

УДК 539.3

© 1966 г. В.И. МЯЧЕНКОВ, Г.Н. ОЛЬШАНСКАЯ, А.В. ЧЕКАНИН

АВТОМАТИЗАЦИЯ КОНСТРУИРОВАНИЯ И ПРОЧНОСТНЫХ РАСЧЕТОВ ТОНКОСТЕННЫХ МНОГОСЛОЙНЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Излагаются методические основы и общие принципы построения интегрированной системы автоматизации конструирования и прочностных расчетов тонкостенных многослойных осесимметричных оболочечных конструкций на базе IBM-совместимых персональных компьютеров (КИПР-IBM-PC/AT), а также специальных, прикладных и вспомогательных программных средств и функциональных подсистем.

Для решения задач статики и динамики оболочек используется метод перемещений. Матрицы жесткости вычисляются с помощью метода прогонки в форме С.К. Годунова. Поведение осесимметричных оболочек описывается с помощью варианта нелинейной теории оболочек в форме В.В. Новожилова.

1. Введение. Универсальным численным методом решения задачи статики и динамики тонкостенных пространственных конструкций и, в частности, оболочечных конструкций является метод конечных элементов (МКЭ). Достоинством МКЭ является его общность и возможность использования в рамках рассматриваемого класса задач для произвольных конструкций. Недостаток МКЭ состоит в его неэкономичности (в смысле использования памяти и машинного времени) и относительно невысокой точности при решении задач для более узких классов конструкций.

Существует, однако, достаточно широкий класс конструкций, а именно, класс осесимметричных оболочечных конструкций, представляющих собой произвольную композицию из оболочек вращения и круговых шпангоутов. Для расчета таких конструкций наиболее эффективно применение дискретно-континуальной модели. Дискретным элементом в этом случае является весь оболочечный элемент, в пределах которого его геометрические и механические характеристики, а также действующие на него нагрузки изменяются непрерывно вдоль образующей этого элемента. В этом случае каждый оболочечный элемент образует континуальную систему.

Применение дискретно-континуальной расчетной схемы для осесимметричных оболочечных конструкций определяет основной метод решения задач статики и динамики. Этим методом является метод численного интегрирования (МЧИ) с ортонормированием в промежуточных точках, предложенный С.К. Годуновым [1].

Поведение осесимметричных оболочечных конструкций можно всегда описать системой обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка по пространственной координате. МЧИ не требует большой оперативной памяти ЭВМ, а существующие методы численного интегрирования (Рунге – Кутта, Кутта – Мерсона и др.) позволяют получить решение с исключительно высокой точностью. Это значит, что для каждой оболочки, входящей в конструкцию, можно получить практически точное численное значение матрицы жесткости, определить перемещения узловых линий, а затем численно определить напряженно-деформированное состояние (НДС) в любой точке внутри каждой оболочки.

Первым программным комплексом решения задач статики и динамики осесимметричных оболочечных конструкций, в котором в качестве базового метода расчета

использован метод прогонки в форме С.К. Годунова, разработан в начале 70-х годов [2, 3]. Этот комплекс был реализован на алгоритмическом языке АЛГОЛ-60 и ориентирован на использование ЭВМ БЭСМ-6.

Описание программного комплекса решения задач статики и динамики осесимметричных оболочечных конструкций, реализованного на алгоритмическом языке ПЛ-1 и ориентированного на ЕС ЭВМ, опубликовано в [4]. Этот программный комплекс рекомендован Госстандартом СССР для использования в расчетах машиностроительных конструкций [5–8].

В завершающем виде результаты этих разработок представлены в [9, 10], дающих развернутое описание интегрированной системы КИПР-ЕС. Опыт внедрения этой системы в расчетную практику ряда предприятий и проектных организаций различных отраслей машиностроения и атомной энергетики показал ее высокую эффективность при решении комплексных проблем, связанных с конструированием и наиболее сложными и громоздкими процессами прочностной обработки проектируемых конструкций.

В публикуемой работе приводится общее описание интегрированной системы автоматизации конструирования и прочностных расчетов тонкостенных многослойных осесимметричных конструкций на базе IBM-совместимых персональных компьютеров (КИПР-IBM-PC/AT).

2. Функциональное назначение системы. В основе любой методики прочностного расчета конструкций лежит идея аппроксимации ее совокупностью некоторых идеализированных фрагментов, для которых уже построены адекватные математические модели и существуют определенные методы исследования. Это могут быть различные аналитические или численные методы, позволяющие получить точное или приближенное решение. В расчетной практике совокупность указанных идеализированных фрагментов принято называть расчетной схемой. От того, насколько верно расчетная схема отображает реальную конструкцию, в значительной степени зависит точность получаемого решения.

