибольшей деформации в момент времени $t_* = 1$ показана справа на фиг. 3, с. На фиг. 3, е показаны распределения давления на поверхности панели в различные моменты времени на протяжении первого периода колебаний.

Если при значении относительной толщины $\delta = 0,0145$ панель колеблется по несимметричной форме с амплитудой прогиба, не превышающей толщину панели, то при уменьшении параметра δ картина колебаний качественно меняется. Расчеты при $\delta = 0,014$ показывают, что появляется начальный участок (при $0 \leq t_* \leq 2$) медленного нарастания прогиба $w(t_*)$. При этом наблюдаются высокочастотные колебания панели с малой амплитудой, имеющие период $T_* = 0,15$. К моменту времени $t_* = 2$ панель занимает прощелкнутое положение со значением максимального прогиба около 10δ . В дальнейшем происходит колебания относительно прощелкнутого положения с периодом $T_* = 1$ и амплитудой, приблизительно равной толщине панели. Период этих колебаний составляет $T_* = 1$. По мере увеличения прогиба давление на поверхности панели убывает. На жесткой поверхности цилиндра давление при этом меняется незначительно.

6. Динамика упругой панели с длиной дуги $l = \pi R/8$ и углом установки $\alpha_0 = \pi/16$. На фиг. 4, а, с показаны зависимости от времени прогиба и давления в различных точках на поверхности панели при значении параметра $\delta = 0,012$. Первый период колебаний составляет $T_* = 1,2$. При $t_* = 0,6$ панель занимает прощелкнутое положение. Прогибы в этот момент времени максимальны. Затем начинается обратное движение панели и происходит выхлоп. К моменту времени $t_* = 1,2$ положение панели близко к исходному. Начиная со второго периода устанавливаются колебания с периодическими прощелкиваниями с периодом $T_* = 0,5$. С той же частотой происходят колебания давления на поверхности панели (фиг. 4, с). Распределения прогиба и давления от угла α показаны на фиг. 4, б, д. Кривые перемещений симметричны относительно точки $\alpha_0 = \pi/16$.

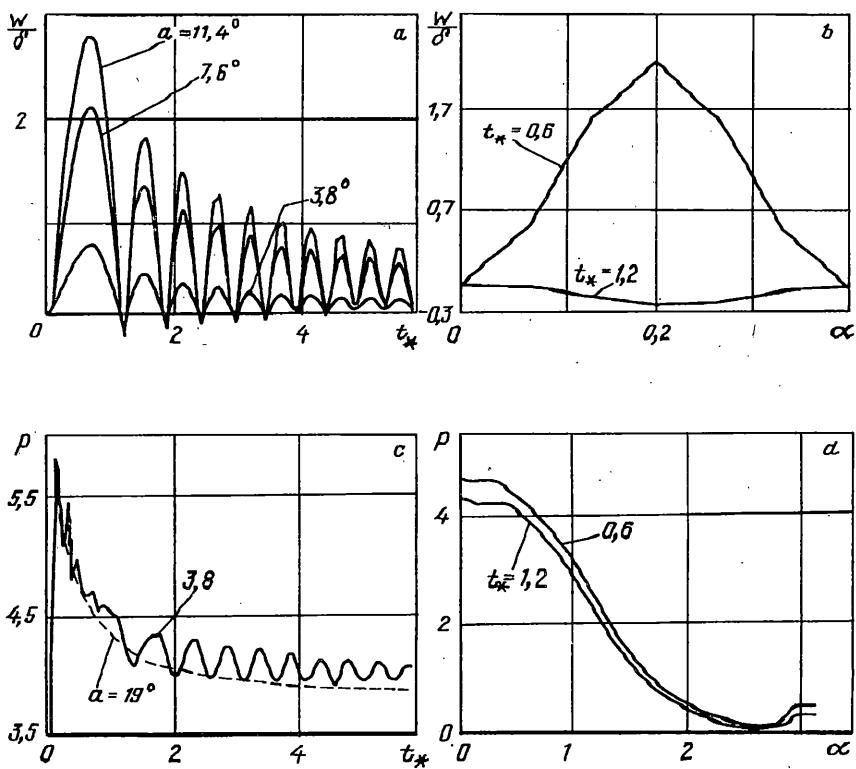
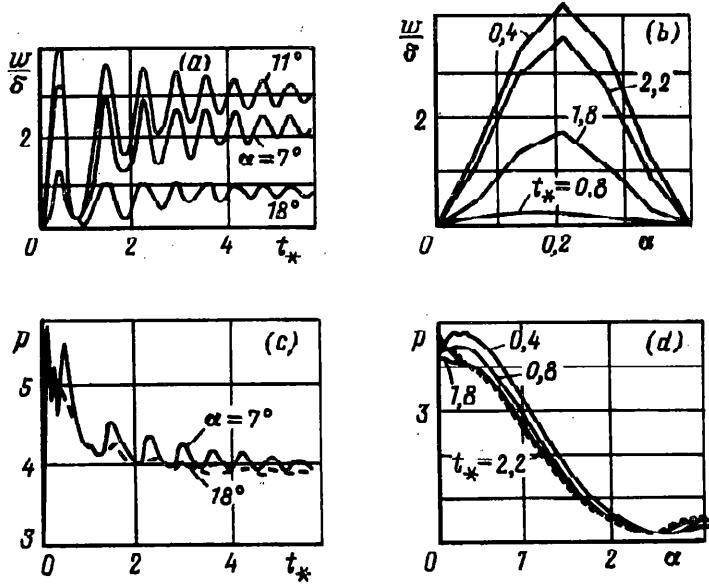


