

УДК 533.6.013.42

© 1996 г. Ю.В. ПЕТРОВ

СИНТЕЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АЭРОУПРУГОСТИ САМОЛЕТА С УЧЕТОМ ПОДВИЖНОСТИ ТОПЛИВА В БАКАХ

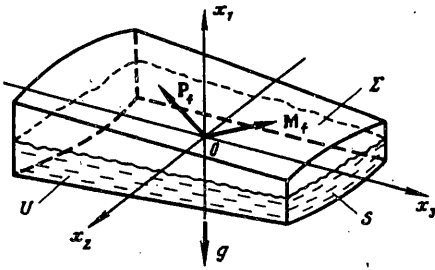
Подвижность топлива, размещенного в баках-отсеках крыла крупногабаритного самолета, оказывает существенное влияние на его аэроупругие и прочностные характеристики. Предлагается методика формирования математической модели аэрогидроупругости (ММА) самолета, построенная на базе современных численных методов линейной аэродинамики [1], гидродинамики жидкости в частично заполненных полостях [2–4] и теории упругости. Аэродинамические характеристики вычисляются с помощью интегральных представлений через соответствующие переходные функции, учитывающие нестационарные эффекты обтекания. Обосновывается возможность использования упругоподвешенных топливных баков [5] для динамического гашения аэроупругих колебаний самолета. Синтез составных частей модели осуществляется посредством метода заданных форм [6], в качестве которых используются предварительно рассчитанные собственные формы колебаний базовой модели самолета в пустоте. Возможности данной методики иллюстрируются на примере расчета аэроупругих и прочностных характеристик крупногабаритного транспортного самолета.

1. Базовая модель самолета. С точки зрения моделирования аэроупругих явлений крупногабаритный неманевренный самолет может быть условно расчленен на две составные части: планер и грузы. Наиболее статичной (неизменной) частью является планер, что позволяет рассматривать его как базовую конструкцию самолета низшего иерархического уровня. Установленные на борту самолета грузы различаются по функциональному назначению, размещению, способу крепления и внутренним свойствам. В зависимости от цели расчета структура базовой конструкции может расширяться путем учета встроенных грузов (шасси, двигателей на пилонах, оборудования, агрегатов систем), а также базового варианта загрузки и заправки. Очевидно, что каждой базовой конструкции соответствует своя базовая математическая модель аэроупругости, включающая модули упругости, аэродинамики и динамики полета.

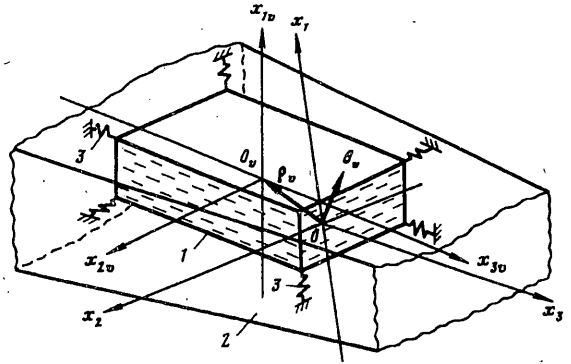
Основные агрегаты планера неманевренного самолета (крыло, фюзеляж, оперение) представляют собой удлиненные тонкостенные подкрепленные оболочки, для которых во многих случаях выполняются допущения классической теории балок. Это позволяет в качестве базовой упругой модели самолета рассматривать балочную модель, когда летательный аппарат схематизируется совокупностью связанных между собой упругих балок. Многочисленные теоретические и экспериментальные исследования показывают, что балочная упругая модель крупногабаритного неманевренного самолета позволяет с достаточной для практики точностью определять интегральные аэроупругие и прочностные характеристики.

Так как нерегулярная конструкция самолета представляется дискретной структурой, то для решения задач аэроупругости ограничиваются приближенными численными методами. В данной работе, в частности, используется метод заданных форм [6], в соответствии с которым деформации конструкции при возмущенном движении находятся в виде разложения в ряд по известным координатным векторным функциям (формам). В качестве заданных форм рассматриваются формы собственных колебаний базовой конструкции самолета в пустоте, которые являются базовыми. Тогда в соответствии с [6] имеем

$$\rho = \sum_{n=1}^{N_c} f_n q_n, \quad \theta = \sum_{n=1}^{N_c} \varphi_n q_n \quad (1.1)$$



Фиг. 1



Фиг. 2

где ρ, θ – векторы линейных и угловых смещений связанной с произвольной точкой конструкции самолета системы координат; f_n, φ_n – векторные функции линейных и угловых базовых форм колебаний конструкции в пустоте по n -тону; q_n – обобщенная координата; N_c – число учитываемых тонов колебаний базовой конструкции, включая линейные и угловые смещения самолета как твердого тела.

