

УДК 531.8

© 1996 г. **Н.Н. БОЛОТНИК, Г.В. КОСТИН, Ф.Л. ЧЕРНОУСЬКО**

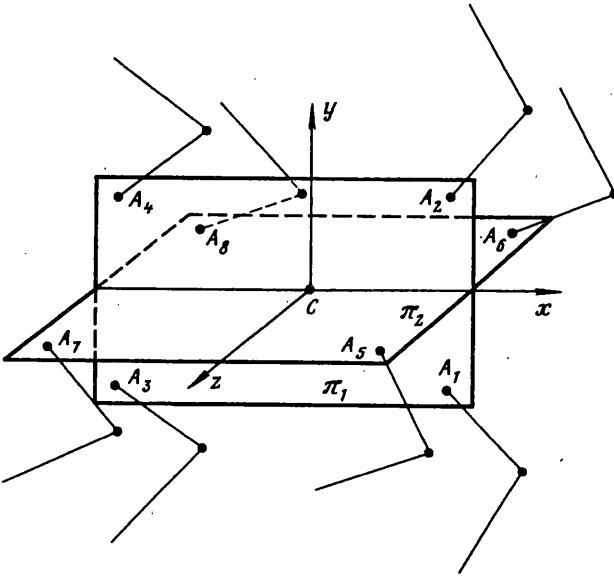
**МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ДВИЖЕНИЯ
ШАГАЮЩЕГО РОБОТА В ТРУБЕ**

Рассматривается восьминогий шагающий робот, предназначенный для перемещения и производства работ в трубах, например, для дефектоскопии трубопроводов и устранения обнаруженных неисправностей. Конструктивная схема робота предложена проф. Ф. Пфайффером (г. Мюнхен), под руководством которого в Мюнхенском техническом университете ведутся работы по созданию такого аппарата. Исследуется динамика регулярного движения робота в прямолинейной трубе, при котором корпус аппарата перемещается вдоль трубы с постоянной скоростью. Предложен класс походок и алгоритмы управления, реализующие такое движение. Сформулирована задача оптимизации параметров конструкции робота и его походки, максимизирующая скорость движения робота при наложенных ограничениях. Путем компьютерного моделирования исследована зависимость максимальной скорости робота от длины звеньев ног, длины шага и положения стоп опорных ног. Найден оптимальные параметры. Данная работа является продолжением исследований, начатых в [1].

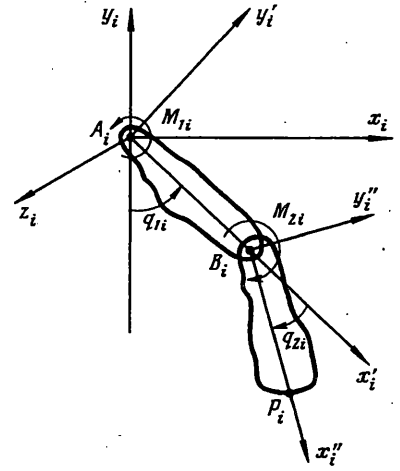
1. Конструкция робота и геометрические соотношения. Шагающий робот, предназначенный для перемещения в трубе, состоит из корпуса и восьми одинаковых ног, соединенных с корпусом посредством цилиндрических шарниров (фиг. 1). Оси четырех шарниров, соответствующих номерам 1–4, параллельны друг другу и перпендикулярны осям шарниров 5–8, которые также параллельны друг другу. Проведем через центр масс корпуса C взаимно ортогональные плоскости π_1 и π_2 таким образом, что оси шарниров 1–4 перпендикулярны плоскости π_1 , а оси шарниров 5–8 – плоскости π_2 . Обозначим через A_i ($i=1, \dots, 8$), точку пересечения оси i -го шарнира с соответствующей плоскостью. Линию пересечения плоскостей π_1 и π_2 , на которой лежит центр масс корпуса C , назовем осью робота. Предполагаем, что точки A_i , которые иногда будут отождествляться с соответствующими шарнирами, образуют в каждой из плоскостей π_1 и π_2 прямоугольники ($A_1A_2A_4A_3$ и $A_5A_6A_8A_7$), для которых ось робота является общей осью симметрии и которые переходят друг в друга при повороте корпуса робота вокруг его оси на угол $\pi/2$. Стороны A_1A_3 , A_2A_4 , A_5A_7 и A_6A_8 равны друг другу и параллельны оси робота.

Свяжем с корпусом робота, рассматриваемым как абсолютно твердое тело, прямоугольную систему координат $Sxyz$, начало которой находится в центре масс корпуса, ось x ориентирована вдоль оси робота в направлении к прямой A_1A_2 , ось y расположена в плоскости π_1 и направлена к прямой A_2A_4 , а ось z расположена в плоскости π_2 и направлена к прямой A_5A_7 . Кроме того, введем системы координат $A_ix_jz_i$ ($i=1, 2, \dots, 8$), начала которых лежат в точках A_i , оси x_i коллинеарны оси x , оси y_i лежат в плоскости π_1 (для $i=1, \dots, 4$) или π_2 (для $i=5, \dots, 8$) и направлены к оси робота, а оси z_i дополняют систему осей z_iy_i до правой ортогональной тройки. Системы $A_ix_jz_i$ понадобятся в дальнейшем для описания конфигураций ног и походки робота. Приведем матрицы перехода Γ_i от системы координат $Sxyz$ к системам координат $A_ix_jz_i$:

$$\Gamma_1 = \Gamma_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad \Gamma_2 = \Gamma_4 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} \quad (1.1)$$



Фиг. 1



Фиг. 2

$$\Gamma_5 = \Gamma_7 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Gamma_6 = \Gamma_8 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Обозначим через \mathbf{R}_i ($i=1, 2, \dots, 8$) радиус-вектор точки A_i относительно центра масс C корпуса робота ($\mathbf{R}_i = \vec{CA}_i$), через a и d — x - и y -координаты точки A_2 , а через b — x -координату точки A_3 . Будем считать, что корпус робота заключен в цилиндре радиуса d ($x^2 + y^2 \leq d^2$). Векторы \mathbf{R}_i имеют следующие координатные представления в системе $Cxyz$:

$$\mathbf{R}_1 = \begin{pmatrix} a \\ -d \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}_2 = \begin{pmatrix} a \\ d \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}_3 = \begin{pmatrix} b \\ -d \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}_4 = \begin{pmatrix} b \\ d \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

$$\mathbf{R}_5 = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ d \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}_6 = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ -d \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}_7 = \begin{pmatrix} b \\ 0 \\ d \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}_8 = \begin{pmatrix} b \\ 0 \\ -d \end{pmatrix}$$

Ноги робота представляют собой шарнирные двузвенники (фиг. 2). Первое звено i -й ноги соединено с корпусом робота посредством шарнира A_i , а второе звено связано с первым при помощи цилиндрического шарнира (коленного сустава) B_i , ось которого параллельна оси шарнира A_i . На конце второго звена расположена стопа P_i . В шарнирах A_i и B_i расположены приводы, создающие управляющие моменты M_{1i} и M_{2i} соответственно. Направления действия моментов M_{1i} и M_{2i} , принимаемые за положительные, показаны на фиг. 2 стрелками. В дальнейшем звенья ноги считаются абсолютно твердыми телами, а стопа — точкой, которая контактирует с поверхностью трубы, когда соответствующая нога находится в опорной фазе. Кроме того, предполагается, что центры масс C_{1i} и C_{2i} звеньев и стопа P_i расположены в плоскости

$A_i x_i y_i$, а оси шарниров A_i и B_i суть главные оси инерции первого и второго звеньев соответственно.

