

УДК 624.131 + 539.215

© 1996 г. В.П. ЕПИФАНОВ

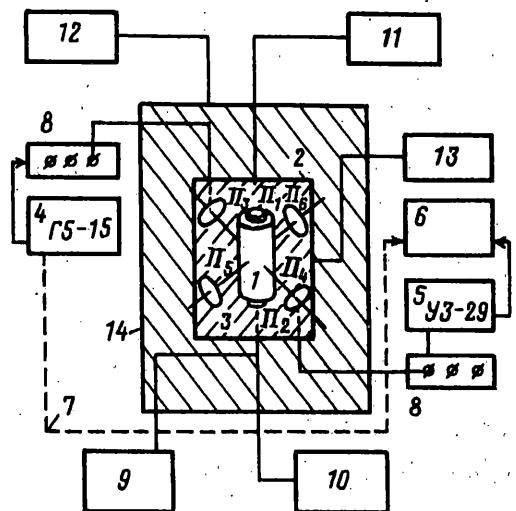
**МИКРОМЕХАНИКА ДЕФОРМИРОВАНИЯ  
И РАЗРУШЕНИЯ ЛЬДА**

Изменение структуры материала в процессе деформирования отмечали многие исследователи [1–3]. Однако вопрос о количественной оценке этих изменений, хотя и ставился, но не получил своего решения по ряду причин. Автором разработан метод мониторинга, позволяющий наблюдать изменения микроструктуры непрозрачного материала непосредственно в процессе деформирования, не прибегая к разгрузке и изготовлению шлифов. Метод, основанный на объемном зондировании деформируемого образца высокочастотными акустическими импульсами и регистрации амплитудно-частотных параметров сигналов АЭ, проверен при испытании льда и других конструкционных материалов на основные виды напряженного состояния [4]. Применительно ко льду с помощью акустических методов исследованы процессы зарождения, накопления и взаимодействия трещин, а также разрушения льда различной структуры в широком интервале граничных условий нагружения и изменения термодинамического состояния. В линейной области деформирования выявлен эффект существенно нелинейного изменения параметров зондирующего акустического импульса, обусловленный пластическими деформациями кристаллической решетки льда. Обосновано широко применяемое для льда соотношение Глена и представлена в явном виде зависимость коэффициента и показателя степени при напряжении от структуры льда и скорости деформирования. Определены границы вязкого, дилатанского и хрупкого разрушения.

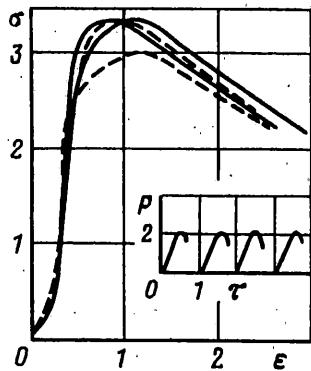
**1. Методика испытаний.** В соответствии с задачей исследования был разработан измерительный комплекс и решен ряд методических вопросов, учитывающих специфические свойства льда как горной породы. С целью снижения разброса измеряемых величин, обусловленного остаточными напряжениями и дефектами в структуре льда, применен отжиг и контроль образцов на идентичность акустических свойств. Чтобы уменьшить вероятность образования сколов в начальный момент нагружения, вместо традиционно применяемой шаровой опоры использована опора на воздушной подушке. Минимальный градиент температуры по объему измерительной камеры достигался с помощью двух термостатирующих оболочек и дополнительно охлаждением опорных площадок испытательной машины [5].

**1.1. Блок-схема установки.** На фиг. 1 показана блок-схема экспериментальной установки для испытания образцов льда на сжатие в режиме квазипостоянной скорости деформации и в режиме постоянного напряжения, в состав которой входят: 1 – образец льда, 2 – измерительная камера, 3 – иммерсионная жидкость, 4 – генератор прямоугольных импульсов, 5 – усилитель широкополосный, 6 – измеритель временных интервалов, 7 – линия синхронизации, 8 – коммутатор, 9 – система механического нагружения, 10 – блок измерения осевого усилия, 11 – линия записи сигналов АЭ, 12 – блок термостатирования и контроля температуры, 13 – измеритель линейных перемещений, 14 – внешняя термостатирующая камера, П<sub>1</sub>...П<sub>6</sub> – приемные и излучающие пьезоэлементы.

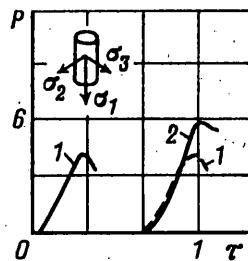
Элементы 4–8 блок-схемы (фиг. 1) составляют блок формирования и измерения характеристик зондирующих импульсов. Излучающие пьезоэлементы П<sub>1</sub>, П<sub>3</sub>, П<sub>5</sub>



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

ориентированы по осям координат  $Z, X, Y$ , причем один зондирующий луч направлен вдоль линии приложения сжимающей нагрузки, а два других – ортогонально осям нагрузления и друг к другу. Соосно с излучающими размещены приемные пьезоэлементы  $\Pi_2, \Pi_4, \Pi_6$ . Применялись пьезопреобразователи продольных волн собственной резонансной частотой от 500 кГц до 10 МГц. Излучающие пьезоэлементы электрически связаны с выходом генератора (4) прямоугольных импульсов через переключатель (8).

Совместное функционирование входящих в схему приборов осуществляется следующим образом. Генератор (4) вырабатывает узкий прямоугольный импульс с крутым передним фронтом, который возбуждает передающий преобразователь  $\Pi_3$ . Упругие колебания основной частоты проходят через акустический контакт и попадают в исследуемый образец (1). При распространении упругих колебаний в материале образца происходит ослабление сигнала. Соосно с передающим расположена приемный преобразователь  $\Pi_4$ . Упругие колебания попадают на приемный пьезоэлемент и преобразуются в электрический импульс, который поступает через коммутатор (8) на вход широкополосного усилителя (5) и далее на измеритель временных интервалов и измеритель амплитуды (6), а также на вход синхронизации генератора.

Основными измеряемыми характеристиками являются амплитуда и время прохождения акустического сигнала через исследуемый образец. Синхронно измеряются сжимающие нагрузки и деформации, а также температура образца и регистрируются сигналы акустической эмиссии (АЭ).

Примененная схема является модификацией импульсно-фазового метода (ударное возбуждение с синхронизацией по типу кольца). Используются упругие волны бесконечно малой амплитуды, что исключает изменения в исследуемом материале под их действием. Преимуществом схемы является надежность и высокая точность определения коэффициентов ослабления (5%) и скорости (0,001%) распространения упругих волн. Измерительная линия для регистрации сигналов АЭ (на схеме не показана) включает не только счетчик числа импульсов, шлейфовый осциллограф для записи сигналов в реальном масштабе времени, но и спектроанализатор, что позволяет не только регистрировать суммарное число сигналов во времени, но и выполнять частотно-амплитудный анализ.

*1.2. Предварительные измерения. Воспроизводимость результата измерений.* На фиг. 2 показаны типичные диаграммы нагружения  $P(\tau)$  и зависимости напряжений  $\sigma$  [МПа] от продольной деформации  $\epsilon$  [%] для образцов (диаметром 30 мм, высотой 60 мм) с однотипной структурой.  $P$  измеряется в кН, а  $\tau$  – часах. Разброс в определении предельных напряжений составляет 5%, что для такого чувствительного к разного рода внешним и внутренним факторам материала как поликристаллический лед можно считать удовлетворительным результатом.