Одним из таких идеализированных фрагментов конструкции вращения является осесимметричная многослойная оболочка, геометрия которой описывается ее координатной поверхностью и расстояниями от координатной поверхности до поверхностей слоев.

Другим идеализированным фрагментом конструкции вращения является тело вращения произвольного поперечного сечения. Если радиальные габариты поперечного сечения тела вращения много меньше внутреннего радиуса тела, то это тело может быть идеализировано в виде еще одного фрагмента – кругового кольца (шпангоута). Геометрия кольца описывается контуром его поперечного сечения.

Для более точного описания взаимодействия отдельных элементов конструкции и узлов закрепления (болты, прокладки и т.д.) в качестве идеализированных фрагментов могут быть выбраны упругие связи, характеризующие податливость в зоне стыков по всем степеням свободы. Деформация этих связей пропорциональна их жесткости, т.е. упругая связь имитируется упругой пружинкой с заданными жесткостными характеристиками по всем степеням свободы.

Таким образом, конструкция вращения аппроксимируется тремя типами идеализированных фрагментов:

- оболочкой вращения,
- круговым кольцом (шпангоутом),
- упругой связью.

Рассматриваются четыре вида конструкционных материалов, из которых могут быть изготовлены перечисленные фрагменты:

- упругий (линейно-упругий) изотропный,
- упругий (линейно-упругий) ортотропный,
- упругий (линейно-упругий) ортотропный перекрестно армированный,
- нелинейно-упругий изотропный (модель малых упругопластических деформаций).

Элементы конструкции могут быть нагружены системой: сосредоточенных, погонных, поверхностных, статических и динамических нагрузок, а также нагреты по произвольному закону.

Вся конструкция может находиться под действием: сил инерции вращения вокруг оси, перегрузки от собственного веса под любым углом к оси.

Указанные расчетные схемы являются весьма эффективными при теоретической обработке прочности для широкого класса машин, аппаратов и сооружений, таких как: несущие конструкции ракет и космических аппаратов, корпуса ракет и ракетных двигателей, топливных баков, сильфоны, трубопроводы, несущие конструкции атомных реакторов, доменные печи, воздухонагреватели, пылеуловители, аппараты газоочистки, компенсаторы, нефте- и бензохранилища, цистерны, газгольдеры, сосуды высокого давления, центрифуги, химические аппараты, теплообменники, различные строительные сооружения, купола и т.д.

Функциональным назначением интегрированной системы КИПР-IBM-PC/AT является определение реакции (напряженно-деформированного состояния, критических нагрузок и форм потери устойчивости) конструкции вращения на перечисленные внешние воздействия и ее динамических характеристик (частот и форм колебаний, амплитудночастотных характеристик).

3. Оболочечный суперэлемент как континуальная модель. Применение континуальной модели для вычисления матриц жесткости оболочечных суперэлементов определяет основной метод вычисления этих матриц.

Путем введения тех или иных гипотез устанавливается дифференциально-алгебраическая зависимость между обобщенными перемещениями U координатной поверхности и ее обобщенными деформациями ϵ :

$$\epsilon = [L_\epsilon(x)]U \quad (3.1)$$

а также между обобщенными деформациями ϵ и обобщенными напряжениями N в координатной поверхности

$$N = [D(x)]\epsilon + N_1 \quad (3.2)$$

Из вариационного уравнения равновесия

$$\int_V \delta \epsilon^T N dV + \int_V \delta U^T p dV = 0 \quad (3.3)$$

устанавливается дифференциальная зависимость между обобщенными напряжениями N в координатной поверхности и обобщенными внешними воздействиями

$$\|L_N(x)\|N + \|L_p\|p = 0 \quad (3.4)$$

а также статические граничные условия

$$[L_N^0]B = 0 \quad (3.5)$$

Систему дифференциально-алгебраических соотношений тем или иным способом можно всегда свести к системе n обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\frac{dy}{dx} = [A(x)]y + b(x), \quad y = \begin{Bmatrix} y_+ \\ y_- \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N \\ U \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

где y_+ = N – вектор внутренних обобщенных напряжений в координатной поверхности, y_- = U – вектор обобщенных перемещений этой поверхности.