Свяжем со звеньями i -й ноги системы координат $A_i x'_i y'_i z'_i$ и $B_i x''_i y''_i z''_i$, как показано на фиг. 2. Оси x'_i, y'_i, x''_i, y''_i лежат в плоскости $A_i x_i y_i$, ось x'_i проходит через ось коленного шарнира, а ось x''_i — через стопу.

Матрицы U_{1i} и U_{2i} перехода от системы $A_i x_i y_i z_i$ к системам $A_i x'_i y'_i z'_i$ и $B_i x''_i y''_i z''_i$, соответственно, имеют вид

$$U_{1i} = \begin{vmatrix} \sin q_{1i} & -\cos q_{1i} & 0 \\ \cos q_{1i} & \sin q_{1i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (1.3)$$

$$U_{2i} = \begin{vmatrix} \sin(q_{1i} - q_{2i}) & -\cos(q_{1i} - q_{2i}) & 0 \\ \cos(q_{1i} - q_{2i}) & \sin(q_{1i} - q_{2i}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

где q_{1i} и q_{2i} — углы поворота звеньев i -й ноги, отсчитываемые, как показано на фиг. 2.

Введем следующие геометрические параметры ноги: $l_1 = |A_i B_i|$, $l_2 = |B_i P_i|$ — длины звеньев; a_1, b_1 — x'_i - и y'_i -координаты центра масс C_{1i} первого звена, a_2, b_2 — x''_i - и y''_i -координаты центра масс C_{2i} второго звена.

Конфигурация i -й ноги определяется двумя углами q_{1i} и q_{2i} . Координаты x_i и y_i стопы P_i в системе $A_i x_i y_i z_i$ связаны с q_{1i} и q_{2i} следующим образом:

$$x_i = l_1 \sin q_{1i} + l_2 \sin(q_{1i} - q_{2i}) \quad (1.4)$$

$$y_i = -l_1 \cos q_{1i} - l_2 \cos(q_{1i} - q_{2i})$$

При описании движения ноги часто удобно вместо углов в шарнирах задавать координаты ее стопы. Для определения конфигурации ноги по положению стопы выразим $\sin q_{1i}, \cos q_{1i}, \sin q_{2i}, \cos q_{2i}$ при помощи уравнений (1.4) (см. [1]):

$$\sin q_{1i} = \frac{x_i(x_i^2 + y_i^2 + l_1^2 - l_2^2) - \gamma_i y_i A}{2l_i(x_i^2 + y_i^2)} \quad (1.5)$$

$$\cos q_{1i} = -\frac{y_i(x_i^2 + y_i^2 + l_1^2 - l_2^2) + \gamma_i x_i A}{2l_i(x_i^2 + y_i^2)}$$

$$\sin q_{2i} = \frac{\gamma_i A}{2l_i l_2}, \quad \cos q_{2i} = \frac{x_i^2 + y_i^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_i l_2}$$

$$A = [2(l_1^2 + l_2^2)(x_i^2 + y_i^2) - (x_i^2 + y_i^2)^2 - (l_1^2 - l_2^2)^2]^{1/2}$$

Здесь γ_i — множитель, который может принимать значения ± 1 .

Отметим, что система уравнений (1.4) разрешима относительно углов в шарнирах ноги робота только при условии

$$|l_i - l_2| \leq (x_i^2 + y_i^2)^{1/2} \leq l_i + l_2 \quad (1.6)$$

Из (1.5) вытекает, что если $A \neq 0$, то каждому положению стопы отвечают два решения уравнений (1.4): одно из них соответствует $\gamma_i = 1$, а другое $\gamma_i = -1$. Это отражает очевидный геометрический факт: каждому допустимому положению стопы, не лежащему на границе области (1.6), отвечают две конфигурации ноги, симметричные относительно прямой, соединяющей шарнир A_i со стопой P_i . Если множитель γ_i задан, то конфигурация ноги определяется из уравнений (1.5) однозначно.

2. Регулярное движение в трубе. Уравнения динамики. Рассмотрим движения робота в цилиндрической трубе, при которых его ось совпадает с осью трубы, а корпус перемещается поступательно с постоянной скоростью u . Будем считать, что ось трубы наклонена под углом δ к горизонтальной плоскости, а робот повернут на угол α вокруг собственной оси. Более точно, углы β и α определяются следующим образом. Введем неподвижную (инерциальную) прямоугольную правую систему координат $OXYZ$ такую, что ось Y направлена вертикально вверх, а в плоскости OXY лежит ось трубы. Обозначим через δ угол между осью X и осью x системы координат S_{xyz} , связанной с корпусом робота, а через α – угол между вертикальной плоскостью OXY и осью y системы S_{xyz} . Матрица Γ_0 перехода от системы координат $OXYZ$ к системе координат S_{xyz} имеет вид

$$\Gamma_0 = \begin{pmatrix} \cos \delta & \sin \delta & 0 \\ -\cos \alpha \sin \delta & \cos \alpha \cos \delta & \sin \alpha \\ \sin \alpha \sin \delta & -\sin \alpha \cos \delta & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Системы координат S_{xyz} и $A_i x_i y_i z_i$, связанные с корпусом робота, инерциальны, так как корпус движется прямолинейно и равномерно.

Уравнения динамики робота можно разбить на две группы.

Уравнения первой группы описывают движение робота как целого и в векторной записи имеют вид:

$$M \ddot{\mathbf{R}}_C = M \mathbf{g} + \sum_{i=1}^8 \mathbf{F}_i \quad (2.2)$$

$$\dot{\mathbf{L}}_C = M \mathbf{R}_C \times \mathbf{g} + \sum_{i=1}^8 \mathbf{R}_i^P \times \mathbf{F}_i \quad (2.3)$$

Здесь M – масса робота; \mathbf{R}_C – радиус-вектор центра масс робота относительно центра масс C корпуса; \mathbf{R}_i^P – радиус-вектор стопы i -й ноги относительно точки C ; \mathbf{g} – вектор ускорения силы тяжести; \mathbf{F}_i – сила реакции опоры, приложенная к i -й стопе; \mathbf{L}_C – момент импульса робота относительно точки C .

Уравнение (2.2) описывает движение центра масс робота, а (2.3) – изменение его момента импульса под действием силы тяжести и сил реакции в стопах опорных ног.

Масса M робота складывается из масс корпуса и ног $M = m + 8(m_1 + m_2)$, где m – масса корпуса, m_1 и m_2 – массы первого и второго звеньев ног, соответственно. Радиус-вектор \mathbf{R}_C центра масс системы определяется формулой.

$$M \mathbf{R}_C = (m_1 + m_2) \sum_{i=1}^8 (\mathbf{R}_i + \mathbf{r}_{Ci}) \quad (2.4)$$

Здесь \mathbf{R}_i – радиусы-векторы точек A_i , а \mathbf{r}_{Ci} – радиус-вектор центра масс i -й ноги относительно точки A_i . Вектор \mathbf{r}_{Ci} зависит от конфигурации ноги робота, т.е. от углов q_{1i} и q_{2i} , и в системе координат S_{xyz} представляется следующим образом:

$$\mathbf{r}_{Ci} = \begin{pmatrix} x_{Ci} \\ y_{Ci} \\ z_{Ci} \end{pmatrix} = \frac{1}{m_1 + m_2} \Gamma_i^T \left\{ m_1 U_{1i}^T \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ 0 \end{pmatrix} + m_2 \left[U_{1i}^T \begin{pmatrix} l_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + U_{2i}^T \begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \right\} \quad (2.5)$$

Здесь $a_1, b_1, a_2, b_2, l_1, l_2$ – геометрические параметры ноги, введенные в п.1; Γ_i, U_{1i}, U_{2i} – матрицы перехода (1.1) и (1.3), индекс T обозначает транспонирование.