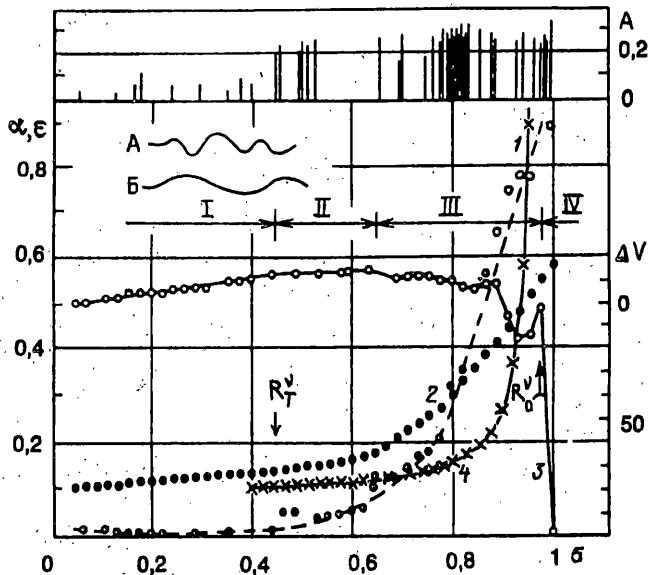
*Влияние бокового стеснения.* На фиг. 3 приведена диаграмма нагружения образцов льда типа А4 ( $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ , кривая 1). Ограничение поперечного деформирования достигалось с помощью колец из оргстекла, которые плотно надевались на образец ( $\sigma_2 = \sigma_3 \neq 0$ , кривая 2). Из фиг. 3 следует, что в условиях бокового стеснения максимальное напряжение оказывается больше, при этом изменяется вид деформационной кривой. Если принять, что в условиях бокового стеснения достигается оптимальный поперечный размер образца, то для пересчета, например, максимальных напряжений, полученных для образцов со свободной боковой поверхностью, следует вводить поправочный коэффициент 1,37.

По-видимому, утверждение о полной идентичности механических характеристик для образцов и больших объемов льда [6] справедливо лишь при достижении в образце напряженного состояния, адекватного состоянию в больших объемах льда. Однако лабораторные исследования можно выполнять в широком интервале точно заданных граничных условий.

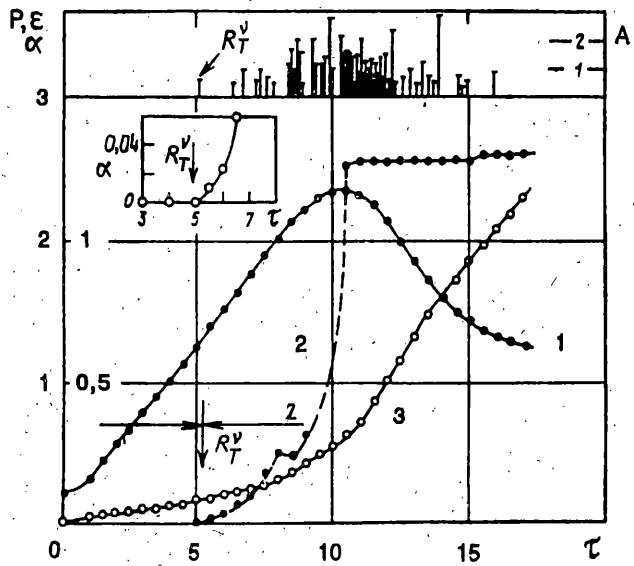
*2. Результаты измерений. Режим нагружения с постоянной скоростью.* На фиг. 4 представлены зависимости коэффициента ослабления  $\alpha$  [ $10^{-2} \cdot \text{см}^{-1}$ ] (кривая 1), продольной  $\epsilon_1$  (2) и поперечной  $\epsilon_{23}$  [%] (4) деформаций, скорости распространения упругого возмущения  $\Delta V$  [м/с] (3) и последовательность сигналов АЭ от напряжения  $\sigma$  (безразмерное) при температуре минус 40° С для льда А4. Кривые 2 и 4 смешены вверх на 0,1. Зондирующий импульс с частотой заполнения 1 МГц направлен по оси приложения сжимающей нагрузки. Изменение скорости рассчитывалось по соотношению  $\Delta V = V_i - V_0$ , где  $V_0$  – скорость распространения продольной волны в ненагруженном состоянии.

Деформационные изменения структуры льда при переходе от ненарушенного состояния к состоянию полного разрушения качественно характеризовались некоторыми уровнями этих изменений [7], представления о которых основывались на анализе диаграмм «напряжение – деформация». Поскольку акустические характеристики более чувствительны к структуре материала, воспользуемся их изменением и выделим на кривых 1, 3 отрезки I–IV (без входового участка), в пределах которых их изменение однотипно.

На первом участке коэффициент ослабления линейно уменьшается с увеличением напряжения, а скорость зондирующего импульса линейно увеличивается. Приращение



Фиг. 4



Фиг. 5

деформаций пропорционально приращению напряжений. Поскольку модуль упругости возрастает, то предполагается, что на этом участке происходит закрытие микротрещин и упругое смещение элементов кристаллической решетки. Ускоренный, по сравнению с поперечными, рост продольной деформации подтверждает уменьшение объема образца. В конце участка, при достижении порогового напряжения трещинообразования  $R_m^v$ , микронапряжения на локальных концентраторах достигают критической величины, в результате образуется первая трещина, о чем свидетельствуют генерация первого сигнала АЭ и скачкообразное увеличение коэффициента ослабления.

**Второй участок.** Коэффициент ослабления  $\alpha$  после резкого увеличения (момент выделен на фиг. 5) и коэффициент скорости в некотором интервале напряжений сохраняют достигнутое значение (ступенька на кривых 1, 3). За образованием первой трещины следует перераспределение напряжений. Однако в условиях увеличивающейся нагрузки полного выравнивания напряжений не достигается, тем более, что микронапряжения достигли критической величины.

**Третий участок** (область стохастического образования трещин). В пределах участка наблюдается интенсивная генерация сигналов АЭ и существенное изменение характеристик зондирующего импульса. Коэффициент ослабления возрастает почти на порядок, скорость распространения упругих возмущений уменьшается более, чем на 30 м/с, изменяется также форма принятого зондирующего импульса ( $A$  – исходная форма сигнала,  $B$  – форма сигнала, прошедшего через образец). В этой области скорость роста деформаций увеличивается, причем скорость роста и величина по-перечных деформаций больше скорости и величины продольных деформаций. Приращения объема становятся положительными за счет разрыхления.

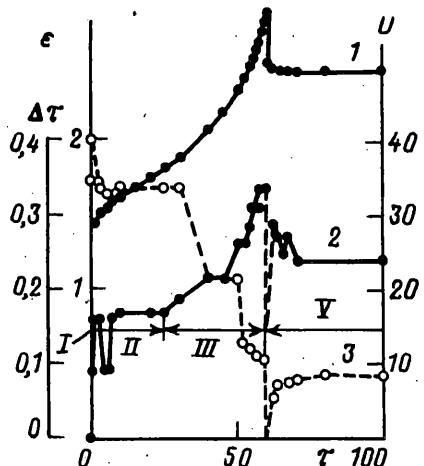
**Четвертый участок.** В области максимальных напряжений резко возрастает коэффициент ослабления и столь же резко уменьшается коэффициент скорости. Это соответствует интенсивному росту трещин и их слиянию ( $R_0^V$ ). При хрупком разрушении этот процесс приобретает лавинообразный характер и заканчивается разделением образца на части. Максимальные напряжения и деформации в этом случае характеризуют предельную прочность льда.

При более высоких (по сравнению с хрупким разрушением) температурах в полях сжимающих напряжений вследствие перераспределения напряжений даже развитие многих трещин не приводит к катастрофической потере несущей способности. Ниспадающая ветвь деформационной зависимости (кривая 1 фиг. 5) характеризует свойства образованной в процессе нагружения ледяной конструкции. Постоянный коэффициент ослабления (ступенька на кривой 2) при интенсивной АЭ, по-видимому, обусловлен динамическим равновесием между образованием и «заличиванием» трещин, не исключается также контактное смещение частей образца относительно друг друга.

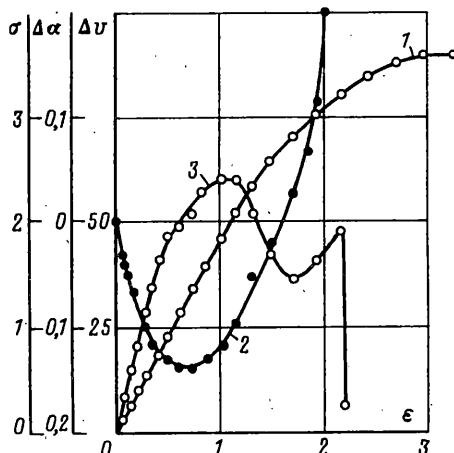
**Режим постоянного напряжения.** На фиг. 6 показаны зависимости продольной деформации  $\varepsilon$  [мм] (кривая 1), времени прохождения  $\Delta t$  [мс] (2) и амплитуды зондирующего импульса  $U$  [мВ] (3) от времени  $t$  [мин] при напряжении  $\sigma = 1,5$  МПа. Изменения выполнялись в течение 100 минут, причем в первые 60 минут образец находился под нагрузкой, а последующие – в разгруженном состоянии. Исследовались образцы льда типа А9 при температуре минус 3,1° С. Из фиг. 6 следует, что по изменению параметров зондирующего импульса можно выявить процессы упругого и пластического изменения структуры, которые происходят во льду как при прямой, так и при обратной ползучести. Особую значимость имеет возможность определения точки перегиба деформационной кривой по резкому изменению коэффициента ослабления.