Силы, действующие на базовую конструкцию от набегающего потока, силы реакции опор и динамического взаимодействия с грузами рассматриваются как внешние. В этом случае уравнения возмущенного движения самолета можно записать в виде (T -транспонирование):

$$\|M_c\|\{\ddot{q}_c\} + \|D_c\|\{\dot{q}_c\} + \|B_c\|\{q_c\} = \|Q\| \quad (1.2)$$

$$\{q_c\} = \|q_1 \dots q_n \dots q_{N_c}\|^T$$

где $\|M_c\|, \|D_c\|, \|B_c\|$ – соответственно, матрицы обобщенных масс, конструкционного демпфирования и жесткости; $\|Q\|$ – матрица обобщенных внешних сил, действующих на конструкцию.

Базовой упругой модели соответствует базовая аэродинамическая модель, позволяющая определять аэродинамические нагрузки, действующие на самолет при возмущенном движении. В данном случае используется метод интегрального представления аэродинамических характеристик через соответствующие переходные функции, учитывающие нестационарные эффекты обтекания [1]. При этом базовая конструкция самолета аппроксимируется совокупностью вертикальных и горизонтальных тонких несущих поверхностей, моделируемых семейством присоединенных и свободных вихрей, расположенных на этих поверхностях и их продолжениях. В рамках линейной теории нестационарную аэродинамическую задачу удается свести к ряду частных, формально независимых ϵ_j -задач, где $\epsilon_j(t) \in (q_n, \dot{q}_n, \delta_p, \delta_r, \Delta)$ – кинематические параметры, характеризующие возмущенное движение упругого самолета; $\delta_p(t), \Delta(t)$ – соответственно, углы отклонения рулевых поверхностей и скорости порывов. Тогда обобщенные аэродинамические силы для n -тона могут быть определены следующим образом

$$Q_n^A = \sum_j \left[P_n^{\epsilon_j} \epsilon_j(t) + \int_0^t I_n^{\epsilon_j}(t_1) \dot{\epsilon}_j(t-t_1) dt_1 \right] \quad (n = \overline{1, N_c}) \quad (1.3)$$

где $P_n^{\epsilon_j}, I_n^{\epsilon_j}$ – соответственно, коэффициенты аэродинамических производных и нестационарные части переходных функций по кинематическим параметрам, рассчитанные при решении ϵ_j -задач. Необходимо учесть, что для определения аэродинами-

ческих характеристик должны быть заданы собственные формы колебаний базовой конструкции в пустоте.

2. Учет подвижности топлива во встроенных баках. Топливо на борту крупногабаритного самолета размещается во встроенных баках-отсеках крыла, образованных стенками соседних лонжеронов и нервюр, а также верхней и нижней панелями. Введем связанную с баком систему координат $Ox_1x_2x_3$ (фиг. 1), ось x_1 которой в исходном состоянии коллинеарна вектору \mathbf{g} ускорения свободного падения и проходит через центр тяжести свободной поверхности, ось x_3 совпадает с осью жесткости недеформированного крыла, а ось x_2 образует с осями x_1 и x_3 правую систему координат. Габаритные размеры бака малы по сравнению с характерными размерами крыла. Это позволяет задачу учета подвижности топлива во встроенных баках решать поэтапно [11]: при расчете частот и форм колебаний базовой конструкции топливо, размещенное в частично заполненных баках, не учитывают, а при определении главного вектора \mathbf{P}_f и главного момента \mathbf{M}_f гидродинамических сил взаимодействия подвижного топлива с конструкцией рассматривается невесомый бак с абсолютно жесткими стенками, который условно закреплен на крыле в точке O . Таким образом, уравнения возмущенного движения самолета с подвижным топливом могут быть получены, если в правую часть системы уравнений (1.2) добавить обобщенные силы гидродинамического взаимодействия и дополнить эту систему уравнениями волнового движения топлива в баках. Обозначим смоченную поверхность бака, свободную поверхность топлива и область, занятую топливом, S, Σ, U , соответственно. Данные характеристики отнесены к невозмущенному движению. При определении гидродинамических параметров используются следующие допущения: топливо – однородная и несжимаемая жидкость; поле массовых сил потенциальное и стационарное; топливо движется под действием массовых сил при кинематическом возбуждении, обусловленном возмущенным движением самолета; начальное движение жидкости безвихревое; свободный объем бака заполнен газом при постоянном давлении. Сформулированные допущения позволяют отнести граничные условия на стенках бака к невозмущенной смоченной поверхности S , а условия на возмущенной свободной поверхности к невозмущенной поверхности Σ , совпадающей с плоскостью перпендикулярной оси x_1 . Для описания кинематической картины движения вводится потенциал смещения частиц жидкости χ , для которого формулируются граничные условия: на смоченной поверхности S имеет место условие непроницаемости стенок бака; на свободной поверхности выполняется кинематическое условие, вытекающее из определения Σ как границы раздела сред, и динамическое условие постоянства давления на этой границе. Последние условия отнесены к невозмущенной свободной поверхности. В общем случае потенциал смещений χ представляет собой сумму потенциала смещений при квазиустановившемся движении бака χ_y , когда волны на поверхности не образуются, и потенциала смещений при волновом движении χ_v :

