

**МЕХАНИКА  
ТВЕРДОГО ТЕЛА  
№ 3 • 1996**

УДК 539.3:534.1

© 1996 г. В.В. ХАРИОНОВСКИЙ

**СТОХАСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЗАДАЧАХ  
ДЛЯ МАГИСТРАЛЬНЫХ ТРУБОПРОВОДОВ**

Линейные сооружения – трубопроводы пересекают различные климатические зоны, состоят из множества отдельных труб и в эксплуатации подвержены различным нагрузкам и воздействиям, переменным во времени и в пространстве. Это относится к функции давления газа, воздействиям грунтов, температурным колебаниям, а также другим нагрузкам, характерным для отдельных районов (сейсмика, оползни, подводные течения, ветровые нагрузки и т.д.). Механические свойства материалов труб также подчиняются вероятностным законам, которые определяются, исходя из статистических данных о металлургических плавках, поставках труб заводами-изготовителями. Указанные факторы свидетельствуют о том, что конструкцию трубопровода следует рассматривать как систему с вероятностными свойствами под действием случайных нагрузок.

Данная постановка вопроса обусловлена как особенностью трубопроводов, так и характером нагрузок, действующих на них. Действительно, трубы относятся к массовой продукции, свойства которой могут характеризоваться законами статистики. При расчетах на прочность важно знать, какое номинальное значение имеют предел прочности, предел текучести, а эти величины, в свою очередь, описываются вероятностными законами; в инженерной практике они представлены средним статистическим значением и средним квадратичным отклонением. При этом в зависимости от завода-изготовителя разброс в этих величинах может быть значительным. Так, для отечественных заводов величины среднеквадратичного отклонения предела прочности металла труб в 2–3 раза выше, чем на трубных заводах Запада. Эти факты необходимо учитывать при проектировании и, например, расчет толщины стенки трубопровода прямо зависит от показателя предела прочности, т.е. от его закона вероятностного распределения. В связи с огромной металлоемкостью (в России около 140 тыс. км газопроводов большого диаметра) точный расчет этого параметра крайне важен.

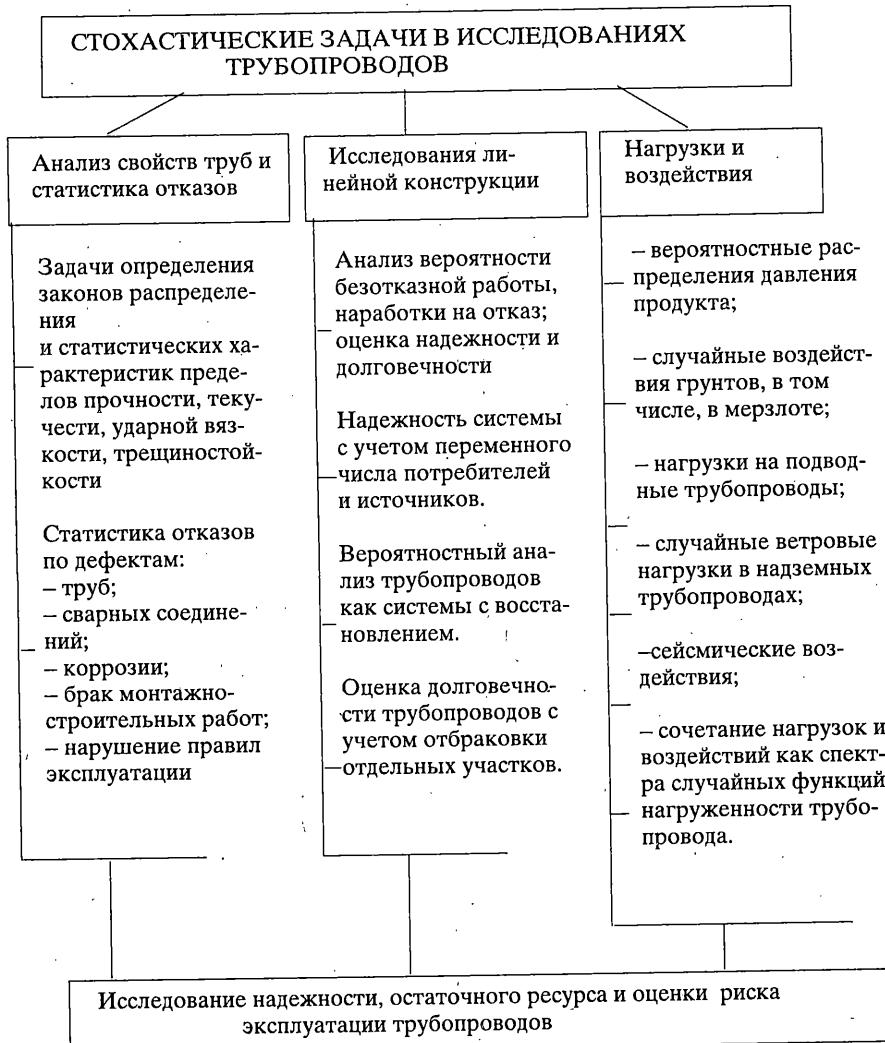
Аналогичная ситуация складывается, когда рассматриваются нагрузки, действующие на трубопроводную конструкцию. Один из основных параметров нагрузок – давление газа. Непосредственные измерения этой величины, а также анализ записей в журналах текущего контроля на компрессорных станциях показывают, что функция давления газа является случайной и может быть описана стационарным случайнм процессом. Причем учет переменности давления газа необходим для последующей оценки долговечности трубопровода, которая также выполняется стохастическими методами. Таким образом, прослеживается связь в решениях различных стохастических задач на этапах исследования, проектирования и эксплуатации.