Радиус-вектор \mathbf{R}_i^P стопы i -й ноги относительно центра масс корпуса робота представляется в виде суммы $\mathbf{R}_i^P = \mathbf{R}_i + \overrightarrow{A_i P_i}$. В системе координат $A_i x_i y_i z_i$ имеем

$$\overrightarrow{A_i P_i} = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_1 \sin q_{1i} + l_2 \sin(q_{1i} - q_{2i}) \\ -l_1 \cos q_{1i} - l_2 \cos(q_{1i} - q_{2i}) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

а в системе координат $Sxyz$ вектор \mathbf{R}_i^P задается в виде

$$\mathbf{R}_i^P = \mathbf{R}_i + \Gamma_i^T \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Здесь \mathbf{R}_i определяется равенствами (1.2).

Обозначим через F_i, N_i и Φ_i – проекции силы \mathbf{F}_i реакции опоры в стопе i -й ноги на оси x_i, y_i и z_i системы координат $A_i x_i y_i z_i$, соответственно. В системе координат $Sxyz$ сила \mathbf{F}_i представляется в виде

$$\mathbf{F}_i = \Gamma_i^T \begin{pmatrix} F_i \\ N_i \\ \Phi_i \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Компоненты F_i и Φ_i силы трения между стопой i -й ноги и поверхностью трубы и нормальная реакция N_i поверхности удовлетворяют неравенствам

$$N_i \geq 0, \quad F_i^2 + \Phi_i^2 \leq \mu^2 N_i^2 \quad (2.9)$$

где μ – коэффициент трения. Первое неравенство (2.9) означает, что сила нормальной реакции направлена к оси трубы, а второе выражает закон Кулона для сухого трения.

Вектор ускорения силы тяжести \mathbf{g} имеет в системе $Sxyz$ следующее представление

$$\mathbf{g} = \Gamma_0 \begin{pmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{pmatrix} = g \begin{pmatrix} -\sin \delta \\ -\cos \alpha \cos \delta \\ \sin \alpha \cos \delta \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Здесь Γ_0 – определенная формулой (2.1) матрица перехода от неподвижной системы отсчета к системе $Sxyz$, связанной с корпусом робота; $g \approx 9,81$ м/с² – величина ускорения силы тяжести.

Момент импульса \mathbf{L}_C системы складывается из моментов импульса \mathbf{L}_{Ci} ног робота относительно центра масс корпуса

$$\mathbf{L}_C = \sum_{i=1}^8 \mathbf{L}_{Ci} = \sum_{i=1}^8 \left[(m_1 + m_2) \mathbf{R}_i \times \dot{\mathbf{r}}_{Ci} + \mathbf{L}_i^A \right]$$

Здесь \mathbf{L}_i^A – момент импульса i -й ноги относительно точки A_i . Так как, по предположению (п.1), центры масс обоих звеньев i -й ноги лежат в плоскости $A_i x_i y_i$, а оси шарниров A_i и B_i суть главные оси инерции соответствующих звеньев \mathbf{L}_i^A направлен по оси z_i системы координат $A_i x_i y_i z_i$. Если обозначить через L_i^A проекцию

вектора L_i^A на ось z_i , то в системе координат S_{xyz} будем иметь следующее представление для вектора L_C :

$$L_C = \sum_{i=1}^8 \left[(m_1 + m_2) \mathbf{R}_i \times \dot{\mathbf{r}}_{Ci} + \Gamma_i^T \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_i^A \end{Bmatrix} \right] \quad (2.11)$$

где \mathbf{R}_i и \mathbf{r}_{Ci} задаются соотношениями (1.2) и (2.5). Величина момента импульса L_i^A двузвенника ноги равна

$$L_i^A = [I_1 + I_2 + m_2 l_1^2 + 2m_2 l_1 (a_2 \cos q_{2i} + b_2 \sin q_{2i})] \dot{q}_{1i} - [I_2 + m_2 l_1 (a_2 \cos q_{2i} + b_2 \sin q_{2i})] \dot{q}_{2i} \quad (2.12)$$

Здесь $I_1(I_2)$ – момент инерции первого (второго) звена ноги относительно оси шарнира $A_i(B_i)$.

Подставляя в (2.2) и (2.3) выражения (2.4), (2.5), (2.7), (2.8), (2.10), (2.11), получим шесть скалярных уравнений, представляющих два векторных уравнения (2.2) и (2.3) в системе координат S_{xyz} .

Составим теперь уравнения Лагранжа, описывающие движения ног робота относительно его корпуса под действием силы тяжести, сил реакции в стопах и управляющих моментов. Примем за обобщенные координаты углы q_{1i} и q_{2i} . Кинетическая энергия K_i двузвенника i -й ноги равна

$$K_i = \frac{1}{2} [I_1 + I_2 + m_2 l_1^2 + 2m_2 l_1 (a_2 \cos q_{2i} + b_2 \sin q_{2i})] \dot{q}_{1i}^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{q}_{2i}^2 - [I_2 + m_2 l_1 (a_2 \cos q_{2i} + b_2 \sin q_{2i})] \dot{q}_{1i} \dot{q}_{2i} \quad (2.13)$$

Потенциальная энергия Π_i сил тяжести, действующих на i -ю ногу, есть

$$\Pi_i(q_{1i}, q_{2i}) = -(m_1 + m_2)(\mathbf{g}, \mathbf{r}_{Ci}) \quad (2.14)$$

где \mathbf{g} и \mathbf{r}_{Ci} задаются формулами (2.5) и (2.10). Обобщенные непотенциальные силы Q_{1i} и Q_{2i} , отвечающие координатам q_{1i} и q_{2i} соответственно, отражают действие силы реакции \mathbf{F}_i и управляющих моментов M_{1i} и M_{2i} . Эти обобщенные силы определяются выражениями:

$$Q_{1i} = M_{1i} + F_i [l_1 \cos q_{1i} + l_2 \cos(q_{1i} - q_{2i})] + N_i [l_1 \sin q_{1i} + l_2 \sin(q_{1i} - q_{2i})] \quad (2.15)$$

$$Q_{2i} = M_{2i} - F_i l_2 \cos(q_{1i} - q_{2i}) - N_i l_2 \sin(q_{1i} - q_{2i})$$

По физическому смыслу, Q_{1i} и $-Q_{2i}$ суть проекции на ось z_i главных моментов сил, действующих на всю ногу и на ее второе звено, соответственно.