$$\chi = \chi_y + \chi_v, \quad \chi_y = (\rho_0, \Phi) + (\theta_0, \Psi), \quad \chi_v = \sum_{m=1}^{N_f} \varphi_{fm} q_{fm} \quad (2.1)$$

$$\Phi[\Phi_1(x_1, x_2, x_3), \Phi_2(x_1, x_2, x_3), \Phi_3(x_1, x_2, x_3)],$$

$$\Psi[\Psi_1(x_1, x_2, x_3), \Psi_2(x_1, x_2, x_3), \Psi_3(x_1, x_2, x_3)]$$

где ρ_0, θ_0 – векторы линейных и угловых смещений, связанной с точкой O системы координат; Φ, Ψ – гармонические векторные функции, компоненты которых являются потенциалами смещений частиц жидкости при квазиустановившихся линейных и угловых смещениях бака; $\varphi_{fm}(x_1, x_2, x_3)$ – нормированная форма m -тона волновых движений топлива в неподвижном баке соответствующей формы и размера; $q_{fm}(t)$ – обобщенная координата m -тона волнового движения; N_f – число учитываемых тонов коле-

баний топлива. Функции Φ_{fm} ортогональны на поверхности Σ и существуют известные аналитические решения краевой задачи для всех составляющих потенциала смещений (Φ, Ψ, Φ_{fm}) , если бак имеет простую геометрическую форму, в частности, форму прямоугольного параллелепипеда.

При заданных геометрических размерах бака-отсека и известной массе топлива в нем (m_f) можно получить выражение для главного вектора и главного момента сил гидродинамического взаимодействия (2.2) и уравнения волнового движения свободной поверхности (2.3) [2], которые запишем в матричном виде

$$\{P_f\} = - \|m_f\| \{\ddot{\rho}_0\} - \|I_1\| \{\ddot{\theta}_0\} - \|\lambda_f\| \{\ddot{q}_f\} \quad (2.2)$$

$$\{M_f\} = - \|I_2\| \{\ddot{\rho}_0\} - \|I_3\| \{\ddot{\theta}_0\} + g \|I_4\| \{\theta_0\} - \|\lambda_f\| \{\ddot{q}_f\}$$

$$\{P_f\} = \|P_{f1}, P_{f2}, P_{f3}\|^T, \quad \{M_f\} = \|M_{f1}, M_{f2}, M_{f3}\|^T$$

$$\{\rho_0\} = \|\rho_{01}, \rho_{02}, \rho_{03}\|^T, \quad \{\theta_0\} = \|\theta_{01}, \theta_{02}, \theta_{03}\|^T$$

$$\{q_f\} = \|q_f \dots q_{fm} \dots q_{Nf}\|^T$$

$$\|I_1\| = \begin{vmatrix} 0 & S_{03} & -S_{02} \\ -S_{03} & -\bar{J}_{23} & (S_{01} + \bar{J}_3) \\ S_{02} & -(S_{01} + \bar{J}_2) & \bar{J}_{32} \end{vmatrix}, \quad \|I_3\| = \begin{vmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{vmatrix}$$

$$\|I_4\| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & (S_{01} + \bar{J}_2) & -\bar{J}_{23} \\ 0 & -\bar{J}_{32} & (S_{01} + \bar{J}_3) \end{vmatrix}, \quad \|I_2\| = \|I_1\|^T$$

$$\|\lambda_f\| = \begin{vmatrix} 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \lambda_{12} & \dots & \lambda_{m2} & \dots & \lambda_{Nf2} \\ \lambda_{13} & \dots & \lambda_{m3} & \dots & \lambda_{Nf3} \end{vmatrix}, \quad \|\lambda_{of}\| = \begin{vmatrix} \lambda_{o11} & \dots & \lambda_{om1} & \dots & \lambda_{oNf1} \\ \lambda_{o12} & \dots & \lambda_{om2} & \dots & \lambda_{oNf2} \\ \lambda_{o13} & \dots & \lambda_{om3} & \dots & \lambda_{oNf3} \end{vmatrix}$$

$$\|m_f\| = \text{diag} \|m_f, m_f, m_f\|, \quad S_{0j} = m_f x_{fj}$$

$$\bar{J}_2 = \rho_f \int_{\Sigma} x_3^2 d\sigma, \quad \bar{J}_3 = \rho_f \int_{\Sigma} x_2^2 d\sigma, \quad \bar{J}_{23} = \bar{J}_{32} = \rho_f \int_{\Sigma} x_2 x_3 d\sigma$$