**2.1. Область линейного деформирования.** На фиг. 7 показана зависимость затухания, скорости продольных волн и напряжений от деформации для льда типа В9. Зондирующий импульс ( $f = 1$  МГц) направлен по оси сжатия. Температура льда минус 40° С, скорость деформации  $5 \cdot 10^{-4}$  с<sup>-1</sup>.

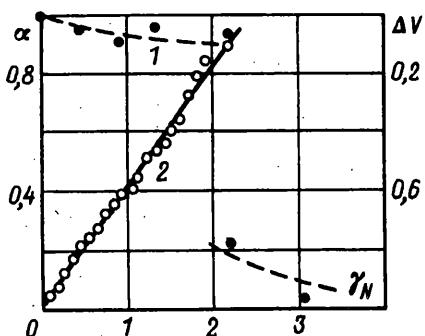
Для нахождения верхней границы области использовался известный экспериментальный факт [8] генерирования сигнала АЭ в момент роста во льду первой трещины (фиг. 7). Соответствующие этому моменту напряжения и деформации определяют верхнюю границу линейной области деформирования. Нижняя граница этой области задается напряжением предварительного поджатия  $\sigma = 14$  кПа, которое необходимо для формирования устойчивого акустического контакта. В соответствии с изложенным область линейного деформирования ограничена интервалом напряжений от 0,15 до 23 МПа, при этом продольная деформация достигает 1,3%.



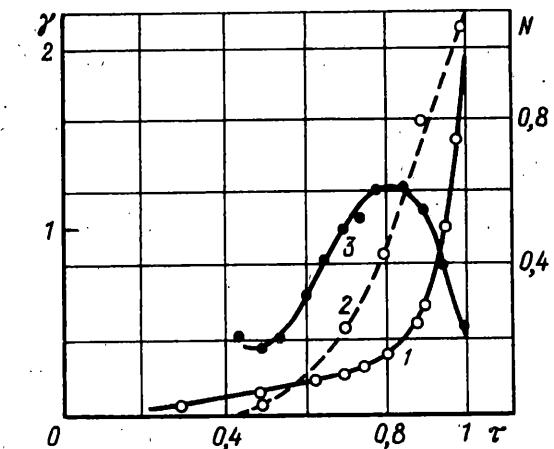
Фиг. 6



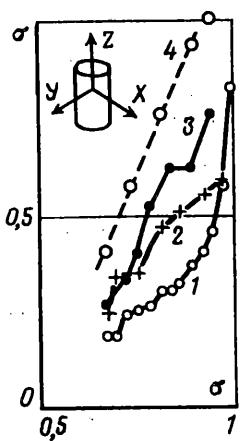
Фиг. 7



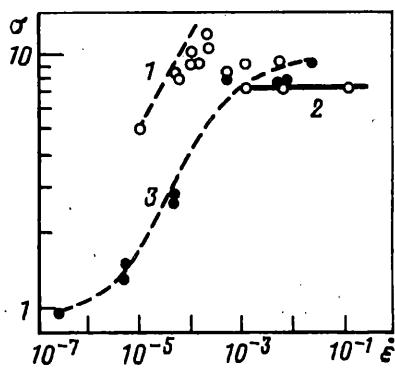
Фиг. 8



Фиг. 9



Фиг. 10



Фиг. 11

Из фиг. 7 следует, что в области линейного деформирования поликристаллического льда наблюдается сильный нелинейный эффект изменения акустических характеристик, который свидетельствует о существенно нелинейных процессах деформирования на микроуровне.

Изменения параметров зондирующего луча в области линейного деформирования можно объяснить двумя дислокационными механизмами.

*Первый механизм.* При малых напряжениях и при малых деформациях (от 0 до 0,4%) увеличение скорости распространения ультразвуковых волн (на 1,5%) при синхронном уменьшении коэффициента ослабления обусловлено уменьшением длины дислокаций и меньшими потерями на трение по этой же причине. Процесс закрепления дислокаций не сопровождается созданием большого количества дефектов. В качестве центров закрепления дислокаций, могут выступать границы зерен и взаимодействие самих дислокаций. Изменение скорости, обусловленное этим механизмом и наблюдавшееся для других материалов, составляет около 1%. На столько же увеличивается скорость в рассматриваемом случае. Теоретические расчеты [9] дают такую же величину, что подтверждает возможность такого механизма деформирования для льда.

*Второй механизм.* При более высоких напряжениях (более 1 МПа) преодолевается энергетический барьер в точках закрепления, увеличивается длина дислокаций и возрастает их плотность. Увеличение длины дислокации приводит к уменьшению скорости распространения звуковой волны, а увеличение количества дислокаций – к увеличению коэффициента ослабления.

Таким образом, в пределах области линейного деформирования наиболее вероятными процессами при нагружении являются не только деформирование валентных углов связей в кристаллической решетке (как это обычно принято считать), но и диссипативные процессы линейно-вязкого торможения. Обнаруженный факт диссипации энергии в области низких напряжений согласуется с малой ( $G_0 = 2,91 \cdot 10^3$  МПа) величиной модуля сдвига для льда при 273 °К.

*2.2. Модули упругости.* Традиционный способ расчета модуля упругости основан на определении плотности льда и скорости распространения продольной волны  $E_d = \rho V_l^2$ . С помощью этого метода оцениваются упругие свойства льда в ненагруженном состоянии  $\sigma_{x,y,z} = 0$ . Например, для льда типа В9 плотность 887,5 кг/м<sup>3</sup>,  $V_l = 3600$  м/с и динамический модуль упругости

$$E_d = \rho V_l^2 = 887,5 \cdot (3600)^2 = 11,5 \cdot 10^9 \text{ Па.}$$

*Эффективный модуль упругости.* На линейном участке деформирования  $\epsilon = K_e \sigma$ . Например, согласно деформационной зависимости (фиг. 7) для льда типа В9 при скорости деформации  $10^{-4}$  1/с и температуре минус 40° С эффективный упругий модуль  $E_e = 1/K_e = 1,77 \cdot 10^8$  Па.

Определения упругого модуля по методу касательной показали, что результаты измерений сильно зависят от времени приложения нагрузки и различаются, даже если время нагружения изменяется в пределах долей секунды [10, 11]. Применение акустических методов при квазистатических испытаниях упрощает выделение линейной области деформирования и, соответственно, облегчает задачу оценки упругих характеристик по деформационным кривым.

*Акустоупругий модуль.* Для области линейного деформирования, например в интервале деформации до 0,4% (фиг. 7) зависимость относительного изменения скорости распространения ультразвуковых волн от одноосного напряжения может быть представлена линеаризованным уравнением

$$\Delta V_l/V_l = \beta \sigma = 9,4 \cdot 10^{-4} \sigma \quad (2.1)$$

где  $\beta = 9,4 \cdot 10^{-4}$  см<sup>2</sup>/кГ – акустоупругий коэффициент одноосных напряжений, зави-

сящий от упругих постоянных второго ( $\lambda, \mu$ ) и третьего ( $v, l, m, n$ ) порядков. Соответственно акустоупругий модуль  $E_A = 1/\beta = 100$  МПа. Таким образом, в условиях естественного залегания льда по изменению скорости распространения продольной волны в заданном направлении (например, по осям координат  $X, Y, Z$ ) могут быть оценены напряжения сжатия

$$\sigma_{x,y,z} = E_A \Delta V_l / V_{lx,y,z} \quad (2.2)$$

**2.3. Трещинообразование.** С помощью микроскопа можно определить размеры только первых трещин в прозрачных образцах льда. По мере накопления трещин образец теряет прочность и изготовить шлиф из такого льда, не вызвав дополнительного разрушения, сложно [12]. Поэтому для наблюдения за процессом трещинообразования применены акустические методы.