Пусть N_0, N_l – векторы обобщенных усилий; U_0, U_l – векторы обобщенных перемещений на торцах $x = 0, x = l$ соответственно. Между ними всегда существует однозначная зависимость

$$\begin{Bmatrix} N_0 \\ N_l \end{Bmatrix} = \|K\| \begin{Bmatrix} U_0 \\ U_l \end{Bmatrix} + Q \quad (3.7)$$

где $\|K\|$ – матрица жесткости, Q – вектор "жесткости" оболочечного элемента.

Для определения матрицы жесткости $\|K\|$ необходимо решить краевую задачу для системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка

$$d\|Y\|/dx = \|A(x)\| \|Y\| \quad (3.8)$$

с граничными условиями

$$\|Y_-(0)\| = \|1 \ 0\|, \quad \|Y_-(l)\| = \|0 \ 1\| \quad (3.9)$$

$$\|Y\| = \|y_1 y_2 \dots y_n\| \quad (3.10)$$

Для определения вектора "жесткости" Q необходимо решить краевую задачу для системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (3.6) с граничными условиями

$$y_-(0) = 0, \quad y_-(l) = 0 \quad (3.11)$$

Решив краевые задачи (3.8)–(3.10) и (3.6), (3.11) с помощью метода ортогональной прогонки [1], можно определить матрицы $\|K\|$ и векторы Q жесткости для каждого оболочечного суперэлемента с точностью до дифференциально-алгебраических соотношений (3.1)–(3.4), описывающих поведение этих элементов.

Для определения узловых перемещений используется метод перемещений. В результате получается разрешающая система линейных алгебраических уравнений, которая имеет вид

$$\|P\|\Delta = T \quad (3.12)$$

где Δ – вектор обобщенных смещений конструкции.

Определив узловые перемещения конструкции, можно вычислить перемещения U_0, U_l торцов каждого оболочечного суперэлемента. Далее методом ортогональной прогонки можно решить краевую задачу для системы обыкновенных дифференциальных уравнений (3.6) с граничными условиями

$$y_-(0) = U_0, \quad y_-(l) = U_l \quad (3.13)$$

и в результате найти все компоненты напряженно-деформированного состояния каждого оболочечного суперэлемента конструкции.

При решении геометрически или физически нелинейной задачи для линеаризации дифференциальных уравнений, описывающих поведение оболочечного суперэлемента, используется метод Ньютона. В результате на $(k + 1)$ -м шаге итерационного процесса получается система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений

$$dy^{k+1}/dx = [A(x, y^k)]y^{k+1} + b(x, y^k) \quad (3.14)$$

Далее используется общая схема построения алгоритмов.

При решении задачи об определении компонент напряженно-деформированного состояния конструкций вращения при неосесимметричных внешних воздействиях применяется разложение последних в ряды Фурье по окружной координате. Для n -й гармоники разложения дифференциальные уравнения для оболочечного суперэлемента принимают вид

$$dy_n/dx = [A(x, n)]y_n + b(x, n) \quad (3.15)$$

Общее решение является суперпозицией частных решений для отдельных гармоник.

Если внешние нагрузки гармонически зависят от времени, то дифференциальные уравнения имеют вид

$$dy_n/dx = [A(x, n, \omega)]y_n + b(x, n, \omega) \quad (3.16)$$

где ω – угловая частота гармонического возбуждения.

Общая схема алгоритма незначительно изменяется при решении задач об определении частот и форм колебаний. Однородные линейные обыкновенные дифференциальные уравнения собственных колебаний оболочечного суперэлемента в этом случае принимают вид

$$dy_n / dx = [A(x, n, \omega_n^2)]y_n \quad (3.17)$$

где n – число окружных волн. Разрешающая система алгебраических уравнений метода перемещений имеет вид

$$[P(n, \omega_n^2)]\Delta = 0 \quad (3.18)$$

Значения ω_n^* , при которых система (3.18) имеет нетривиальное решение, являются собственными частотами рассматриваемой конструкции. Необходимым и достаточным условием нетривиальности решения системы (3.18) является равенство нулю определителя этой системы. Корни уравнения

$$|P(n, \omega_n^2)| = 0 \quad (3.19)$$

вычисляются с помощью комбинации шагового метода [4] и метода Мюллера [11].

По найденной частоте ω_n^* собственных колебаний определяются узловые перемещения конструкции с точностью до заданного перемещения одного из ее узлов. Затем стандартным образом определяется решение внутри элемента, т.е. форма собственных колебаний.