Таким образом, вторая группа уравнений динамики робота состоит из шестнадцати (по два для каждой ноги) уравнений Лагранжа, отвечающих кинетической энергии (2.13), потенциальной энергии (2.14) и обобщенным непотенциальным силам (2.15):

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial K_i}{\partial \dot{q}_{1i}} - \frac{\partial K_i}{\partial q_{1i}} + \frac{\partial \Pi_i}{\partial q_{1i}} = M_{1i} + F_i [l_1 \cos q_{1i} + l_2 \cos(q_{1i} - q_{2i})] + N_i [l_1 \sin q_{1i} + l_2 \sin(q_{1i} - q_{2i})] \quad (2.16)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial K_i}{\partial \dot{q}_{2i}} - \frac{\partial K_i}{\partial q_{2i}} + \frac{\partial \Pi_i}{\partial q_{2i}} = M_{2i} - F_i l_2 \cos(q_{1i} - q_{2i}) - N_i l_2 \sin(q_{1i} - q_{2i}) \quad (i = 1, \dots, 8)$$

3. Попеременная периодическая симметричная походка. Прежде, чем описывать походку робота, введем некоторые обозначения и определения. Обозначим через ρ радиус трубы, а через h – расстояние от точек A_i до поверхности трубы. Очевидно, что

$$h = \rho - d \quad (3.1)$$

где d – расстояние от точек A_i до оси робота (которая совпадает с осью трубы). Величину h иногда называют клиренсом.

Будем говорить, что i -я нога является опорной (находится в опорной фазе), если ее стопа находится в контакте с поверхностью трубы и неподвижна относительно этой поверхности, а соответствующая сила реакции F_i отлична от нуля.

Будем считать, что нога находится в фазе переноса, если она не взаимодействует с поверхностью трубы, т.е. соответствующая сила реакции равна нулю.

Очевидно, что если i -я нога опорная, то $y_i = -h$, а $\dot{x}_i = -v$, где v – скорость корпуса робота (x_i и y_i – координаты стопы P_i в системе отсчета $A_i x_i y_i z_i$).

Ограничимся классом походок, обладающих перечисленными ниже свойствами.

1. В каждый момент времени все ноги, расположенные в одной из плоскостей π_1 или π_2 (см. п.1 и фиг. 1), являются опорными, а ноги, расположенные в другой плоскости, находятся в фазе переноса.

2. Ноги каждой из пар (1, 2), (3, 4), (5, 6) и (7, 8) имеют одинаковые конфигурации в каждый момент времени, т.е.

$$q_{1,i}(t) \equiv q_{1,i+1}(t), \quad q_{2,i}(t) \equiv q_{2,i+1}(t) \quad (i = 1, 3, 5, 7) \quad (3.2)$$

Конфигурации ног различных пар в общем случае могут быть различными, нумерация ног здесь совпадает с нумерацией соответствующих шарниров A_i . Из (3.2) вытекает, что

$$\mathbf{r}_i^P(t) \equiv \mathbf{r}_{i+1}^P(t), \quad \gamma_i = \gamma_{i+1} \quad (i = 1, 3, 5, 7) \quad (3.3)$$

Здесь \mathbf{r}_i^P – радиус-вектор стопы i -й ноги относительно точки A_i , заданный в системе координат $A_i x_i y_i z_i$:

$$\mathbf{r}_i^P = \|x_i, y_i, 0\|^T \quad (i = 1, 2, \dots, 8), \quad (3.4)$$

а γ_i ($i=1, 2, \dots, 8$) – множитель, фигурирующий в формулах (1.5).

3. Походки периодичны, т.е. равенства

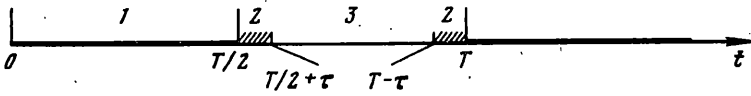
$$\mathbf{r}_i^P(t+T) = \mathbf{r}_i^P(t) \quad (i = 1, 2, \dots, 8) \quad (3.5)$$

выполняются для любого t при некотором T . Минимальный ненулевой промежуток времени T будем называть периодом походки или продолжительностью шага.

4. Опорная фаза и фаза переноса имеют одинаковую продолжительность $T/2$.

5. Все ноги, расположенные в одной плоскости (π_1 или π_2) начинают и заканчивают свои опорные фазы (и, следовательно, фазы переноса) одновременно.

6. Фаза переноса каждой ноги включает два равных промежутка времени (длительностью τ), в течение которых стопа этой ноги находится на поверхности трубы, неподвижна относительно этой поверхности, но не производит никакого давления на трубу. Один из этих промежутков непосредственно следует после окончания опорной фазы ноги на каждом текущем шаге, а второй – непосредственно предшествует опорной фазе на следующем шаге. Указанные промежутки времени (интервалы безо-



Фиг. 3

пасности) вводятся во избежание контакта между роботом и трубой при смене опорных ног.

Временная диаграмма, иллюстрирующая работу отдельной ноги, показана на фиг. 3 (1 – опорная фаза, 2 – интервал безопасности, 3 – фаза переноса).

Походку, обладающую свойствами 1–6, можно назвать попеременной (так как ноги, расположенные в плоскостях π_1 и π_2 , попеременно находятся то в опорной фазе, то в фазе переноса), периодической (в силу свойства 3) и симметричной (в силу свойства 2).

Назовем длиной шага $s = vT$ расстояние, которое проходит корпус робота за период T .

Опишем движение i -й ноги на одном шаге в терминах зависимости от времени координат x_i, y_i ее стопы в системе отсчета $A_i x_i y_i z_i$. Обозначим через x_{2i} и x_{1i} x_i -координату стопы в начале и конце опорной фазы соответственно ($x_{1i} < x_{2i}$, т.к. стопа опорной ноги перемещается относительно системы координат $A_i x_i y_i z_i$ в отрицательном направлении оси x_i).

Примем за нулевой момент времени момент начала опорной фазы соответствующей ноги. Тогда в течение первой половины шага (опорная фаза) имеем

$$x_i(t) = x_{2i} - vt, \quad y_i(t) = -h, \quad t \in [0, T/2] \quad (3.6)$$

Так как длительность опорной фазы равна $T/2$, а $s = vT$, получим из (3.6) $x_{2i} - x_{1i} = s/2$.

Режим движения ноги в фазе переноса ($T/2 \leq t \leq T$) можно выбирать различными способами. Однако при всех возможных способах стопа ноги в течение этой фазы должна переместиться относительно трубы на расстояние s в направлении движения робота. Из-за наличия интервалов безопасности (свойство 6) это перемещение должно фактически осуществиться за время $T/2 - 2\tau$. Введем вспомогательную неподвижную систему координат, которая совпадает с системой $A_i x_i y_i z_i$ в момент окончания опорной фазы. Обозначим через X_i, Y_i координаты стопы во вспомогательной системе отсчета. Переменные x_i, y_i и X_i, Y_i связаны следующим образом.