$$J_{jk} = \rho_f \int_{S+\Sigma} \frac{\partial \Psi_j}{\partial n} \Psi_k dS, \quad \lambda_{mi} = \rho_f \int_{\Sigma} \Phi_i \xi_{fm} d\sigma, \quad d\sigma = dx_2 dx_3$$

$$\lambda_{omj} = \rho_f \int_{\Sigma} \Psi_j \xi_{fm} d\sigma, \quad \xi_{fm}(x_2, x_3) = \frac{\partial \Phi_{fm}}{\partial x_1} \Big|_{\Sigma}$$

$$\mu_{fm} (\ddot{q}_{fm} + \beta_{fm} \dot{q}_{fm} + \omega_{fm}^2 q_{fm}) + \{\lambda_{fm}\}^T \{\ddot{\rho}_0\} + \{\lambda_{ofm}\}^T \{\ddot{\theta}_0\} = 0 \quad (2.3)$$

$$\mu_{fm} = \frac{g \rho_f}{\omega_{fm}^2} \int_{\Sigma} \xi_{fm}^2 d\sigma, \quad \{\lambda_{fm}\} = \|0, \lambda_{m2}, \lambda_{m3}\|^T, \quad \{\lambda_{ofm}\} = \|\lambda_{om1}, \lambda_{om2}, \lambda_{om3}\|^T$$

где P_{fj}, M_{fj} ($j = \overline{1,3}$) – проекции главного вектора и главного момента гидродинамических сил на оси связанной с баком системы координат; ρ_{0j}, θ_{0j} ($j = \overline{1,3}$) – проекции векторов ρ_0 и θ_0 на оси системы координат $Ox_1 x_2 x_3$; ρ_f – плотность топлива; x_{fj} – координаты центра масс условно затвердевшего в исходном состоянии топлива в связанной с баком системе координат; n – орт внешней нормали к поверхности S ; λ_{mi} ,

λ_{omj} , μ_{fm} – присоединенные массы топлива; J_{jk} – моменты инерции присоединенной массы топлива при вращении бака с исчезающе малым угловым ускорением; β_{fm} , ω_{fm} – соответственно, парциальные коэффициент демпфирования и собственная частота волновых колебаний по m -тону.

Если учесть формулы (1.1), то проекции векторов ρ_0 и θ_0 можно определить следующим образом

$$\rho_{0j} = \sum_{n=1}^{N_c} f_{0nj} q_n, \quad \theta_{0j} = \sum_{n=1}^{N_c} \varphi_{0nj} q_n, \quad (j = \overline{1,3}) \quad (2.4)$$

где f_{0n} , φ_{0n} – соответственно, линейные и угловые базовые формы колебаний конструкции в связанной с точкой O системе координат по n -тону.

Выражения (2.4) удобно представить в матричной форме

$$\{\rho_0\} = \|f_0\| \{q_c\}, \quad \{\theta_0\} = \|\varphi_0\| \{q_c\} \quad (2.5)$$

Для определения вектора обобщенных сил $\{Q_f\}$, обусловленных подвижностью топлива в баке, вычислим элементарную работу гидродинамических сил на виртуальных перемещениях системы

$$\delta A_f = \{\delta\rho_0\}^T \{P_f\} + \{\delta\theta_0\}^T \{M_f\} \quad (2.6)$$

$$\{\delta\rho_0\} = \|f_0\| \{\delta q_c\}, \quad \{\delta\theta_0\} = \|\varphi_0\| \{\delta q_c\}$$

Подставив выражения (2.2) в (2.6) и учитывая (2.5), получим

$$\begin{aligned} \delta A_f = & -\{\delta q_c\}^T \|f_0\|^T \|m_f\| \|f_0\| \{\ddot{q}_c\} - \{\delta q_c\}^T \|f_0\|^T \|I_1\| \|\varphi_0\| \{\ddot{q}_c\} - \\ & -\{\delta q_c\}^T \|f_0\|^T \|\lambda_f\| \{\ddot{q}_f\} - \|\delta q_c\|^T \|\varphi_0\|^T \|I_2\| \|f_0\| \{\ddot{q}_c\} - \\ & -\{\delta q_c\}^T \|\varphi_0\|^T \|I_3\| \|\varphi_0\| \{\ddot{q}_c\} + g \{\delta q_c\}^T \|\varphi_0\|^T \|I_4\| \|\varphi_0\| \{q_c\} - \\ & -\{\delta q_c\}^T \|\varphi_0\|^T \|\lambda_{of}\| \{\ddot{q}_f\} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Тогда

$$Q_{fn} = \delta A_f / \delta q_n, \quad \{Q_f\} = \|Q_{f1} \dots Q_{fN_c}\|^T \quad (n = \overline{1, N_c}). \quad (2.8)$$