Однородные обыкновенные дифференциальные уравнения устойчивости упругих и нелинейно-упругих оболочечных суперэлементов имеют вид

$$dy_n/dx = [A(x, n, \lambda)]y_n \quad (3.20)$$

где n – число окружных волн, λ – параметр внешней нагрузки.

Разрешающая система линейных однородных алгебраических уравнений метода перемещений записывается в форме

$$[P(n, \lambda)]\Delta = 0 \quad (3.21)$$

Минимальное значение λ_* , при котором существует нетривиальное решение системы (3.21), является критическим значением параметра внешней нагрузки. Форма потери устойчивости строится так же, как и форма собственных колебаний.

Если внешние нагрузки произвольно изменяются во времени, то дифференциальные уравнения, описывающие движение каждого оболочечного суперэлемента, имеют вид

$$\partial y / \partial x = [A(x)]y + b(x, t) + [M(x)]\partial^2 y / \partial t^2 \quad (3.22)$$

Для интегрирования по времени применяется безусловно устойчивая конечно-разностная схема:

$$\frac{\partial^2 y_k}{\partial t^2} = \frac{2y_k - 5y_{k-1} + 4y_{k-2} - y_{k-3}}{\Delta_t^2} \quad (3.23)$$

где Δ_t – шаг интегрирования по времени, k – порядковый номер шага интегрирования по времени.

Применение этой схемы позволяет свести уравнения (3.23) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

$$dy_k / dx = [C(x, \Delta_r^2)]y_k + c(x, \Delta_r^2, y_{k-1}, y_{k-2}, y_{k-3}) \quad (3.24)$$

Далее на каждом шаге используется общая схема построения алгоритмов. Отметим, что однородная составляющая системы (3.24) в процессе интегрирования не изменяется, так что матрица жесткости $\|K\|$ вычисляется лишь один раз на первом шаге интегрирования.

Если известны частоты собственных колебаний оболочечной конструкции и внешние нагрузки произвольно изменяются во времени, то дифференциальные уравнения, описывающие движение каждого оболочечного элемента, имеют вид (3.22).

Уравнения движения узлов элементов записываются в виде

$$[G]\Delta = F(t) + [G_m] \frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2} \quad (3.25)$$

Внешние нагрузки $b(x, t)$ и $F(t)$ можно разложить по собственным формам колебаний:

$$f(t) = \sum_{k=1}^{\infty} [M]C_k(t)\Delta_k, \quad f(t) = \{b(x, t), F(t)\} \quad (3.26)$$

где $C_k(t)$ – коэффициенты разложения, Δ_k – вектор обобщенных форм собственных колебаний рассматриваемой конструкции.

Возможность разложения внешней нагрузки по линейно-независимым функциям Δ_k позволяет искать решение в виде

$$\Delta = \sum_{k=1}^{\infty} S_k(t)\Delta_k \quad (3.27)$$

где $S_k(t)$ – коэффициенты, являющиеся решением обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка

$$\frac{d^2 S_k}{dt^2} + \omega_k^2 S_k = C_k(t) \quad (3.28)$$

Это решение в общем случае имеет вид

$$S_k(t) = S_k(0) \cos \omega_k t + \frac{1}{\omega_k} \frac{dS_k}{dt}(0) \sin \omega_k t + \frac{1}{\omega_k} \int_0^t C_k(t) \sin \omega_k (t - \tau) d\tau \quad (3.29)$$

Общее решение задачи об определении компонентов напряженно-деформированного состояния тонкостенной оболочечной конструкции при произвольном во времени нагружении можно найти как усеченный ряд (3.27).

Таким образом, построение математических моделей деформирования оболочек вращения с применением континуальных схем сводится к построению геометрических (3.1) и физических (3.2) соотношений. Построение уравнений равновесия (3.4) и статических граничных условий (3.5) сводится к достаточно сложным, но формальным преобразованиям вариационного уравнения (3.3). Введение в качестве неизвестных у обобщенных напряжений и перемещений, входящих в статические и кинематические граничные условия, позволяет путем проведения также достаточно сложных, но формальных преобразований построить соответствующие канонические системы вида (3.6).