$$x_i = X_i - v(t - T/2), \quad y_i = Y_i, \quad t \in [T/2, T] \quad (3.7)$$

$$x_i(T/2) = X_i(T/2) = x_{1i}$$

Рассмотрим такой способ переноса ноги, при котором первую половину интервала времени фактического переноса ($T/2 + \tau, 3T/4$) стопа движется по координате x с постоянным ускорением $w \geq 0$, а вторую половину ($3T/4, T - \tau$) – с постоянным ускорением $-w$. Тогда для координаты x_i имеем

$$X_i(t) = x_{1i}, \quad t \in [T/2, T/2 + \tau] \quad (3.8)$$

$$X_i(t) = x_{1i} + w(t - T/2 - \tau)^2 / 2, \quad t \in (T/2 + \tau, 3T/4]$$

$$X_i(t) = x_{1i} + w(T/4 - \tau)^2 / 2 + w(T/4 - \tau)(t - 3T/4) -$$

$$-w(t - 3T/4)^2 / 2, \quad t \in (3T/4, T - \tau]$$

$$X_i(t) = x_{1i} + s, \quad t \in (T - \tau, T]$$

Из условия $X_i(T - \tau) = x_{1i} + s$ находим

$$w = s(T/4 - \tau)^{-2} \quad (3.9)$$

Подставляя (3.8) в первое уравнение (3.7), получим закон изменения координаты $x_i(t)$ стопы в фазе переноса

$$x_i(t) = x_{1i} - v(t - T/2), \quad t \in [T/2, T/2 + \tau] \quad (3.10)$$

$$x_i(t) = x_{1i} - v(t - T/2) + w(t - T/2 - \tau)^2 / 2, \quad t \in (T/2 + \tau, 3T/4]$$

$$\dot{x}_i(t) = x_{1i} - v(t - 3T/2) - w(t - T + \tau)^2 / 2, \quad t \in (3T/4, T - \tau]$$

$$x_i(t) = x_{1i} - v(t - 3T/2), \quad t \in (T - \tau, T]$$

Движение стопы в фазе переноса по координате y_i зададим следующим образом:

$$y_i(t) = -h, \quad t \in [T/2, T/2 + \tau) \cup (T - \tau, T]$$

$$y_i(t) = -h + \frac{\Delta}{2} \left[1 - \cos \frac{\pi(t - T/2 - \tau)}{T/4 - \tau} \right] \quad (3.11)$$

$$t \in [T/2 + \tau, T - \tau]$$

Здесь Δ – максимальная высота подъема переносимой ноги над поверхностью трубы.

Соотношения (3.10) и (3.11) в совокупности определяют движение стопы робота в фазе переноса. Отметим, что в момент $t = T - \tau$ имеем $\dot{X}_i = 0$, $\dot{Y}_i = 0$, т.е. при выбранном законе переноса постановка стопы на поверхность трубы происходит без удара.

В заключение этого раздела приведем ряд ограничений на параметры робота и его походки. Чтобы нога робота достигала поверхности трубы, необходимо выполнение неравенства

$$l_1 + l_2 \geq h \quad (3.12)$$

При этом координата x_i стопы, находящейся на поверхности трубы, может изменяться в следующих пределах:

$$-[(l_1 + l_2)^2 - h^2]^{1/2} \leq x_i \leq [(l_1 + l_2)^2 - h^2]^{1/2} \quad (3.13)$$

Для того, чтобы при изменении x_i в пределах (3.13) звенья ног не задевали за корпус робота и не касались поверхности трубы никакими частями, кроме стопы, необходимо выполнение неравенств $l_1 < h$, $l_2 < h$.

В дальнейшем предполагается, что

$$l_1 \leq h - \Delta_1, \quad l_2 \leq h - \Delta_1 \quad (3.14)$$

где Δ_1 – положительная постоянная.

Будем выбирать параметры походки x_{2i} (координата x_i стопы в начале опорной фазы), s (длина шага), Δ (максимальный подъем стопы при переносе ноги) и τ (длительность интервала безопасности) так, чтобы неравенства (3.13) выполнялись как в опорной фазе, так и в фазе переноса и, кроме того, звенья ноги не задевали при движении ни за корпус робота, ни за трубу. Для этого достаточно наложить на эти параметры следующие условия:

$$x_{2i} \geq -[(l_1 + l_2)^2 - h^2]^{1/2} + s/2 + v\tau + (s - 4v\tau)^2 / (32s) \quad (3.15)$$

$$x_{2i} \leq [(l_1 + l_2)^2 - h^2]^{1/2} - v\tau - (s - 4v\tau)^2 / (32s) \quad (3.16)$$

$$\Delta \leq \Delta_1 \quad (3.17)$$

Правые части неравенств (3.15), (3.16) сформированы таким образом, чтобы при принятом законе движения (3.10), (3.11) координата стопы x_i не вышла за пределы интервала (3.13). Неравенство (3.17) обеспечивает при этом выполнение неравенств $-h \leq y_i \leq \Delta_i$, которые вместе с (3.13), (3.14) гарантируют, что звенья ног не касаются корпуса робота и поверхности трубы.

4. Определение управляющих моментов. Будем считать походку робота заданной при помощи соотношений (3.6), (3.10), (3.11). Используя (1.5), можно получить соответствующие зависимости $q_{1i}(t)$ и $q_{2i}(t)$ ($i = 1, 2, \dots, 8$). Применяя метод обратных задач динамики, найдем при помощи уравнений (2.2), (2.3), (2.16) управляющие моменты $M_{1i}(t)$ и $M_{2i}(t)$ ($i = 1, 2, \dots, 8$), реализующие данную походку. Сначала на основе уравнений (2.2), (2.3), описывающих движение робота как целого, найдем распределение реакций F_i в стопах опорных ног, а затем из уравнений движения ног (2.16) определим искомые моменты $M_{1i}(t)$ и $M_{2i}(t)$.

Для попеременных симметричных походок, описанных в разд. 3, в случае, когда опорными являются ноги 1–4, уравнения (2.2), (2.3) имеют вид

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = P \sin \delta + D \quad (4.1)$$

$$N_1 - N_2 + N_3 - N_4 = P \cos \alpha \cos \delta \quad (4.2)$$

$$\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4 = -P \sin \alpha \cos \delta \quad (4.3)$$

$$\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 = 0 \quad (4.4)$$

$$(\Phi_2 - \Phi_1)(x_1 + a) + (\Phi_4 - \Phi_3)(x_3 + b) = S \sin \alpha \cos \delta \quad (4.5)$$

$$(N_1 - N_2)(x_1 + a) + (N_3 - N_4)(x_3 + b) + (F_1 - F_2 + F_3 - F_4)(h + d) = S \cos \alpha \cos \delta \quad (4.6)$$

$$P = [m + 8(m_1 + m_2)]g, \quad D = (m_1 + m_2) \sum_{i=1}^8 \ddot{x}_{Ci} \quad (4.7)$$

$$S = (m_1 + m_2)g \left[\sum_{i=1}^8 x_{Ci} + 4(a + b) \right]$$

Величина x_{Ci} в (4.7) есть первая компонента вектора \mathbf{r}_{Ci} , определенного в (2.5). В уравнениях (4.5) и (4.7) учтены равенства $x_1 = x_2$, $x_3 = x_4$, вытекающие из условия симметричности походки (3.3). Если опорными являются ноги 5–8, то соответствующие уравнения получаются из (4.1)–(4.6) заменой индексов 1, 2, 3, 4 на 5, 6, 7, 8, а угла α – на $\alpha - \pi/2$.