Выражение для вектора обобщенных гидродинамических сил может быть получено после подстановки в (2.8) формулы (2.7). Запишем это выражение в компактной матричной форме

$$\{Q_f\} = -\|M_{fc}\| \{\ddot{q}_c\} + \|B_{fc}\| \{q_c\} - \|\lambda_c\| \{\ddot{q}_f\} \quad (2.9)$$

$$\|M_{fc}\| = \|F_0\|^T \|M_f^0\| \|F_0\|, \quad \|B_{fc}\| = g \|F_0\|^T \|B_f^0\| \|F_0\|$$

$$\|\lambda_c\| = \|F_0\|^T \|\lambda^0\|, \quad \|F_0\| = \| [f_0] [\varphi_0] \|^T$$

$$\|M_f^0\| = \begin{Bmatrix} [m_f] & [I_1] \\ [I_2] & [I_3] \end{Bmatrix}, \quad \|B_f^0\| = \begin{Bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & [I_4] \end{Bmatrix}, \quad \|\lambda^0\| = \begin{Bmatrix} [\lambda_f] \\ [\lambda_{of}] \end{Bmatrix}$$

Подставим выражение (2.9) в правую часть системы (1.2) и дополним ее уравнениями волнового движения топлива в баке (2.3). В итоге получим уравнения возмущенного движения самолета с подвижным топливом в баках

$$\begin{Bmatrix} [M_c] + [\overline{M}_{fc}] & [\overline{\lambda}_f] \\ [\overline{\lambda}_f]^T & [\overline{M}_f] \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_c \\ \ddot{q}_f \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} [D_c] & [0] \\ [0] & [\overline{D}_f] \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_c \\ \dot{q}_f \end{Bmatrix} +$$

$$+ \begin{vmatrix} [B_c] + [\bar{B}_{fc}] & [0] \\ [0] & [\bar{B}_f] \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} \{q_c\} \\ \{\bar{q}_f\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} [Q^A] \\ [0] \end{Bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\|\bar{M}_{fc}\| = \sum_{k=1}^{N_c} \|M_{fc}\|_k, \quad \|\bar{B}_{fc}\| = \sum_{k=1}^{N_c} \|B_{fc}\|_k$$

$$\|\bar{\lambda}_f\| = \|[\lambda_c]_1 \dots [\lambda_c]_k \dots [\lambda_c]_{N_c}\|, \quad \|\bar{M}_f\| = \text{diag} \| [M_f]_1 \dots [M_f]_k \dots [M_f]_{N_c} \|$$

$$\|\bar{D}_f\| = \text{diag} \| [D_f]_1 \dots [D_f]_k \dots [D_f]_{N_c} \|, \quad \|M_f\| = \text{diag} \| \mu_{f1} \dots \mu_{fm} \dots \mu_{fN_f} \|$$

$$\|\bar{B}_f\| = \text{diag} \| [B_f]_1 \dots [B_f]_k \dots [B_f]_{N_c} \|, \quad \|D_f\| = \|M_f\| \|\beta_f\|$$

$$\|B_f\| = \|M_f\| \|\omega_f^2\|, \quad \|\beta_f\| = \text{diag} \| \beta_{f1} \dots \beta_{fm} \dots \beta_{fN_f} \|$$

$$\|\omega_f^2\| = \text{diag} \| \omega_{f1}^2 \dots \omega_{fm}^2 \dots \omega_{fN_f}^2 \|$$

$$\|Q^A\| = \| [Q^A]_1 \dots [Q^A]_n \dots [Q^A]_{N_c} \| ^T, \quad \|\bar{q}_f\| = \| \{q_f\}_1^T \dots \{q_f\}_k^T \dots \{q_f\}_{N_c}^T \| ^T$$

$$(k = \overline{1, N_c}) \quad (n = \overline{1, N_c})$$

где N_c – число баков-отсеков, частично заполненных топливом.

Следует отметить, что выработка топлива из баков-отсеков крыла самолета осуществляется в определенной последовательности, задаваемой программой выработки топлива, и в общем случае отдельные баки могут быть полностью или частично заполнены топливом, а также опорожнены. Полностью заполненные топливом баки целесообразно учитывать на этапе формирования базовой модели, причем моменты инерции топлива в баке вычисляются с учетом его подвижности [9].

В ряде случаев при моделировании аэроупругих характеристик самолета топливо в баках считают условно затвердевшим. Уравнения возмущенного движения самолета с затвердевшим топливом можно получить из (2.10), если положить $\{\bar{q}_f\} = 0$. Кроме того, составляющей матрицы жесткости $\|\bar{B}_{fc}\|$, обусловленной изменением потенциальной энергии системы за счет возмущенного движения топлива в поле массовых сил, по сравнению с $\|B_c\|$ можно пренебречь. Тогда имеем

$$(\|M_c\| + \|\bar{M}_{fc}\|) \{\dot{q}_c\} + \|D_c\| \{\dot{q}_c\} + \|B_c\| \{q_c\} = \|Q^A\| \quad (2.11)$$