С помощью описанных здесь методов решения задач статики и динамики тонкостенных многослойных оболочечных конструкций разработаны следующие численные алгоритмы:

- определение геометрически нелинейного напряженно-деформированного состояния (НДС) упругих конструкций при осесимметричном нагружении и нагреве;
- определение геометрически и физически нелинейного НДС конструкций при осесимметричном нагружении и нагреве;
- определение линейного НДС упругих конструкций при неосесимметричном статическом нагружении и нагреве;
- определение линейного НДС упругих конструкций при неосесимметричном гармоническом нагружении;
- определение частот и форм колебаний упругих конструкций при осесимметричном нагружении и нагреве;
- определение линейного НДС упругих конструкций при неосесимметричном динамическом нагружении (метод Фурье);
- определение линейного НДС упругих конструкций при осесимметричном динамическом нагружении (метод прямого интегрирования);
- определение линейного НДС упругих конструкций при неосесимметричном динамическом нагружении (метод прямого интегрирования);
- определение критических нагрузок и форм потери устойчивости упругих конструкций при осесимметричном нагружении и нагреве;
- определение критических нагрузок и форм потери устойчивости нелинейно-упругих конструкций при осесимметричном нагружении и нагреве.

4. Состав и функции программного обеспечения. Интегрированная система КИПР-IBM-PC/AT представляет собой набор программных средств, синтезированных в нескольких подсистемах:

- подсистема конструирования, формирования и визуализации расчетных схем (процессор);
- подсистема расчета напряженно-деформированного состояния и динамических характеристик конструкций (процессор);
- подсистема визуализации результатов расчета (постпроцессор);
- подсистема "Инструкция пользователя";
- подсистема тестирования;
- подсистема обучения пользователей.

Система КИПР-IBM-PC/AT обеспечивает:

- формирование и визуализацию геометрической модели конструкции и модели внешних воздействий;
- анализ напряженно-деформированного состояния, устойчивости и динамических характеристик конструкции;
- визуализацию реакции конструкции на внешние воздействия и динамических характеристик конструкции;
- подготовку и выпуск расчетной документации.

Все формируемые и обрабатываемые в интегрированной системе КИПР-IBM-PC/AT модели выводятся в виде двумерных изображений на картинную плоскость устройств визуализации – графических дисплеев и принтеров. Благодаря этому качественно изменяется характер инженерного труда:

- во-первых, такой подход обеспечивает сквозной контроль процесса конструирования и теоретической отработки прочности;
- во-вторых, реализация фаз "изготовления" и "оценки качества" непосредственно на рабочем месте (экран дисплея) обеспечивает замыкание логической цепи: проектирование → изготовление → оценка качества → доработка проекта и т.д.

Система КИПР-IBM-PC/AT предназначена для эксплуатации на IBM-совместимых персональных компьютерах с объемом оперативной памяти 640К и выше.

Для эксплуатации систем КИПР-IBM-PC/AT необходимо наличие операционной системы MS-DOS, общесистемные программные средства которой используются системой КИПР-IBM-PC/AT.

При программной реализации системы КИПР-IBM-PC/AT использовался лишь язык программирования Turbo-C.

Препроцессор обеспечивает:

формирование и визуализацию геометрической модели конструкции и модели внешних воздействий;

формирование методических параметров задачи;

ввод и диагностику файлов исходных данных;

подготовку и выпуск расчетной (графической и табличной) документации по исходным данным;

оперативное проведение вспомогательных расчетов при формировании файлов исходных данных;

временный выход в DOS;

преобразование исходных данных из внешнего представления во внутреннее.

Подсистема расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) и динамических характеристик (ДХ) конструкций вращения состоит (процессор) из двух видов программных модулей:

проблемно-ориентированных; объектно-ориентированных.

Проблемно-ориентированные модули расчета НДС и ДХ конструкций вращения инвариантны по отношению к объекту расчета в рамках рассматриваемого класса конструкций – конструкций вращения.

Инвариантность проблемно-ориентированных модулей относительно объекта расчета достигается за счет широкого использования принципа алгоритмического ввода исходных данных. Этот принцип состоит в том, что наряду с числовым осуществляется алгоритмический ввод исходных данных.

Принцип алгоритмического ввода исходных данных позволяет существенно расширять возможности ПРОЦЕССОРА системы, не затрагивая проблемно-ориентированные модули.

Для формирования объектно-ориентированного модуля необходимо разработать управляющую программу расчета, обеспечивающую:

числовой или алгоритмический ввод исходной информации;

вызов соответствующего проблемно-ориентированного модуля;

обработку результатов расчета в той или иной форме.

Организованные таким образом программы являются объектно-ориентированными модулями и составляют процессор системы.