Компоненты Φ_i ($i = 1, 2, 3, 4$) сил реакции опоры, перпендикулярные плоскости опорных ног, входят только в уравнения (4.3)–(4.5), а другие компоненты сил не входят в эти уравнения. Таким образом, уравнения для Φ_i образуют отдельную подсистему. Однако четыре неизвестных Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 и Φ_4 не могут быть однозначно найдены из трех уравнений (4.3)–(4.5). Для разрешения этой неопределенности воспользуемся следующим известным приемом. Предположим, что оси шарниров A_i испытывают малую упругую податливость на изгиб, причем изгибные жесткости всех шарниров одинаковы и равны c . Тогда упругая потенциальная энергия Π деформированных шарниров A_i опорных ног выразится следующим образом:

$$\Pi = \frac{1}{2c} \sum_{i=1}^4 M_{*i}^2$$

где M_{*i} – внешний изгибающий момент, приложенный к шарниру A_i . Изгибающие

моменты создаются силами Φ_i ($i = 1, 2, 3, 4$), которые имеют одинаковые плечи h . Поэтому

$$\Pi = \frac{h^2}{2c} \sum_{i=1}^4 \Phi_i^2 \quad (4.8)$$

Момент M_{*i} и, следовательно, сила Φ_i пропорциональны упругому угловому смещению оси шарнира A_i . Поэтому для отыскания устойчивого положения равновесия можно минимизировать потенциальную упругую энергию (4.8) по Φ_i при ограничениях (4.3)–(4.5). Решение этой задачи на условный экстремум методом множителей Лагранжа дает

$$\Phi_1 = -\Phi_2 = \frac{S - P(x_3 + b)}{2(x_3 - x_1 + b - a)} \cos \delta \sin \alpha \quad (4.9)$$

$$\Phi_3 = -\Phi_4 = \frac{S - P(x_1 + a)}{2(x_1 - x_3 + a - b)} \cos \delta \sin \alpha$$

После определения Φ_i согласно (4.9) остается найти восемь компонент F_i и N_i ($i = 1, 2, 3, 4$) сил реакции из трех уравнений (4.1), (4.2), (4.6), что также можно сделать неединственным образом. Наложим дополнительные условия на искомые компоненты, а именно, потребуем выполнения следующих равенств:

$$F_{2i-1} = F_{2i} = \kappa_i (P \sin \delta + D) \quad (i = 1, 2) \quad (4.10)$$

$$N_{2i-1} - N_{2i} = \nu_i P \cos \delta \cos \alpha \quad (i = 1, 2) \quad (4.11)$$

где κ_i и ν_i – безразмерные постоянные.

Подставляя (4.10) в (4.1), находим соотношение

$$\kappa_1 + \kappa_2 = \frac{1}{2} \quad (4.12)$$

Подставляя (4.11) в (4.2) и (4.6) и разрешая получившиеся уравнения относительно ν_1 и ν_2 , будем иметь

$$\nu_1 = \frac{S - P(x_3 + b)}{P(x_1 - x_3 + a - b)}, \quad \nu_2 = \frac{S - P(x_1 + a)}{P(x_3 - x_1 + b - a)} \quad (4.13)$$

Таким образом, задача вычисления компонент сил реакции в стопах свелась к определению всего трех независимых величин: одного из коэффициентов κ_1, κ_2 и двух из четырех нормальных реакций N_1, N_2, N_3, N_4 . Для определенности, будем выбирать κ_1, N_2 и N_4 , а затем определять оставшиеся неизвестные $\kappa_2, F_1, F_2, F_3, F_4, N_1, N_3$ из равенств (4.10)–(4.12). Величины κ_1, N_2 и N_4 должны удовлетворять следующим ограничениям:

$$N_2 \geq 0 \quad (4.14)$$

$$N_2 + \nu_2 P \cos \delta \cos \alpha \geq 0 \quad (4.15)$$

$$N_4 \geq 0 \quad (4.16)$$

$$N_4 + \nu_2 P \cos \delta \cos \alpha \geq 0 \quad (4.17)$$

$$\Phi_1^2 + \kappa_1^2 (P \sin \delta + D)^2 \leq \mu^2 (N_2 + \nu_1 P \cos \delta \cos \alpha)^2 \quad (4.18)$$

$$\Phi_1^2 + \kappa_1^2 (P \sin \delta + D)^2 \leq \mu^2 N_2^2 \quad (4.19)$$

$$\Phi_3^2 + (\frac{1}{2} - \kappa_1)^2 (P \sin \delta + D)^2 \leq \mu^2 (N_4 + v_2 P \cos \delta \cos \alpha)^2 \quad (4.20)$$

$$\Phi_3^2 + (\frac{1}{2} - \kappa_1)^2 (P \sin \delta + D)^2 \leq \mu^2 N_4^2 \quad (4.21)$$

где Φ_1 и Φ_3 определены согласно (4.9). Ограничения (4.14)–(4.21) получаются из неравенств (2.9) после подстановки вместо F_i ($i=1, 2, 3, 4$), N_1 и N_3 их выражений через κ_1 , N_2 и N_4 в соответствии с формулами (4.10)–(4.13). Из (4.14)–(4.21) видно, что этим неравенствам можно удовлетворить, выбирая достаточно большие N_2 и N_4 при любом заданном κ_1 .

В дальнейшем N_2 и N_4 выбираются из условия минимизации максимальной из четырех нормальных реакций при фиксированном значении κ_1 , т.е. функция $\max(N_1, N_2, N_3, N_4)$ минимизируется по N_2 и N_4 при ограничениях (4.14)–(4.21). В результате решения этой задачи получаются следующие выражения для нормальных реакций:

$$N_i = \frac{(\Phi_i^2 + F_i^2)^{\frac{1}{2}}}{\mu} + \frac{|vP \cos \delta \cos \alpha|}{2} [1 + (-1)^{i-1} \text{sign}(vP \cos \delta \cos \alpha)] \quad (4.22)$$

$$v = v_1 \quad \text{для } i=1, 2; \quad v = v_2 \quad \text{для } i=3, 4$$

Здесь Φ_i и F_i – касательные к опорной поверхности компоненты сил реакции, вычисляемые по формулам (4.9) и (4.10) с учетом равенства $\kappa_2 = \frac{1}{2} - \kappa_1$, вытекающего из (4.12), а v_1 и v_2 определяются выражениями (4.13).

Что касается параметра κ_1 , в дальнейшем он либо полагается равным $1/4$ (это, в соответствии с (4.10), означает, что нагрузка в направлении движения робота поровну распределена между обеими парами опорных ног), либо определяется из условий дополнительной минимизации функции $\max(N_1, N_2, N_3, N_4)$ по параметру κ_1 в интервале $[0, 1/2]$.

Таким образом, распределение реакций в стопах опорных ног находится по формулам (4.9), (4.12), (4.13), (4.22), если опорными являются ноги 1–4. Если же робот опирается на ноги 5–8, то в указанных формулах следует индексы 1, 2, 3, 4 заменить соответственно на 5, 6, 7, 8, а угол α – на $\alpha - \pi/2$.

После того, как силы реакции в стопах ног определены, управляющие моменты M_{1i} и M_{2i} ($i = 1, 2, \dots, 8$) находятся однозначно из уравнений Лагранжа (2.16).

5. Численное моделирование и оптимизация параметров. Моделирование состояло в вычислении управляющих моментов M_{1i} , M_{2i} ($i = 1, 2, \dots, 8$), реализующих заданное движение, и углов q_{1i} и q_{2i} , определяющих конфигурации ног, в виде функции времени с интервалом Δt . Расчет управляющих моментов производится в соответствии с п. 4, а углы в шарнирах ног определяются по текущим положениям стоп согласно (1.5). В силу периодичности походки, вычисления достаточно провести только для одного шага. По результатам моделирования осуществлялось анимационное представление движения робота на мониторе компьютера.

Для моделирования требуются исходные данные, перечисляемые ниже.