**Оценка размеров трещин по сигналам АЭ.** Спектрограммы сигналов АЭ наблюдаются в интервале времени от 0,65 до 0,99τ (τ – безразмерное время сжатия). Благодаря высокому разрешению в спектрах наряду с широкополосными сигналами, впервые зарегистрированными в [13], выявлены одиночные компоненты, что позволяет детализировать процесс разрушения не только на начальной стадии трещинообразования, но и для отдельных стадий лавинообразного разрушения. На начальном этапе трещинообразования ( $\tau = 0,65–0,70$ ) наблюдаются спектрограммы в виде одиночных сигналов высокой частоты, затем спектры усложняются, в частности при  $\tau = 0,98$  зарегистрирована широкополосная компонента с максимумом, смещенным относительно первого сигнала в область низких частот, а также одиночная компонента в звуковом диапазоне частот. Спектрограмма лавинообразного разрушения состоит из предвестников разрушения, широкополосной компоненты, имеющей максимальную амплитуду составляющих сигналов, и спектрограмм, завершающих процесс разрушения. Уменьшение частоты компонент спектрограмм в процессе разрушения, т.е. уменьшение собственной резонансной частоты излучателя, согласно модельным представлениям обусловлено увеличением объема разрушения, что соответствует подрастанию или слиянию трещин.

Возможность детализации спектрограмм разрушения в рамках физической модели подтверждается, например, визуально наблюдаемым увеличением размеров трещин с ростом напряжений. Например, два последовательных одиночных сигнала разной частоты для фиксированного времени наблюдения можно рассматривать как начало роста трещины и ее остановку, а широкополосную компоненту как контактное смещение берегов трещины относительно друг друга.

Для независимой оценки размеров трещин воспользуемся известным соотношением  $S = kA^2$ , устанавливающим связь между максимальным сечением  $S$  трещины и амплитуды  $A$  сигнала АЭ [14]. Поскольку амплитуды спектрограмм АЭ отличаются почти на порядок, то следует ожидать изменения размеров трещин в процессе сжатия также по крайней мере на порядок.

Согласно модели гармонического осциллятора эффективная масса разрушения

$$m_e = \sigma / [4\pi^2 \Delta r f^2] \quad (2.3)$$

где  $\Delta r = r_\infty - r_0$  характеризует упругое смещение частиц, предшествующее нарушению целостности кристаллической решетки,  $f \approx 10$  кГц – частота сигнала АЭ, соответствующая образованию трещины, определяемая из эксперимента. Принимая для льда  $\sigma = 10^{-10}$  Н/связь,  $\Delta r = 7 \cdot 10^{-10}$  м, определим массу  $m_e$ . Например, для дисковой трещины диаметром 3 мм,  $m = 3 \cdot 10^{-8}$  г. Источник сигнала АЭ такой массы во льду имеет объем  $\Gamma_e = 4 \cdot 10^{-5}$  мм<sup>3</sup>. По объему диска в первом приближении можно оценить максимальное раскрытие берегов трещины  $\zeta = 10^{-5}$  мм, что согласуется с данными [15]. Рассчитанная величина оказывается сопоставимой с амплитудой акустического смещения и много меньше длины волны, что определяет условия распространения акустического импульса во льду с такими неоднородностями.

**2.4. Корреляция между коэффициентом ослабления и сечением трещин.** В прозрачных образцах льда лазерным лучом создавались трещины и определялись коэффициенты ослабления и скорости распространения продольной волны для произвольных комбинаций взаимного расположения трещин. На фиг. 8 показаны зависимости скорости  $\Delta V$  [км/с] (кривая 2) и избыточного ослабления  $\alpha_*$  (линия 1) от величины нормированного сечения трещин  $\gamma_N$ , причем  $\alpha_* = \alpha_1 - \alpha_0$ , где  $\alpha_0$  – коэффициент поглощения в образце без трещин, а  $\alpha_1$  – коэффициент ослабления для образца с трещинами. Эффективное сечение  $\gamma_N$  трещин определяется как отношение суммарной проекции всех трещин к сечению зондирующего луча

$$\gamma_N = \sum S_i / \pi R_0^2 \quad (2.4)$$

где  $R_0$  – радиус зондирующего луча.

Из фиг. 8 следует, что в интервале  $\gamma_N$  от 0 до 2,2 коэффициент избыточного ослабления линейно возрастает до  $0,9 \text{ см}^{-1}$ . На такую же величину изменяется этот коэффициент в процессе испытания образца на сжатие (фиг. 4). Важно, что корреляционная зависимость имеет простой вид

$$\gamma_N = K_1 \alpha \quad (2.5)$$

где  $K_1$  – коэффициент, в общем зависящий от частоты, но в диапазоне частот от 0,7 до 1,5 МГц его можно принять равным 2,5. Аналогичные зависимости были получены ранее для других материалов [4].

Линейный вид зависимости (2.5) объясняется узким диапазоном частот заполнения зондирующего импульса и специфическими особенностями самих дефектов. Прежде всего тем, что расстояние ( $10^{-5}$  мм) между берегами трещины мало по сравнению с длиной волны (0,8 мм), но соизмеримо с амплитудой волнового смещения. При этих условиях акустическая волна проходит через трещину в направлении первоначального распространения.

**2.5. Изменение сечения трещин в процессе сжатия.** Величина эффективного сечения трещины определяется из соотношения

$$\gamma^* = \frac{\Delta \alpha K_1}{\Delta N} = \frac{\Delta \gamma_N}{\Delta N} \quad (2.6)$$

где  $\gamma_N$  – изменение эффективного сечения при образовании  $N$  трещин, число которых в рассматриваемом случае равно числу импульсов АЭ [12].

На фиг. 9 показаны зависимости суммарного сечения трещин (кривая 1), числа сигналов АЭ (кривая 2) и эффективного сечения трещины (кривая 3) от времени. Как следует из фиг. 9 эффективное сечение трещины изменяется в процессе сжатия почти на порядок. Сначала (левая ветвь кривой) наблюдается увеличение размера трещин при увеличении напряжений, затем (правая ветвь кривой) неповрежденный объем льда становится малым и образуются трещины меньшего размера.

Однако в процессе нагружения может изменяться не только размер трещин, но и ее ориентация. Угол наклона трещины к оси образца определяется из соотношения

$$\delta = \arctg \left[ \frac{\alpha_z}{\sqrt{\alpha_x^2 + \alpha_y^2}} \right] \quad (2.7)$$

где  $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$  – приращение коэффициентов ослабления в направлении соответствующей оси координат для  $n_i$ -сигнала АЭ, причем ось Z совпадает с осью сжатия.

Например, по данным измерения (фиг. 4) углы наклона, рассчитанные для момента времени нагружения  $0,56\tau_*$ ,  $0,62\tau_*$ ,  $0,69\tau_*$  и  $0,73\tau_*$ , равны соответственно 7, 30, 31 и  $90^\circ$ . Полученные результаты не противоречат представлениям [16] о хрупком разрушении льда как о последовательном расщеплении образца на столбчатые

образования, при изломе которых образуются поперечные ( $\delta = 90^\circ$ ) трещины.

Действительный размер трещины определяется из соотношения

$$\gamma^* = \Delta\alpha K_1 / \sin \delta \quad (2.8)$$

Поскольку корректирующий множитель  $1/\sin \delta = (8,3...1)$  равен 1 уже при  $\tau \geq 0,8$ , то правая ветвь кривой 3 фиг. 9 остается без изменений.

Таким образом, в процессе сжатия изменяется сечение трещины [4] и ее ориентация. При малых деформациях и низких температурах, когда лед проявляет преимущественно упругие свойства, трещины образуются вдоль линии нагружения ( $\delta = 7^\circ$ ). При высоких температурах, например, при минус  $9^\circ \text{C}$  в образце возникают «искривленные» трещины, ориентированные почти перпендикулярно направлению сжимающих усилий.

Возможность образования трещин различной ориентации может быть объяснена анизотропией кристаллитов, которая приводит к тому, что на микроуровнях максимальные деформации могут не совпадать с направлением внешнего усилия. С повышением температуры силы адгезии уменьшаются, соответственно уменьшается жесткость «сотовой конструкции из кристаллов» и увеличивается возможность образования трещин, не совпадающих с направлением сжимающих напряжений.