3. Упругоподвешенные топливные баки. Пусть отдельные баки-отсеки крыла самолета переоборудованы для размещения упругоподвешенных топливных баков (УТБ) [5]. Конструктивное исполнение таких баков может быть различным, однако практически во всех случаях их расчетная схема может быть приведена к некоторой эквивалентной системе, включающей оболочку 1 (фиг. 2), заполненную топливом и соединенную с конструкцией самолета 2 упругодиссипативными связями 3. Данные связи включают линейные упругие элементы и демпферы вязкого трения. УТБ по принципу функционирования являются динамическими гасителями колебаний [8] и предназначены для снижения интенсивности и повторяемости нагрузок, действующих на конструкцию самолета в эксплуатации. Эти баки целесообразно размещать в максимально удаленных от заделки расходных отсеках крыла, топливо из которых вырабатывается крайне редко, следовательно, считаем УТБ полностью заполненными топливом.

Как и ранее система координат $Ox_1x_2x_3$ связана с конструкцией самолета (фиг. 2). Введем также систему координат $O_{\vartheta}x_{1\vartheta}x_{2\vartheta}x_{3\vartheta}$, связанную с баком. В исходном состоянии рассматриваемые системы координат совпадают. При описании возмущенного движения системы базовая модель – УТБ будем пользоваться следующими

допущениями: оболочка бака абсолютно жесткая; локальной податливостью узлов крепления и конструкции крыла в точках крепления связей пренебрегаем; направление действия упругих и диссипативных сил совпадает с осью соответствующих недеформированных связей. Так как габаритные размеры УТБ малы по сравнению с размахом крыла, то будем считать, что его переносное движение вместе с крылом описывается вектором $\{u_0\} = \|\{\rho_0\}^T \{\theta_0\}^T\|^T$. Учитывая соотношения (2.5) и (2.9), можно записать $\{u_0\} = \|F_0\| \{q_c\}$.

Положение системы координат $O_\vartheta x_{1\vartheta} x_{2\vartheta} x_{3\vartheta}$ относительно $Ox_1 x_2 x_3$ при возмущенном движении бака задается векторами линейных $\rho_\vartheta = (\rho_{1\vartheta}, \rho_{2\vartheta}, \rho_{3\vartheta})$ и угловых $\theta_\vartheta = (\theta_{1\vartheta}, \theta_{2\vartheta}, \theta_{3\vartheta})$ смещений. Тогда можем записать

$$\{\Delta u_\vartheta\} = \|\rho_{1\vartheta}, \rho_{2\vartheta}, \rho_{3\vartheta}, \theta_{1\vartheta}, \theta_{2\vartheta}, \theta_{3\vartheta}\|^T = \|F_\vartheta\| \{q_\vartheta\} \quad (3.1)$$

где $\{\Delta u_\vartheta\}$ – вектор-столбец относительных смещений УТБ; $\|F_\vartheta\|$ – матрица форм; $\{q_\vartheta\}$ – вектор-столбец обобщенных координат, описывающих относительные смещения бака. При этом абсолютные смещения бака определяются следующим образом

$$\{u_\vartheta\} = \{u_0\} + \{\Delta u_\vartheta\} = \|F_0\| \{q_c\} + \|F_\vartheta\| \{q_\vartheta\} = \|\bar{F}\| \{q_{c\vartheta}\} \quad (3.2)$$

$$\|\bar{F}\| = \|\|F_0\| \|F_\vartheta\|\|, \quad \{q_{c\vartheta}\} = \|\{q_c\}^T \{q_\vartheta\}^T\|^T$$

Для вывода уравнений возмущенного движения самолета с УТБ воспользуемся уравнениями Лагранжа и вычислим приращения кинетической ΔT_ϑ , потенциальной $\Delta \Pi_\vartheta$ энергии и диссипативной функции $\Delta \Phi_\vartheta$:

$$\Delta T_\vartheta = 0,5 \{\dot{u}_\vartheta\}^T \|M_\vartheta\| \{\dot{u}_\vartheta\}, \quad \Delta \Pi_\vartheta = 0,5 \{\Delta u_\vartheta\}^T \|B_\vartheta\| \{\Delta u_\vartheta\} \quad (3.3)$$

$$\Delta \Phi_\vartheta = 0,5 \{\Delta \dot{u}_\vartheta\}^T \|D_\vartheta\| \{\Delta \dot{u}_\vartheta\}$$

где $\|M_\vartheta\|$, $\|B_\vartheta\|$, $\|D_\vartheta\|$ – соответственно, матрицы масс, жесткости и демпфирования для УТБ.