A. Геометрические параметры робота (п. 1): $a, b, d, l_1, l_2, a_1, b_1, a_2, b_2$.

B. Радиус трубы r , угол ее наклона δ и угол поворота корпуса робота α (п. 1).

C. Инерционные параметры робота (п. 2): m, m_1, m_2, I_1, I_2 .

D. Параметры походки (п. 3): x_{2i} ($= x_{2, i+1}$), γ_i ($= \gamma_{i+1}$), $i = 1, 3, 5, 7$; s, Δ, τ .

E. Ускорение силы тяжести g , коэффициент трения между стопами робота и поверхностью трубы μ .

F. Скорость движения корпуса робота v , шаг моделирования Δt .

Если обозначить через ω совокупность параметров, входящих в группы A – F, то результат моделирования представляется в виде функциональных зависимостей

$$M_{1i} = M_{1i}(t; \omega, v), \quad M_{2i} = M_{2i}(t; \omega, v) \quad (5.1)$$

$$q_{1i} = q_{1i}(t; \omega, v), \quad q_{2i} = q_{2i}(t; \omega, v) \\ t = n\Delta t \quad (n = 0, 1, \dots, [T/\Delta t]), \quad T = s/v.$$

где квадратные скобки обозначают целую часть заключенного в них числа.

Рассмотрим теперь в общей постановке задачу оптимизации. В качестве критерия оптимальности (максимизируемого функционала) примем скорость движения корпуса робота v . Максимизация этого критерия осуществляется за счет варьирования соответствующих параметров ω , подлежащих выбору. Будем предполагать, что на управляющие моменты, углы в шарнирах и угловые скорости наложены ограничения вида

$$(M(t; \omega, v), q(t; \omega, v), \dot{q}(t; \omega, v)) \in \Omega \quad (5.2)$$

$$M = (M_{11}, \dots, M_{18}, M_{21}, \dots, M_{28})$$

$$q = (q_{11}, \dots, q_{18}, q_{21}, \dots, q_{28}), \quad t \in [0, T]$$

Ограничения (5.2) определяются динамическими возможностями используемых приводов. Кроме того, наложены ограничения на варьируемые параметры

$$\omega \in \Omega_1(v) \quad (5.3)$$

Здесь Ω и $\Omega_1(v)$ – заданные множества.

Назовем скорость v_* допустимой (при фиксированном наборе параметров ω), если для всех скоростей $v \in [0, v_*]$ выполняются ограничения (5.2), (5.3). Обозначим через $V(\omega)$ максимальную допустимую скорость, отвечающую набору параметров ω .

Задача. Определить допустимый набор параметров ω_0 , максимизирующий величину $V(\omega)$, т.е.

$$V(\omega_0) = \max_{\omega \in \Omega_1(V(\omega))} V(\omega) \quad (5.4)$$

Алгоритм решения поставленной задачи должен содержать два блока: блок вычисления функции $V(\omega)$ и блок ее максимизации по $\omega \in \Omega_1$. Практически функцию $V(\omega)$ можно вычислять, например, моделируя движение робота для возрастающей последовательности скоростей $v = v_k = k\delta v$, где δv – заданный (достаточно малый) шаг, а $k = 0, 1, 2, \dots$. На каждом шаге надо проверять выполнение ограничений (5.2), (5.3). Если v_k – первое значение скорости, при котором нарушается хотя бы одно из ограничений (5.2), (5.3), то считаем $V(\omega) \approx v_{k-1}$. Для минимизации функции $V(\omega)$ по ω можно пользоваться известными алгоритмами математического программирования. Конкретный выбор алгоритма определяется, в частности, числом варьируемых параметров и видом множества Ω_1 в (5.3).

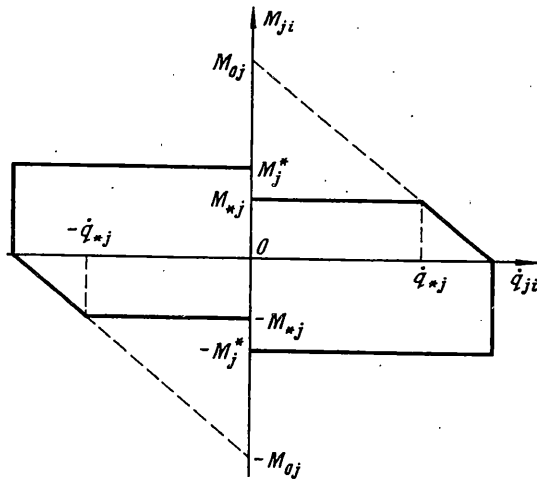
Будем решать задачу (5.4) при следующих предположениях.

1°. Вторые звенья ног робота суть тонкие однородные стержни. В этом случае $a_2 = l_2/2$, $b_2 = 0$, $I_2 = m_2 l_2^2/3$.

2°. Параметры походки x_{2i} одинаковы для всех ног. Кроме того, для всех ног $\gamma_i = 1$. Последнее означает, что все ноги согнуты в колене в направлении движения корпуса аппарата.

Из предположения 2° и из свойств 1, 4, 5 походки робота (см. п. 3) вытекает, что ноги, расположенные в каждой плоскости (π_1 или π_2), движутся синхронно, а ноги, расположенные в разных плоскостях, повторяют движения друг друга со сдвигом на полупериод.

3°. Варьируемыми параметрами являются x_{2i} , s и l_2 , остальные параметры – фиксированы. В этом случае область Ω_1 в (5.3) определяется неравенствами (3.12), (3.14)–(3.16). Отметим, что варьируются всего три параметра, поскольку, по предположению 2°, значения x_{2i} одинаковы для всех восьми ног. В дальнейшем вместо x_{2i} будем писать просто x .



Фиг. 4

4°. Динамические ограничения (5.2) задаются следующими неравенствами:

$$|\dot{q}_{ji}| \leq \dot{q}_{0j} \quad (i=1, \dots, 8; j=1, 2) \quad (5.5)$$

$$-\Psi_j(-\dot{q}_{ji}) \leq M_{ji} \leq \Psi_j(\dot{q}_{ji}) \quad (5.6)$$

$$\Psi_j(\dot{q}_{ji}) = \begin{cases} M_j^*, & -\dot{q}_{0j} \leq \dot{q}_{ji} < 0 \\ M_*j, & 0 \leq \dot{q}_{ji} \leq \dot{q}_{*j} = \dot{q}_{0j}(1 - M_*j / M_{0j}) \\ M_{0j}(1 - \dot{q}_{ji} / \dot{q}_{0j}), & \dot{q}_{*j} < \dot{q}_{ji} \leq \dot{q}_{0j} \end{cases} \quad (i=1, \dots, 8, j=1, 2)$$

Здесь \dot{q}_{0j} , M_j^* , M_*j , M_{0j} – положительные постоянные; индекс $j = 1$ отвечает шарниру A_i ноги, а $j = 2$ – шарниру B_i ; индекс $i = 1, \dots, 8$ указывает номер ноги. Область (5.5), (5.6) допустимых значений управляющих моментов и угловых скоростей показана на фиг. 4. Описанные динамические ограничения соответствуют приводам с электродвигателями постоянного тока, которые предполагается использовать на опытном образце шагающего робота, разрабатываемого в Мюнхенском техническом университете под руководством проф. Пфайффера. Наклонные отрезки на фиг. 4 отвечают известным характеристикам электродвигателя постоянного тока, а горизонтальные отрезки отражают ограничения на максимально допустимый ток в цепи якоря и максимальный момент на валу редуктора.