2.6. *Закон накопления повреждений.* На фиг. 10 показаны типичные зависимости коэффициентов ослабления от безразмерного напряжения в направлении оси Z (линия 1), Y(2) и X(3). Условия нагружения те же, что для фиг. 4. Необходимо отметить, что  $\alpha_x, \alpha_y > \alpha_z$ . Это согласуется с отмечавшимся на начальном этапе нагружения фактом ориентации трещин вдоль направления сжатия при хрупком разрушении. Суммарный коэффициент ослабления

$$\alpha = \sqrt{\alpha_x^2 + \alpha_y^2 + \alpha_z^2} \quad (2.9)$$

представлен линией 4. С учетом выявленной связи между  $\alpha$  и  $\gamma_N$  суммарная поверхность трещин

$$\gamma = K_2(\sigma - \sigma^0) \quad (2.10)$$

где  $K_2 = 0,93$  – коэффициент,  $\sigma^0$  – пороговое напряжение.

2.7. *Кинетика трещинообразования во льду.* Процесс трещинообразования во льду происходит дискретно, пороговые напряжения зависят от температуры, с повышением температуры происходит переход от хрупкого разрушения к пластическому деформированию, причем хрупкое разрушение характеризуется предельным значением сечения рассеяния ( $\gamma \approx 1,28$ ) [17], а пластическое – его дальнейшим увеличением в закритической области.

Необходимо отметить, что возникновение трещины вызывает локальное перераспределение напряжений и может привести к закрытию других трещин, имеющих «невыгодную» ориентацию относительно поля напряжений на микроуровне. Закрытие трещины может рассматриваться как фактор, повышающий механическую устойчивость образца. Между образованием и закрытием трещин при определенных условиях нагружения устанавливается динамическое равновесие (фиг. 5).

*Зависимость пороговых напряжений от температуры.* Согласно Гриффитсу пороговые напряжения  $\sigma_*^0 = \sqrt{2EW_s / \pi\xi}$ , где  $\xi$  – длина трещины.  $W_s$  – поверхностная энергия. Для льда типа A4 при минус  $60^\circ \text{C}$  экспериментально определены  $\xi = 0,006 \text{ м}$ ,  $\sigma_*^0 = 5 \text{ МПа}$ . С учетом того, что угол между плоскостью трещины и направлением сжимающего усилия равен  $7^\circ$ , оценим поверхностную энергию

$$W_s = \frac{(5 \sin 7^\circ)^2 \cdot 10^{12} \cdot 3,14 \cdot 0,006}{2 \cdot 1,32 \cdot 10^{10}} = 0,265 \text{ Н} \cdot \text{м} / \text{м}^2$$

Рассчитанная величина в три раза превышает определенную прямым методом [18, 19], что подтверждает существенную роль пластичности в механизме зарождения и роста трещины.

**3. Температурно-временная аналогия.** Деформационные свойства льда определяются внутренними процессами, которые качественно характеризуются модулем  $H = \delta\sigma/\delta\varepsilon$ . Например, увеличение модуля объясняется упрочнением, уменьшение – разупрочнением структуры, отрицательные значения – нарушением сплошности [20].

При быстром нагружении ( $\dot{\varepsilon} = 2,5 \cdot 10^{-1} \text{ с}^{-1}$ ) процессы по вязкому механизму не успевают развиться и форма деформационной кривой определяется упругостью льда. При медленном нагружении (например, при  $\dot{\varepsilon} = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$ ) форма кривой определяется вязкопластическим течением. Количественно степень завершенности каждого процесса определяется временем релаксации. Из известного соотношения  $\tau = \eta/G$ , где  $\eta = f(t)$  – сдвиговая вязкость,  $G = f(t)$  – модуль сдвига, следует, что временной и температурный факторы взаимосвязаны. Соответственно величина вязкопластической деформации льда определяется не только напряжением, но и температурно-временным фактором.

Сходство деформационных кривых, полученных при разных температурах с постоянной скоростью деформации и в изотермических условиях при разных скоростях деформации, позволяет предположить, что понижение температуры льда вызывает такое же изменение механических характеристик, которое достигается повышением скорости деформации.

*3.1. Зависимость максимальных напряжений от скорости деформации.* Экспериментальная зависимость максимальных напряжений от скорости деформации для льда типа А4 представлена кривой 3 на фиг. 11. Для сравнения приведены зависимости 1 и 2, заимствованные из [21]. Несовпадение участков кривой 3 и линий 1 и 2 обусловлено различием структур льда, кроме того в области высоких скоростей деформации может оказывать влияние методика нагружения [22].

Из фиг. 11 следует, что в большом интервале скоростей деформации исследуемая зависимость оказывается нелинейной (кривая 3), причем в области малых скоростей деформации независимо от структуры льда максимальные напряжения возрастают с увеличением скорости деформации, а в области больших скоростей деформации наблюдается замедление этого роста. Переход от малых к большим скоростям деформации происходит в интервале, достигающем двух порядков величины, что характерно для релаксационного процесса. Совпадение точки перегиба кривой 3 с величиной обратной времени релаксации во льду ( $1/\tau \sim 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ ) подтверждает релаксационный характер рассматриваемой зависимости [23].

*3.2. Предельные случаи деформационных кривых.* На фиг. 12 показаны зависимости деформаций от напряжения при сжатии образца со скоростью  $5 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ . Кривая 1 построена по результатам измерений, при построении кривой 2 величины напряжений брались из эксперимента, а деформация рассчитывалась по соотношению

$$\varepsilon_2 = \Delta(P/S) / \rho V_1^2 \quad (3.1)$$

где  $P$  – усилие сжатия,  $S = \pi R_0^2$  – площадь поперечного сечения образца,  $\rho$  – плотность,  $V_1$  – скорость распространения зондирующих импульсов при заданном усилии  $P$ . Частота заполнения зондирующих импульсов 1 МГц. Поскольку расчет  $\varepsilon_2$  выполнялся для скоростей деформаций ультразвукового диапазона, то полученные величины соответствуют режиму динамического нагружения и линии 2 следует рассматривать как асимптоту, к которой будут стремиться зависимости  $\varepsilon(\sigma)$  при возрастании скорости деформации.

В интервале напряжений от 0 до  $0,6\sigma$  кривые 1 и 2 в пределах точности эксперимента совпадают, а при напряжениях превышающих  $0,6\sigma$  кривая 1 резко отклоняется вправо.

няется в сторону больших деформаций, при этом наклон линии 2 изменяется незначительно. Существенное расхождение между квазистатической и динамической деформацией начинает проявляться с момента образования трещин.

*Изменение несущего сечения.* Известно, что в линейной области деформирования относительное сечение образца при сжатии увеличивается  $\psi = S/S_0 = (1 + v\varepsilon_1)^2$ , а объем уменьшается. Трещинообразование сопровождается разрыхлением льда, при этом объем образца увеличивается. Дилатансное увеличение объема определено из соотношения [24]  $\Delta\varepsilon' = (\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2) = \Lambda(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$ , где  $\Lambda$  – коэффициент,  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  – продольная и поперечная деформация соответственно, и представлено ломаной линией 4 на фиг. 12. Максимальное увеличение объема достигает 2%.

Однако несущее сечение образца при образовании трещин уменьшается. Это уменьшение оценивалось по соотношению  $\Delta S = P / (\Delta\varepsilon_2\rho V_1^2)$ , где  $P$  – усилие сжатия,  $\rho$  – плотность льда,  $V_1$  – скорость зондирующего импульса,  $\Delta\varepsilon_2$  – отклонение функции  $\varepsilon_2(\sigma)$  от прямолинейной зависимости. Результаты расчета представлены кривой 3 на фиг. 12. Уменьшение сечения достигает максимальной величины ~9% перед разрушением и становится заметным при напряжениях больше 0,9σ.

Очевидно, что замедление роста максимальных напряжений в области больших скоростей деформации (фиг. 11) не может быть объяснено простым геометрическим уменьшением несущего сечения образца по причине образования в нем трещин. Наиболее вероятным фактором замедления роста является увеличение числа концентраторов напряжения в процессе трещинообразования и соответственно увеличение объема льда в пластическом состоянии вблизи вершины трещин.