Кроме того, при анализе несущей способности отдельных участков трубопроводов возникают задачи, эффективное решение которых возможно только в случае применения вероятностных методов. К одной из них относится задача о прочности трубопровода в мерзлых грунтах. В силу неоднородности грунтов вдоль оси трубопроводов нагрузки на него являются случайными, в основном по одной координате, и опасность пучения грунта для трубопровода можно определить лишь на основе решения соответствующей стохастической задачи. Аналогичные подходы, по-видимому, следует применять для надземных трубопроводов в ветровом потоке, подводных трубопроводов и т.д.

При рассмотрении методов решения стохастических задач для трубопроводов целесообразно исходить из конкретных условий. Например, для учета вероятностных свойств металла труб, по-видимому, достаточно использовать статистические методы теории случайных величин, опуская в первом приближении их зависимость от времени. При решении задач о действии случайных нагрузок, или оценке долговечности трубопровода фактор времени или пространственной координаты нельзя игнорировать, поэтому необходимо применять теорию случайных процессов или случайных полей. Соответствующий математический аппарат этих теорий достаточно разработан, например, большинство инженерных задач может быть решено с использованием корреляционной теории случайных функций. Несколько примеров этих решений будет дано в настоящей статье.

Если рассмотреть в принципе круг исследовательских задач, в которых стохастические методы дают наиболее адекватное описание системы "трубопровод-окружающая среда" в эксплуатации, то условно можно составить следующую схему. Основной проблемой, как видно из схемы, является оценка надежности, долговечности и риска эксплуатации, для решения которой необходимо решить ряд отдельных стохастических задач. В качестве примеров изложим в данной работе две характерные задачи.

1. Рассмотрим стохастическую задачу прочности газопроводов в пучинистых грунтах. С точки зрения прочности опасность воздействия пучения на газопровод определяется неоднородностью грунтов, крайней неравномерностью процесса пучения вдоль трассы линейного сооружения. Возникают ситуации, когда один или несколько участков газопровода защемлены смерзающимся грунтом, а на другом (талые породы – подрусловые и подозерные талики) происходит новообразование мерзлоты, сопровождающееся интенсивным льдовыделением и пучением грунтов. Участок трубы, зажатый в смерзшихся массивах, испытывает возрастающее нагружение со стороны бугра пучения, формирующегося при промерзании таликов. При этом в опасных сечениях трубопровода могут возникать напряжения, превышающие предел прочности металла труб. Обычно расчеты конструкций, взаимодействующих с грунтом, проводят в детерминистической постановке.



Анализ процесса пучения показал, что по своей природе пучение представляет собой стохастический криогенный процесс и его изучение должно выполняться методами теории случайных процессов. Для прочностной задачи пучение является внешним воздействием, которое может быть задано через усилие, или перемещение, поэтому очевидно, что необходимо решать задачу прочности при случайном нагружении. Методически удобно рассмотреть задачу о трубопроводе, взаимодействующем со стохастически упругим основанием. Это связано с тем, что возникают трудности с непосредственным определением сил морозного пучения (касательных и нормальных), действующих на трубопровод. С другой стороны, получение характеристик пучения (распределение перемещений, разброс и т.п.) позволяет решить задачу более точно, поскольку данные параметры входят в исходные уравнения в явном виде.

В общем случае постановку стохастической задачи сформулируем, используя методы решения стохастических краевых задач, разработанные В.В. Болотиным [1], а также решения, изложенные в [2].

Рассмотрим трубопровод как бесконечно длинный стержень на сплошном упругом основании, свойства которого меняются случайным образом и выполняется гипотеза Винклера, т.е. реакция основания пропорциональна прогибу в данной точке и отлипание трубопровода от основания отсутствует. Пусть основание является неровным, описывается некоторой функцией  $u(x)$ . Обозначим погонную нагрузку от вышележащих слоев грунта –  $q(x)$ , изгибную жесткость трубопровода –  $EJ$ , коэффициент жесткости основания –  $c$ .

Уравнение изгиба имеет вид

$$EJ \frac{d^4 w}{dx^4} + cw = q + cu \quad (1)$$

В правой части уравнения даны внешняя нагрузка и функция неровностей основания, которые представляют собой случайные функции координаты  $x$ . Коэффициент жесткости основания, вообще говоря, также является случайной функцией осевой координаты. Искомая функция прогиба трубопровода  $w(x)$  будет случайной функцией. Входные функции в данной задаче можно считать стационарными случайными функциями координаты  $x$ .