Задача оптимизации (5.4) решалась при следующих значениях неварьируемых параметров: $a = 0,4$ м, $b = -0,4$ м, $d = 0,1125$ м, $l_1 = 0,15$ м, $a_1 = 0,075$ м, $b_1 = 0$, $\rho = 0,375$ м, $m = 5$ кг, $m_1 = m_2 = 1$ кг, $I_1 = 0,008$ кг · м², $g = 9,81$ м/с², $\mu = 1$, $M_{*1} = 43$ Н·м, $M_1^* = 68$ Н·м, $M_{01} = 276$ Н·м, $\dot{q}_{01} = 1,363$ рад/с, $M_{*2} = 22$ Н·м, $M_2^* = 35$ Н·м, $M_{02} = 138$ Н·м, $\dot{q}_{02} = 0,682$ рад/с, $\Delta = 0,5 \max(h - l_1, h - l_2)$, $\tau_1 = \tau/T = 0,025$.

Задача оптимизации решалась при различных значениях углов δ и α с целью исследовать их влияние на максимально достижимую скорость движения робота.

Приведенные значения неварьируемых параметров соответствуют данным робота, разрабатываемого в Мюнхенском техническом университете.

При фиксированном отношении $\tau_1 = \tau/T$ удобно из неравенств (3.15) и (3.16), описывающих ограничения на параметры походки, исключить $v = s/T$ и представить эти неравенства в следующем виде

Таблица 1

α	δ				
	$-\pi/2$	$-\pi/4$	0	$\pi/4$	$\pi/2$
0	0,079	0,079	0,079	0,078	0,078
$\pi/4$	0,079	0,079	0,079	0,078	0,078

Таблица 2

s	x									
	0,140	0,110	0,080	0,050	0,020	-0,010	-0,040	-0,070	-0,100	-0,130
0,010	0,003	0,004	0,004	0,005	0,005	0,006	0,006	0,005	0,005	0,004
0,060	0,020	0,026	0,030	0,032	0,034	0,036	0,034	0,032	0,026	-
0,110	-	0,048	0,053	0,055	0,057	0,059	0,057	0,048	-	-
0,160	-	0,069	0,070	0,070	0,069	0,068	0,065	-	-	-
0,210	-	0,081	0,078	0,075	0,071	0,067	-	-	-	-
0,260	-	0,085	0,080	0,074	0,070	-	-	-	-	-
0,310	-	0,085	0,078	0,073	-	-	-	-	-	-
0,360	-	0,082	0,076	-	-	-	-	-	-	-
0,410	-	0,080	-	-	-	-	-	-	-	-
0,460	-	0,077	-	-	-	-	-	-	-	-

Таблица 3

l_2	s	x	V
0,13	0,24	0,06	0,076
0,15	0,30	0,12	0,087
0,17	0,30	0,15	0,103
0,19	0,30	0,18	0,129
0,21	0,24	0,18	0,156
0,23	0,24	0,18	0,196
0,25	0,12	0,15	0,245

$$-[(l_1 + l_2)^2 - h^2]^{1/2} + s(16\tau_1^2 + 24\tau_1 + 17) / 32 \leq x \leq [(l_1 + l_2)^2 - h^2]^{1/2} -$$

$$-s(16\tau_1^2 + 24\tau_1 + 1) / 32 \quad (5.7)$$

Из сравнения левой и правой границ в неравенстве (5.7) вытекает ограничение на параметр s :

$$0 < s \leq 32[(l_1 + l_2)^2 - h^2]^{1/2} / (3 + 4\tau_1)^2 \quad (5.8)$$

Для максимизации функции $V(\omega) = V(l_2, s, x)$ производился перебор по параметрам l_2, s, x . Алгоритм перебора содержал три цикла, вложенных друг в друга. Внутренний цикл осуществлял варьирование переменной x с шагом δx (l_2 и s фиксированы) в пределах (5.7). В среднем цикле варьировалась длина шага s с шагом δs в пределах (5.8). Наконец, во внешнем цикле варьировалась длина второго звена l_2 с шагом δl_2 в пределах $h - l_1 \leq l_2 \leq h$.

Для каждого набора параметров l_2, s, x функция $V(l_2, s, x)$ вычислялась путем моделирования динамики робота для возрастающей последовательности скоростей $v_k = k\delta v, k = 0, 1, \dots$, до тех пор, пока не нарушатся динамические ограничения (5.5),

(5.6). Если нарушение этих ограничений впервые происходит при $k = K$, то $V(l_2, s, x) = V_{K-1}$.

Шаг по времени Δt и приращение скорости δv задавались следующим образом: $\Delta t = T/100 = s/(100v)$; $\delta v = 0,001$ м/с.

Приведем ряд численных примеров моделирования и оптимизации, иллюстрирующих зависимость максимальной скорости движения робота от параметров его конструкции и походки.

Пример 1. Параметры l_2, s и x фиксированы: $l_2 = 0,15$ м, $s = 0,30$ м, $x = 0,08$ м.

Табл. 1 показывает зависимость величины $V(l_2, s, x)$ от параметров α и δ . Как видно из таблицы, чувствительность максимальной скорости к изменению углов α и δ весьма слаба. Поэтому в дальнейшем для определенности полагается $\alpha = \delta = 0$.

Пример 2. Фиксируем $l_2 = 0,15$ м и варьируем s с шагом $\delta s = 0,05$ м и x с шагом $\delta x = 0,03$ м. Результаты счета приведены в табл. 2. Пропуски в таблице соответствуют нарушению наложенных ограничений (5.7), (5.8). Оптимальное значение скорости $V = 0,085$ м/с достигается при $s = 0,26$ м, $x = 0,11$ м.

Пример 3. Варьируются все три параметра: l_2 с шагом $\delta l_2 = 0,02$ м, s с шагом $\delta s = 0,06$ м, x с шагом $\delta x = 0,03$ м.

В табл. 3 для каждого l_2 представлены соответствующие оптимальные значения s, x и V (полученные путем варьирования параметров s и x , как в примере 2). Оптимальные (при варьировании всех трех параметров) значения l_2, s, x и V даны в последней строке табл. 3.

На основе разработанной методики моделирования и оптимизации был проведен большой объем вычислений в широком диапазоне изменения параметров робота и его походки. Для робота, числовые параметры которого приведены выше, можно сформулировать следующие выводы.

В классе попеременных периодических симметрических походок, описанных в п. 3, существуют походки, удовлетворяющие наложенным ограничениям (5.5), (5.6).

Максимальная скорость движения робота в трубе слабо зависит от угла наклона трубы δ и от угла поворота корпуса робота α .

Максимальная скорость движения робота существенно зависит от параметров l_2, s и x , причем она монотонно растет с увеличением длины l_2 второго звена. Оптимизация указанных параметров позволяет значительно увеличить скорость движения робота в трубе.

Для сравнения отметим, что при параметрах l_2, s и x из примера 1 $V(l_2, s, x) = 0,079$ м/с, а при наилучшем выборе тех же параметров в примере 3 $V(l_2, s, x) = 0,245$ м/с, т.е. скорость увеличивается в 3,1 раза.

Разработанная методика моделирования динамики шагающего робота и оптимизации его параметров позволяет детально исследовать влияние различных параметров на характеристики движения и осуществить рациональный выбор параметров конструкции робота и его походки.

Авторы выражают благодарность сотрудникам Мюнхенского технического университета проф. Ф. Пфайфферу, предложившему конструкцию шагающего робота, и Т. Россману за предоставление данных о конструктивных параметрах робота, полезные обсуждения постановки задачи и полученных результатов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 96-01-01142).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болотник Н.Н., Черноусько Ф.Л. Оптимизация параметров шагающего робота для движения в трубах // Изв. АН. МТТ. 1995. № 6. С. 27-41.