*3.3. Времена релаксации и запаздывания.* Согласно модели стандартного линейного тела [25, 26]:

$$\sigma + \tau_1 \frac{d\sigma}{dt} = G_r \left( \varepsilon + \tau_2 \frac{d\varepsilon}{dt} \right) \quad (3.2)$$

$$\tau_1 = \eta / (G_u - G_r), \quad \tau_2 = \tau_1 G_u / G_r$$

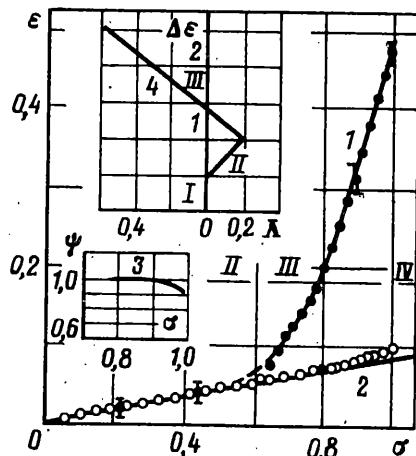
Из экспериментальной зависимости максимальных напряжений от скорости деформации (фиг. 11) находятся  $\sigma_r = 0,7$  МПа,  $\sigma_u = 9,2$  МПа. Ранее (п. 2.2) определен коэффициент вязкости  $\eta = 3 \cdot 10^{12}$  Н · с · м<sup>-2</sup>, для определения  $G = \sigma*/K_3$  примем  $K_3 = 4,5 \cdot 10^{-3}$ . Подставляя соответствующие величины в соотношения для времен запаздывания, получаем

$$\tau_1 = \frac{\eta K_3}{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}} = \frac{3 \cdot 10^{12} \cdot 4,5 \cdot 10^{-3}}{(9,2 - 0,7) \cdot 10^6} = 1,6 \cdot 10^3 \text{ с}$$

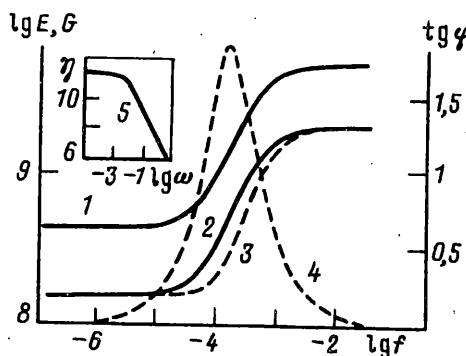
$$\tau_2 = \frac{\tau_1 G_u}{G_r} = \frac{1,6 \cdot 10^3 \cdot 9,2}{0,7} = 2,1 \cdot 10^4 \text{ с}$$

На фиг. 13 показаны частотные зависимости комплексного модуля  $G_*$ , упругой компоненты комплексного модуля  $G_1$ , тангенса угла потерь  $\tan \phi$  и вязкости  $\eta = G_2/\omega$  для поликристаллического льда типа A4 при температуре минус 20° С. Необходимо отметить, что вид зависимости  $G(\omega)$  (кривая 2) подобен виду экспериментальной зависимости максимальных напряжений от скорости деформации (кривая 3). Такая аналогия позволяет объяснить зависимость максимальных напряжений от скорости деформации релаксационным переходом льда из вязкотекучего состояния при низких частотах в стеклообразное при высоких частотах.

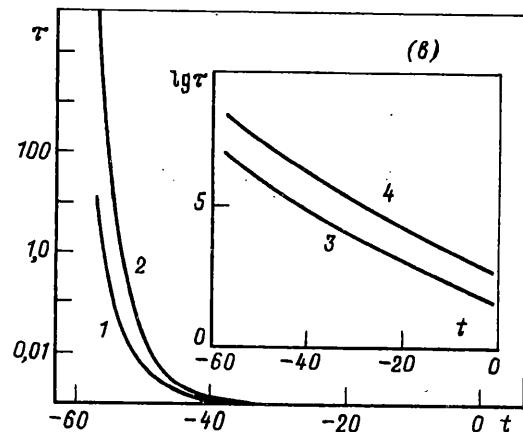
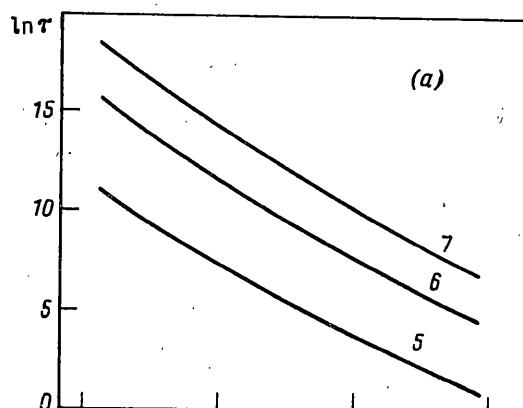
Из фиг. 13 следует, что к моменту достижения максимальных напряжений механическая добротность льда уменьшается на три порядка ( $\tan \phi = 1,85$ , добротность  $1,6 \cdot 10^{-2}$ ) по сравнению с недеформированным льдом такого типа



Фиг. 12



Фиг. 13



Фиг. 14

структуре (среднее значение добротности 50 [27]). Причиной такого уменьшения добротности является накопление дефектов типа микротрещин.

*Медленные процессы.* Времена релаксации медленных процессов ( $\tau_0 \geq 1$  с [28]) определялись по кривым ползучести. Некоторые результаты расчета приведены в табл. 1.

Из табл. 1 следует, что время релаксации льда определяется его структурой и зависит от температуры и напряжения, в частности при увеличении напряжения сжатия от 0,75 до 3,4 МПа время релаксации льда A9 уменьшается от 2320 до 970 с, т.е. в 2,4 раза. Примерно такой порядок изменения времени релаксации при изменении напряжения получен для пресноводного льда в работе [16].

*Быстрые процессы.* В табл. 2 приведены характерные частоты  $\omega$  [Гц] сигналов АЭ и соответствующие им времена релаксации  $\tau_{02}$  [с], рассчитанные по соотношению  $\omega = 2\pi/\tau_{02}$ , а также относительные массы вовлеченных в процесс разрушения элементов структуры льда  $m_i/m_1 = f_i/f_1^2$ . Необходимо отметить, что продолжительность процессов хрупкого разрушения ограничена долями секунды и по порядку величины времени релаксации быстрых процессов оказываются сопоставимы с полученными из диэлектрических измерений [29, 30].

Из табл. 2 следует, что разрушение поликристаллического льда при сжатии – это многоуровневый процесс, причем каждому уровню соответствует определенный диапазон спектра АЭ и масса разрушения. Микроскопические исследования позволяют соотнести рассчитанную массу разрушения с элементами структуры льда. Наиболее

Таблица 1

	$\sigma$	$t$	$\tau_{01}$	структура льда
1	0,75	-2	$9,9 \cdot 10^2$	A4
2	1,5	-3,1	$1,36 \cdot 110^3$	A4
3	1,0	-4,7	$1,67 \cdot 10^3$	A4
4	0,75	-6,2	$2,32 \cdot 10^3$	A9
5	1,7	-6,2	$1,69 \cdot 10^3$	A9
6	3,4	-6,2	$9,7 \cdot 10^2$	A9

Таблица 2

		$\omega$	$\tau_{02}$	$m_2/m_1$
I	1	12 500	$1,3 \cdot 10^{-5}$	1
	2	10 000	$1,6 \cdot 10^{-5}$	1,6
	3	8 000	$2 \cdot 10^{-5}$	2,4
	4	6 300	$2,5 \cdot 10^{-5}$	4
II	5	2 000	$8 \cdot 10^{-5}$	40
	6	(1-2) $10^3$	$(1,6-8) \cdot 10^{-4}$	40-160
	7	630	$2,5 \cdot 10^{-4}$	400
III	8	400	$4 \cdot 10^{-4}$	$10^3$
IV	9	25	$6,4 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^5$

Таблица 3

	лед A4	лед A9
$\tau^*$	$4,61 \cdot 10^{-17}$	$4,61 \cdot 10^{-17}$
$B_s$	$3,4 \cdot 10^{-27}$	$1,2 \cdot 10^{-27}$
$W_a$	5,66	5,58

вероятны следующие уровни разрушения: I – образование трещины в пределах кристаллита, II – неполное разрушение смежных кристаллитов, III – блочное разрушение, IV – разрушение с выходом трещин на поверхность образца.

3.4. Зависимость времени релаксации от температуры, напряжения и скорости роста напряжения. Теоретическая зависимость времени релаксации от температуры и напряжения определяется уравнением

$$\tau = \tau_0 \exp \left[ \frac{W_a - B_s \sigma}{K_B T} \right] \quad (3.3)$$

Согласно (3.3) время релаксации уменьшается с увеличением напряжения и при повышении температуры.