Рис. 4



Фиг. 5

Уменьшение толщины панели меняет картину колебаний. Уменьшение толщины панели до значения $\delta = 0,010$ приводит к тому, что после первого прощелкивания и обратного выхлопа панель снова занимает прощелкнутое положение. Далее устанавливаются колебания относительно прощелкнутого положения с периодом $T_* \approx 0,6$. На фиг. 5, a, c показаны функции $w(t_*) / \delta, p(t_*)$ в различных точках панели. На фиг. 5, b, d, приведены зависимости $w(\alpha) / \delta, p(\alpha)$ в различные моменты времени. В момент времени $t_* = 0,4$ происходит первое прощелкивание. При $t_* = 0,8$ завершается обратный выхлоп и панель занимает положение, близкое к исходному. Затем происходит увеличение прогиба и новое прощелкивание. В момент времени $t_* = 1,4$ прогиб снова максимальен. Последующее уменьшение прогиба не приводит к обратному выхлопу. Устанавливаются колебания относительно прощелкнутого положения с периодом $T_* = 0,6$.

Таким образом, при рассматриваемых значениях параметров $T, K, M_\infty, l, \alpha_0$ можно выделить узкую область изменения параметра δ , в которой качественно меняются динамические свойства системы. В этой области малое уменьшение толщины приводит к динамической потере устойчивости со скачкообразным переходом к прощелкнутому положению. В зависимости от величины δ колебания происходят относительно прощелкнутого или исходного положения. При этом наблюдается интенсивное взаимодействие упругой панели и набегающего потока газа.

Работа выполнена при финансовой поддержке Международного научного фонда ISF (грант RH4000), а также Фонда исследований в области фундаментального естествознания при ГК РФ по высшему образованию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мнев Е.Н., Перцев А.К. Гидроупругость оболочек. Л.: Судостроение, 1970. 365 с.
2. Григорюк Э.И., Горшков А.Г. Нестационарная гидроупругость оболочек. Л.: Судостроение, 1974, 207 с.
3. Вольмир А.С. Оболочки в потоке жидкости и газа. М.: Наука, 1976. 416 с.
4. Dowell E.H., Il'gamov M.A. Studies in Nonlinear Aeroelasticity. New York etc.: Springer, 1988. 455 p.
5. Ильгамов М.А. Введение в нелинейную гидроупругость. М.: Наука, 1991. 200 с.
6. Липницкий Ю.М., Ляхов В.Н., Фельдштейн Б.А. Нестационарное взаимодействие ударной волны с упругой цилиндрической оболочкой // Уч. зап. ЦАГИ. 1976. Т. 7. № 1. С. 80–88.
7. Hirt C.W., Amsden A.A., Cook J.L. An arbitrary lagrangian – eulerian computing method for all flow speeds // J. Comput. Phys. 1974. V. 14. № 3. P. 227–253.
8. Гильманов А.Н., Сахабутдинов Ж.М. Произвольный лагранжевоэйлеров метод в нелинейных задачах взаимодействия упругого тела с потоком газа. // Взаимодействие оболочек с жидкостью. Вып. 15 – Казань: Физико-техн. ин-т КФАН СССР, 1981. Вып. 14. С. 127–145.
9. Chang P.K. Separation of Flow. Oxford: Pergamon Press, 1970. 777 с.
10. Ильгамов М.А. О неотражающих условиях на границах расчетной области // Динамика оболочек в потоке. Казанск. физ.-техн. ин-т КФ АН СССР. 1985. Вып. 18. С. 4–76.

Казань

Поступила в редакцию
12.I.1995