Основными достоинствами метода, используемого при решении задачи статики и динамики многослойных оболочечных конструкций в ПРОЦЕССОРЕ системы КИПР-IBM-PC/AT, являются:

высокоточный расчет краевых эффектов с автоматическим контролем точности решения;

расчет осесимметричных оболочечных конструкций без ограничений на суммарную длину меридиана, число слоев в оболочках, число шпангоутов, участков с различными законами изменения толщины и нагрузок;

малый объем оперативной памяти, что позволяет использовать для расчетов любой IBM-совместимый компьютер (включая PC/XT);

высокие точность и скорость решения (от нескольких секунд до нескольких минут в зависимости от вида задачи ЯДРА);

использование подсистемы в качестве "эталона" при тестировании различных конечно-элементных программ (типа COS-MOS/M и др.).

Постпроцессор интегрированной системы КИПР-IBM-PC/AT предназначен для визуализации на экране дисплея и документирования результатов работы объектно-ориентированных программ процессора.

В программах постпроцессора приняты два способа визуализации результатов:

отображение результатов в виде графиков, на оси ординат которых отложены интересующие пользователя компоненты НДС конструкции, а на оси абсцисс – такие

параметры, как нагрузка, время, номер гармоники разложения нагрузки в ряды Фурье, координаты поверхности оболочечных элементов и т.д.;

отображение результатов в виде эпюр компонентов НДС на элементах конструкции; при этом эпюры имеют вид сглаженной кривой или ломаной линии.

Во втором случае результирующая информация отображается как для продольных, так и для поперечных сечений конструкции. Каналы визуализации деформированного состояния конструкции позволяют с помощью клавиш изменять масштаб для получения более наглядного изображения картины деформирования.

При построении эпюр напряжений в обоих случаях отрисовываются также допускаемые напряжения $[\sigma]$, сравнение с которыми позволяет визуально установить запасы прочности для каждого элемента конструкции. Для многослойных оболочечных элементов графики и эпюры строятся отдельно для каждого слоя оболочки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Годунов С.К. О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений // Успехи мат. наук. 1961. Т. 16. Вып. 3. С. 171–174.
2. Мяченков В.И., Григорьев И.В. Расчет составных оболочечных конструкций на ЭВМ: Справочник. М.: Машиностроение, 1981. 212 с.
3. Кармишин А.В., Лясковец В.А., Мяченков В.И., Фролов А.Н. Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций. М.: Машиностроение, 1975. 374 с.
4. Мяченков В.И., Мальцев В.П. Методы и алгоритмы расчета пространственных конструкций на ЭВМ ЕС. М.: Машиностроение, 1984. 277 с.
5. Расчеты и испытания на прочность. Методы и комплекс программ расчета на ЭВМ напряженно-деформированного состояния, устойчивости и колебаний элементов и узлов машиностроительных конструкций в диалоговом режиме: Метод. рек.: Р 54-254-88 / С.П. Заякин, В.И. Мяченков, Г.Н. Ольшанская и др. М.: ВНИИНМАШ, 1988. 60 с.
6. Расчеты и испытания на прочность. Методы и программы расчета на ЭВМ осесимметричных оболочечных конструкций при несимметричном нагружении и нагреве: Метод. реком.: МР 193–86 / В.И. Мяченков, М.С. Шепсвал, В.П. Мальцев и др. М.: ВНИИНМАШ, 1986. 76 с.
7. Расчеты и испытания на прочность. Методы и программы расчета на ЭВМ свободных и вынужденных колебаний осесимметричных оболочечных конструкций: Метод. реком.: МР 178–85 / В.И. Мяченков, В.П. Мальцев, Г.Н. Ольшанская. М.: ВНИИНМАШ, 1985. 92 с.
8. Расчеты и испытания на прочность. Методы и программы расчета на ЭВМ устойчивости осесимметричных оболочечных конструкций из упругого и нелинейно-упругого материала: Метод. реком.: МР 177–85 / В.И. Мяченков, В.Н. Юсов, В.П. Мальцев и др. М.: ВНИИНМАШ, 1985. 55 с.
9. Расчеты элементов конструкций на прочность и жесткость. Интегрированная система автоматизации конструирования и прочностных расчетов изделий машиностроения КИПР–ЕС: Межвуз. сб. науч. тр. / Под ред. В.И. Мяченкова. М.: Мосстанкин, 1987. 185 с.
10. Расчеты машиностроительных конструкций методом конечных элементов: Справочник / Под общ. ред. В.И. Мяченкова. М.: Машиностроение. 1989. 520 с.
11. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1977. 831 с.

Москва

Поступила в редакцию
12.И.1995