В табл. 3 приведены результаты расчетов энергии активации  $W_a$  [Дж/кг] и коэффициента  $B_s$  [ $\text{м}^3$ ] при напряжении, причем каждое значение  $\tau$  получено усреднением результатов 4-х серий испытаний по 7 образцов льда в каждой серии.

Из табл. 3 следует, что наиболее чувствительным к структуре льда является коэффициент при напряжении, в то время как энергия активации слабо зависит от структуры льда.

На фиг. 14 показаны зависимости времени релаксации от температуры для льда типа A4 и A9. Испытания выполнялись при постоянных напряжениях. Из фиг. 14, следует, что, во-первых, энергия активации медленных процессов с понижением температуры увеличивается незначительно, о чем свидетельствует слабое увеличение наклона кривых 5–7. Во-вторых, кривые 5–7 смещаются вдоль оси абсцисс пропорционально напряжению. Отмеченное позволяет совмещать кривые путем параллельного переноса, т.е. увеличение скорости деформации приводит к такому изменению времени релаксации, которое достигается уменьшением температуры, что свидетельствует о возможности применения принципа температурно-временной аналогии.

Зависимость времени релаксации от температуры и напряжения для льда A4, рассчитанная для режима статического нагружения, показана на фиг. 15. Ранее полученные зависимости времени релаксации от температуры или напряжения могут рассматриваться как линии пересечения плоскостей  $t_0 t_\sigma$  или  $t_0 \sigma$ , с поверхностью  $t(\sigma)$ . Зависимости  $\ln t(\sigma)$  имеют вид прямых линий 1–3, смещенных вдоль оси абсцисс пропорционально температуре испытания и имеющих одинаковые углы наклона. Зависимость времени релаксации от напряжения согласуется с проявлением льдом нелинейных механических свойств. Эффект искривления зависимости  $t(\sigma)$  в области малых напряжений для льда может быть объяснен накоплением дислокаций при малых  $\sigma$ , изменяющим величину  $B_s$ .

*3.5. Некоторые расчеты по методу приведенных переменных.* Принцип температурно-временной аналогии позволяет расширить эффективный интервал времен или скоростей деформации, используемых в экспериментальных измерениях.

*Зависимости пороговых напряжений от скорости деформации* для поликристаллического льда типа A4 показаны на фиг. 16 (кривые 1 и 3), причем кривая 1 построена для температуры приведения минус 3° С, а кривая 3 – для минус 20° С. Минимальная величина пороговых напряжений наблюдается при минимальной скорости деформации. Например, для льда типа A4 при минус 3° С  $\sigma^* = 0,71$  МПа при скорости деформации  $10^{-14} \text{ с}^{-1}$ , а максимальная – при динамическом нагружении.

*Области деформирования.* Совместное рассмотрение зависимостей пороговых и максимальных напряжений от скорости деформации (фиг. 16) позволяет определить условия, при которых лед проявляет преимущественно вязкие, упругие или пластические свойства.

*Ниже пороговых напряжений* реализуется вязкое течение льда, при этом базисные плоскости ориентируются в направлении максимальной деформации. На макроуровне эти изменения проявляются в анизотропии механических свойств. Лед остается сплошным телом.

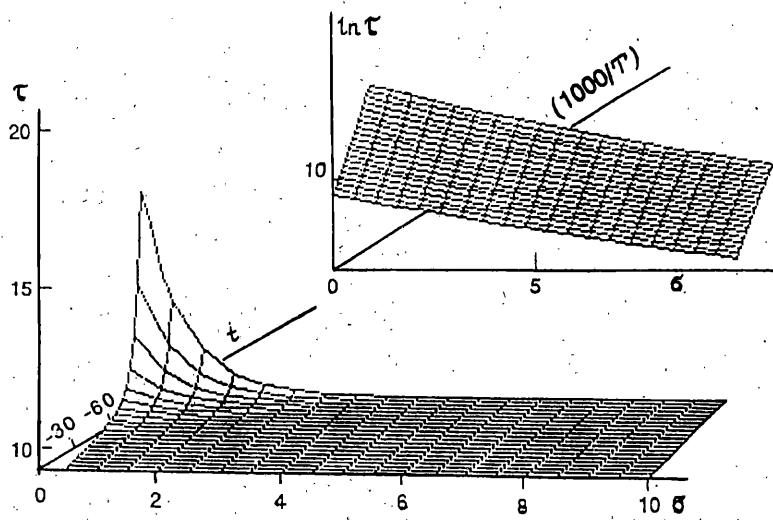
*Область напряженного состояния*, заключенная между кривыми (2) и (3) фиг. 16, определяется как дилатанская. Пластическое деформирование сопровождается трещинообразованием. Лед не теряет несущей способности.

*Линия максимальных напряжений* характеризует неустойчивое состояние льда. Точка пересечения линий 2 и 3 соответствует критической скорости деформирования  $\dot{\epsilon}_{\max}$ , при которой лед разрушается хрупко.

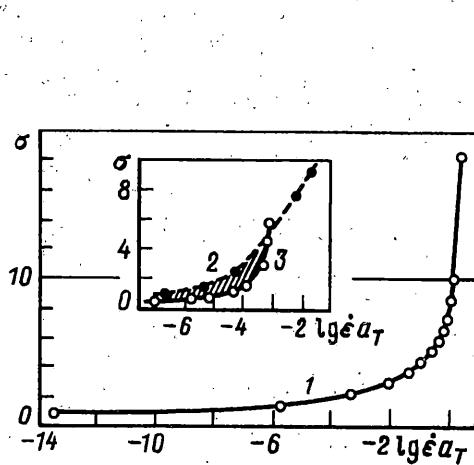
Определение областей деформирования для льда заданной структуры может оказаться необходимым при решении прикладных задач гляциологии.

От структуры льда зависит, насколько быстро произойдет перераспределение напряжений при заданных условиях деформирования. Время релаксации однозначно характеризует деформационный процесс, но зависит от температуры, скорости деформирования и напряжения, поэтому оно не является материальной константой.

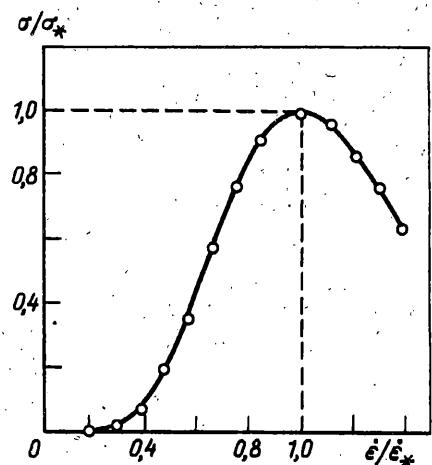
Для одинаковых условий деформирования (например, при минус 6° С и напряжении 3,4 МПа) время релаксации для льда A9 составляет  $1,04 \cdot 10^3$  с, а для льда типа A4 –  $1,67 \cdot 10^3$  с. Коэффициенты при напряжении для этих структур льда различаются



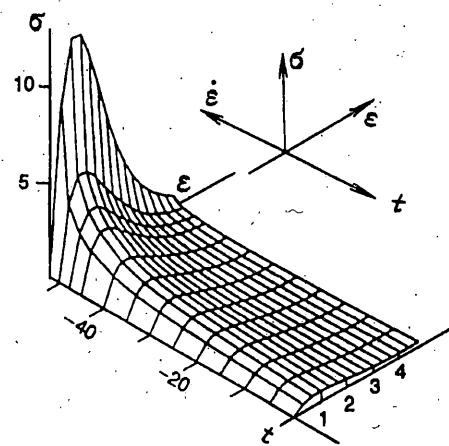
Фиг. 15



Фиг. 16



Фиг. 17



Фиг. 18

почти в три раза (табл. 3). Соответственно с ростом напряжений различия механических свойств увеличиваются. Из рассмотренного примера следует, что уровень локальных перенапряжений в мелкокристаллическом льде A9 ниже, чём в крупнокристаллическом A4.