Учитывая (3.1) и (3.2), из (3.3) получим

$$\Delta T_\vartheta = 0,5 \{\dot{q}_{c\vartheta}\}^T \|\bar{F}\|^T \|M_\vartheta\| \|\bar{F}\| \{\dot{q}_{c\vartheta}\} \quad (3.4)$$

$$\Delta \Pi_\vartheta = 0,5 \{q_\vartheta\}^T \|F_\vartheta\|^T \|B_\vartheta\| \|F_\vartheta\| \{q_\vartheta\}$$

$$\Delta \Phi_\vartheta = 0,5 \{\dot{q}_\vartheta\}^T \|F_\vartheta\|^T \|D_\vartheta\| \|F_\vartheta\| \{\dot{q}_\vartheta\}$$

Если теперь подставить выражения (3.4) в уравнения Лагранжа и учесть (1.2) и (3.2), то получим искомое уравнение в матричном виде при установке N_y УТБ:

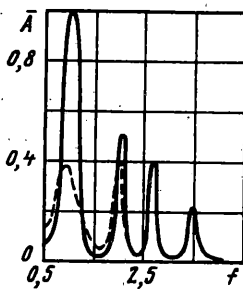
$$\begin{vmatrix} [M_c] + [\bar{M}_{c\vartheta}] & [\Delta \bar{M}_{c\vartheta}] \\ [\Delta \bar{M}_{c\vartheta}]^T & [\bar{M}_\vartheta] \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_c \\ \dot{\bar{q}}_\vartheta \end{Bmatrix} + \begin{vmatrix} [D_c] & [0] \\ [0] & [\bar{D}_\vartheta] \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_c \\ \dot{\bar{q}}_\vartheta \end{Bmatrix} + \quad (3.5)$$

$$+ \begin{vmatrix} [B_c] & [0] \\ [0] & [\bar{B}_\vartheta] \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} q_c \\ \bar{q}_\vartheta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} [Q^A] \\ [0] \end{Bmatrix}$$

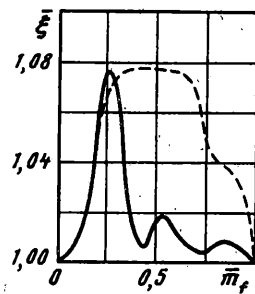
$$\|\bar{M}_{c\vartheta}\| = \sum_{s=1}^{N_y} \|F_0\|_s^T \|M_\vartheta\|_s \|F_0\|_s, \quad \{\bar{q}_\vartheta\} = \|\{q_\vartheta\}_1^T \dots \{q_\vartheta\}_s^T \dots \{q_\vartheta\}_{N_y}^T\|^T$$

$$\|\Delta \bar{M}_{c\vartheta}\| = \|\|F_0\|_1^T [M_\vartheta]_1 [F_\vartheta]_1 \dots [F_0]_s^T [M_\vartheta]_s [F_\vartheta]_s \dots [F_0]_{N_y}^T [M_\vartheta]_{N_y} [F_\vartheta]_{N_y}\|$$

$$\|\bar{D}_\vartheta\| = \text{diag} \|\|F_\vartheta\|_1^T [D_\vartheta]_1 [F_\vartheta]_1 \dots [F_\vartheta]_s^T [D_\vartheta]_s [F_\vartheta]_s \dots [F_\vartheta]_{N_y}^T [D_\vartheta]_{N_y} [F_\vartheta]_{N_y}\|$$



Фиг. 3



Фиг. 4

$$\|\bar{B}_\varnothing\| = \text{diag} \| [F_\varnothing]_f^T [B_\varnothing]_1 [F_\varnothing]_1 \dots [F_\varnothing]_s^T [B_\varnothing]_s [F_\varnothing]_s \dots [F_\varnothing]_{N_y}^T [B_\varnothing]_{N_y} [F_\varnothing]_{N_y} \| \quad (s = \overline{1, N_y})$$

При решении практических задач демпфирования аэроупругих колебаний крыла самолета целесообразно использовать симметричные оболочки и в качестве связанной с баком системы координат выбирать систему, оси которой являются главными центральными осями инерции. Кроме того, схема подвески бака обычно такова, что главные центральные оси инерции, демпфирования и жесткости [7] совпадают и матрицы $\|M_\varnothing\|$, $\|B_\varnothing\|$, $\|D_\varnothing\|$ будут диагональными. Следует отметить достаточно узкий частотный диапазон эффективной работы динамических гасителей [8]. Поэтому для каждого отдельно взятого УТБ определяется демпфируемый тон колебаний базовой конструкции и соответствующий ему частотный диапазон, а также конструктивно ограничиваются степени свободы относительных смещений. Так, например, для гашения вертикально-изгибных колебаний крыла используются УТБ, обладающие возможностью лишь вертикальных относительных смещений.