**4. Обобщенная реологическая зависимость.** На фиг. 17 показана зависимость приведенного напряжения от приведенной скорости деформации для морского льда типа B9 при температуре минус 20,3° С и скорости деформации  $3 \cdot 10^{-5}$  с<sup>-1</sup>. Экспериментальные данные обозначены светлыми точками. Расчет выполнялся по соотношению

$$\frac{\sigma}{\sigma_*} = \exp\left(-\frac{1}{m_s}\right) f\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_*}\right) \quad (4.1)$$

$$f(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_*) = \dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_* - \ln \dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_* - 1$$

где  $m_s$  – коэффициент.

Из сопоставления расчетных и экспериментальных результатов видно, что наилучшее совпадение с экспериментом наблюдается в интервале напряжений 0,2...1,1 при значении  $m_s = 0,15$ . Для критической области расчетное соотношение (4.1) хотя и правильно передает тенденцию величины  $\sigma/\sigma_*$  к уменьшению, однако совпадение с экспериментом достигается при другом значении коэффициента  $m_s$ .

Залишем соотношение (4.1) в виде

$$\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_*} = k \left( \frac{\sigma}{\sigma_*} \right)^{m_s}, \quad k = \exp \left[ \frac{1}{m_s} (\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_* - 1) \right] \quad (m_s = 0, \dots, 1) \quad (4.2)$$

что аналогично известному соотношению Глена  $\varepsilon = K\sigma^m$  при условии, что  $\dot{\varepsilon} \equiv \dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_*$  и  $\sigma \equiv \sigma / \sigma_*$ .

Соотношение (4.2) получено в результате исследования процессов в деформируемом льде, входящие в него коэффициенты зависят от структуры льда и условий нагружения и могут быть определены в результате стандартных испытаний.

Согласно принципу температурно-временной аналогии в соотношении (4.2) максимальные напряжения  $\sigma_*$  и соответствующие им скорости деформации  $\dot{\varepsilon}_*$  для льда определенной структуры заменяются на приведенные величины

$$\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{*p}} = \exp \left[ -\frac{1}{m_s} \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_{*p}} - 1 \right) \left( \frac{\sigma}{\sigma_{*p}} \right)^{m_s} \right] \quad (4.3)$$

$$\sigma_{*p} = \frac{\sigma_* T p}{T_0 p_0}, \quad \dot{\varepsilon}_{*p} = \dot{\varepsilon}_p a_T = \dot{\varepsilon}_* \frac{[\tau_0]_{T_i}}{[\tau_0]_{T_0}}$$

где  $m_s$  – коэффициент, характеризующий структуру льда и не зависящий от температуры.

На фиг. 18 показана зависимость напряжений от деформаций и скоростей деформаций для морского льда верхнего горизонта. Температура приведения минус 20,3° С. Скорость деформации изменяется от  $10^{-14}$  до  $10^{-1}$  с<sup>-1</sup>, максимальные напряжения изменяются соответственно от 12 МПа до 0,4 МПа. Поскольку увеличение скорости деформации в соответствии с принципом температурно-временной аналогии тождественно уменьшению температуры, то вместо скоростей деформации можно нанести шкалу температур от минус 1° до минус 55° С.

Построение поверхностей  $\sigma_*(\varepsilon, \dot{\varepsilon} \equiv T)$  открывает возможность создания и оперативного использования банка данных по механическим характеристикам льда в широком интервале температур и скоростей деформаций для конкретного региона.

Исследования, описанные в этой статье, стали возможны, в частности, благодаря гранту № N79000/79300 от МНФ и Российского Правительства.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Steinemann S. Results of preliminary experiments on the plasticity of ice crystals // J. Glaciol. 1954. V. 2. No. 16. P. 404–412.
2. Glen J.W. The mechanical properties of ice. I The plastic properties of ice. Adv. Phys. 1958. V. 7. No. 26. P. 254–265.
3. Войтковский К.Ф. Механические свойства льда. М.: Изд-во АН СССР, 1960. 100 с.
4. Еніфанов В.П. Механика деформируемого льда. Итоги науки и техники. Гляциология. Т. 8. М.: ВИНИТИ, 1991. 200 с.
5. Еніфанов В.П. Разрушение поликристаллического льда // Докл. АН СССР. 1982. 267. № 6. С. 1364–1367.
6. Карстенс Т. Структура и физико-механические свойства льда // Лед и его воздействие на гидротехническое сооружение (доп. материалы) : МАГИ Симпозиум. Л., ВНИИГ. 1973. С. 48–77.
7. Глушко В.Т., Виноградов В.В. Разрушение горных пород и прогнозирование проявлений горного давления. М.: Недра, 1982. 192 с.
8. Gold L.W. The process of failure of columnar – grained ice // Phil. Mag. 1972. V. 26. No. 2. P. 311–328.
9. Goodman D., Frost H.I. Ashby M.F. The plasticity of polycrystalline ice // Phil. Mag. Ser. A. 1981. V. 43. No. 3. P. 665–695.
10. Карташkin Б.Д. Экспериментальные исследования физико-механических свойств льда. М.: Изд-во Бюро новой техники, 1947. 43 с.
11. Cole D.M., Gould L.D. Reversed direct – stress testing of ice: Equipment and example resuple results // Cold Regions Science and Technology. 1990. V. 18. No 3. P. 295–302.
12. Зарецкий Ю.К., Чумичев Б.Д. Кратковременная ползучесть льда. Новосибирск: Наука, 1982. 119 с.
13. Богословский В.В., Гаврило В.П., Григорьев В.С., Гусев А.В. О некоторых механизмах звукообразования при разрушении образцов льда в жидкости // Акуст. ж. 1969. 15. Вып. 2. С. 184–188.
14. Болотин Ю.И., Маслов Л.А., Полунин В.И. Установление корреляции между размером трещины и амплитудой импульсов акустической эмиссии // Дефектоскопия. 1975. № 4. С. 119–122.
15. Sinha N.K. Grain boundary sliding in polycrystalline materials // Phil. Mag. Ser. A. 1979. V. 40. No. 6. Pt. 1. P. 825–842.
16. Лавров В.В. Деформация и прочность льда. Л.: Гидрометеоиздат, 1969. 208 с.
17. Вялов С.С. Реологические основы механики грунтов // Реология грунтов и инженерное мерзлотоведение. М.: Наука, 1982. С. 5–21.
18. Уикс У.Ф., Ассур А. Разрушение озерного и морского льда // Разрушение. Мир, 1976. Т. 7. Ч. 1. С. 513–623.
19. Ketcham W.M., Hobbs P.V. An experimental determination of the surface energies of ice // Phil. Mg. Ser. 8. 1969. V. 19. No. 162. P. 1161–1173.
20. Rice J.R. On the stability of dilatant hardening for saturated rock masses // J. Geophys. Res. 1975. V. 80. No. 11. P. 1531–1536.
21. Картер Д.С. Хрупкое разрушение поликристаллического льда при сжатии // Тр. симп. МАГИ: Лед и его воздействие на гидротехнические сооружения. Л.: ВНИИГ, 1972. С. 69–79.
22. Schulson E.M. The brittle compressive fracture of ice // Acta metall. mater. 1990. V. 38. No. 10. P. 1963–1976.
23. Михайлов И.Г., Соловьев В.А., Сырников Ю.П. Основы молекулярной акустики. М.: Наука, 1964. 514 с.
24. Николаевский В.Н. Дилатансия и теория очага землетрясения // Успехи механики. 1980. Т. 3. № 1. С. 71–101.
25. Френкель Я.И., Образцов Ю.Н. Феноменологическая теория механических свойств аморфных тел и распространение колебаний в них // ЖТЭФ. 1939. Т. 9. Вып. 9. С. 1081–1093.
26. Zener C. Elasticity and Anelasticity of Metals. Chicago: Univ. Press, 1948. 170 p.
27. Богословский В.В., Гаврило В.П. Лед. Физические свойства. Современные методы гляциологии. Л.: Гидрометеоиздат, 1980, 384 с.
28. Малкин А.Я., Аскадский А.А., Коврига В.В. Методы измерения механических свойств полимеров. М.: Химия, 1978. 330 с.
29. Реннелс Л.К. Явление диффузии и релаксации во льду // Физика льда: Обзор докл. Междунар. симпоз. по физике льда. Мюнхен, 1968. Л.: Гидрометеоиздат, 1973. С. 124–127.
30. Auty R.P., Cole R.H. Dielectric properties of ice and solid D<sub>2</sub>O // J. Chem Phys. 1952. V. 20. No. 5. P. 1309–1314.

Москва

Поступила в редакцию  
27.XII.1994