4. ММА самолета с подвижным топливом. Результаты расчетов. Используя матричные уравнения (2.10) и (3.5), сформируем систему уравнений возмущенного движения базовой конструкции самолета с N_* частично заполненными встроенными баками-отсеками и N_y упрягоподвешенными баками

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} [M_c] + [\bar{M}_{fc}] + [\bar{M}_{c\varnothing}] & [\bar{\lambda}_f] & [\Delta \bar{M}_{c\varnothing}] \\ [\bar{\lambda}_f]^T & [\bar{M}_f] & [0] \\ [\Delta \bar{M}_{c\varnothing}]^T & [0] & [\bar{M}_\varnothing] \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_c \\ \ddot{q}_f \\ \ddot{q}_\varnothing \end{Bmatrix} + \begin{vmatrix} [D_c] & [0] & [0] \\ [0] & [\bar{D}_f] & [0] \\ [0] & [0] & [\bar{D}_\varnothing] \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_c \\ \dot{q}_f \\ \dot{q}_\varnothing \end{Bmatrix} + \\ & + \begin{vmatrix} [B_c] + [\bar{B}_{fc}] & [0] & [0] \\ [0] & [\bar{B}_f] & [0] \\ [0] & [0] & [\bar{B}_\varnothing] \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} q_c \\ q_f \\ q_\varnothing \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} [Q^A] \\ [0] \\ [0] \end{Bmatrix} \quad (4.1) \end{aligned}$$

Полученная система уравнений (4.1) была использована для исследования влияния колебаний топлива на аэроупругие и прочностные характеристики самолетов типа Ил-76 и Ан-124 при различных режимах эксплуатации. Аэродинамические характеристики рассчитывались в соответствии с гипотезой квазистационарности [1]; учитывался основной тон волнового движения топлива в баках-отсеках. Моменты инерции баков, полностью заполненных топливом, определялись в соответствии с [9]. Для оценки усталостной повреждаемости элементов конструкции планера самолета использовалась гипотеза спектрального суммирования усталостных повреждений [10].

На фиг. 3 приведена нормированная амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) для концевой сечения крыла самолета Ил-76 при движении по аэродрому со скоростью $V_0 = 10$ м/с (f [Гц]). Сплошной линией показана АЧХ без упрягоподвешенных топливных баков, штриховой – при установке баков с относительной массой 1% от

суммарной массы конструкции крыла и топлива в нем. В данном случае упруго-подвешенные баки установлены на расстоянии 0,8 полуразмаха крыла от его заделки и являются динамическими гасителями, настроенными на первый вертикально-изгибный тон собственных симметричных колебаний крыла. На фиг. 4 приведена зависимость относительной усталостной повреждаемости ξ корневого сечения крыла самолета Ан-124 от уровня заправки топливом \bar{m}_f , где $\bar{\xi} = \xi_z / \xi_f$; $\bar{m}_f = m_f / m_{fm}$; ξ_f – усталостная повреждаемость с учетом подвижности топлива; ξ_z – повреждаемость при условно затвердевшем топливе; m_f – текущее значение массы топлива в баках; m_{fm} – масса топлива в баках при полной заправке. Сплошной линией изображена зависимость при исходной программе выработки топлива, штриховой – при модифицированной программе, когда сначала вырабатывается 20% топлива из баков третьей очереди, а затем – по стандартной программе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоцерковский С.М., Кочетков Ю.А., Красовский А.А., Новицкий В.В. Введение в аэроавтоупругость. М.: Наука, 1980. 383 с.
2. Микишев Г.Н., Рабинович Б.И. Динамика твердого тела с полостями, частично заполненными жидкостью. М.: Машиностроение, 1968. 532 с.
3. Луковский И.А., Барняк М.Я., Комаренко А.Н. Приближенные методы решения задач динамики ограниченного объема жидкости. Киев: Наук. думка, 1985. 228 с.
4. Колесников К.С., Сухов В.Н. Упругий летательный аппарат как объект автоматического управления. М.: Машиностроение, 1974. 267 с.
5. Бужинский В.А., Микишев Г.Н. О гашении упругих колебаний конструкции с жидкостью // Изв. АН СССР. МТТ. 1982. № 5. С. 143–151.
6. Белоцерковский А.С., Качанов Б.О., Кулифеев Ю.Б., Морозов В.И. Создание и применение математических моделей самолетов. М.: Наука, 1984. 143 с.
7. Ганиев Р.Ф., Кононенко В.О. Колебания твердых тел. М.: Наука, 1976. 431 с.
8. Корнев Б.Г., Резников Л.М. Динамические гасители колебаний. Теория и технические приложения. М.: Наука, 1988. 303 с.
9. Жуковский Н.Е. О движении твердого тела, имеющего полости, наполненные однородной капельной жидкостью // Избранные сочинения. Т. 1. М.; Л.: Гостехиздат, 1948. С. 31–153.
10. Райхер В.Л. Гипотеза спектрального суммирования и ее применение для определения усталостной долговечности при действии случайных нагрузок // Тр. ЦАГИ. 1969. Вып. 1134. 39 с.
11. Микишев Г.Н., Рабинович Б.И. Динамика тонкостенных конструкций с отсеками, содержащими жидкость. М.: Машиностроение, 1971. 563 с.

Москва

Поступила в редакцию
28.III.1995