Указанную задачу удобно решать при помощи корреляционных методов. Примем, что среднее значение функции  $u(x)$  равно нулю и обозначим среднее значение коэффициента жесткости и нагрузки через  $c_0$  и  $q_0$ . Уравнение вместе с условиями ограниченности решения на бесконечности описывает стохастическую краевую задачу относительно функции  $w(x)$ . Эта задача является линейной по отношению к входным функциям  $q(x)$ ,  $u(x)$ ; по отношению к входной функции  $c(x)$  эта задача будет нелинейной.

В процессе пучения практически важно знать функцию перемещений  $u(x)$  и коэффициент жесткости  $c(x)$ . Если считать, что  $c(x)$  – случайно изменяется, то задача становится стохастически линейной и для ее решения нужно использовать различные приближенные методы, например, метод малого параметра.

Результаты натурных измерений показывают, что основной вклад в нагрузку на трубопровод вносит усилие от перемещения бугра пучения. При этом коэффициент жесткости промерзающего грунта зависит, в основном, от изменения температуры грунта, что можно учесть при параметрическом обследовании; по длине участка пучения можно принять  $c=\text{const}$ . В этом случае имеем линейную стохастическую задачу. Для ее решения в рамках корреляционной теории используем метод канонических разложений, который позволяет свести стохастическую задачу к некоторой совокупности детерминистических задач.

Представим правую часть уравнения в виде стохастического интеграла Фурье

$$r(x) = \int_{-\infty}^{\infty} R(k) \exp(ikx) dk \quad (2)$$

где  $k$  – волновое число;  $R(k)$  – обобщенная случайная функция волнового числа, имеющая корреляционную функцию

$$\langle R(k)R^\alpha(k') \rangle = \Phi_r(k)\delta(k - k')$$

Здесь  $\delta$  – дельта-функция Дирака;  $\Phi_r(k)$  – спектральная плотность функции  $r(x)$ .

В общем случае функция  $r(x)$  может зависеть от обеих пространственных координат и времени, тогда каноническое разложение ее будет дано тройным интегралом, а  $R(k, k_2, \omega)$  будет функцией волновых чисел и частоты.

Искомую функцию прогиба  $w(x)$  представим в аналогичном виде

$$w(x) = \int_{-\infty}^{\infty} W(k) \exp(ikx) dk \quad (3)$$

Подставляя (3) в исходное уравнение, имеем

$$\Phi_w(k) = \frac{\Phi_r(k)}{(EJx^4 + c_0)^2} = \frac{\Phi_r(k)}{c_0^{-2}(1 + k/k_0)^2} \quad (4)$$

$$k_0 = (c_0 / (EJ))^{1/4}, \quad c = c_0 b$$

где учтено свойство стохастической ортогональности.

Соответствующая корреляционная функция прогиба равна

$$k_w(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Phi_r(k) \exp(ik\xi)}{(k^4 EJ + c_0)^2} dk \quad (5)$$

При расчете на прочность необходимо знать соответствующие характеристики изгибающего момента. Учитывая, что при изгибе стержня  $m = EJd^2w/dx^2$  и применяя правило дифференцирования случайных функций, заданных в виде спектрального представления Фурье, для спектральной плотности изгибающего момента получим

$$\Phi_m(k) = \frac{\Phi_r(k)}{c_0^{-4}(k^2/k_0^2 + k_0^2/k^2)^2} = \frac{\Phi_u(k)}{c^2(k^2/k_0^2 + k_0^2/k^2)^2}$$

Таким образом, зная характеристики пучения, в результате решения задачи изгиба получаем статистические характеристики прогиба трубопровода, изгибающего момента и, следовательно, напряжений в нем.

2. Рассмотрим задачу о долговечности участка газопровода при переменных нагрузках. Вопросы долговечности газопроводов приобретают первостепенное значение. В общем случае для решения задачи о долговечности необходимо знать характер нагрузок и воздействий, свойства материала труб и поведение конструкции во времени. Очевидно, что указанные показатели описываются вероятностными распределениями, и оценку долговечности следует выполнять на основе методов теории надежности сооружений и конструкций. Этот подход позволяет правильно ввести фактор времени: срок службы газопровода, изменчивость нагрузок во времени, изменчивость механических свойств металла труб и т.п. Приближенная оценка долговечности может быть выполнена на основе статистического подхода, а именно, анализа эксплуатационных отказов газопроводов и применения аппарата теории вероятностей для расчета функций распределения надежности и долговечности.

Рассмотрим задачу расчета долговечности в следующей постановке. Пусть на газопровод действует нагрузка  $q(t)$ , представляющая собой случайную функцию времени. Несущая способность  $R$  (например, предел прочности) материала труб является случайной величиной с известным законом распределения. Необходимо вычислить долговечность, или при заданной долговечности определить параметры трубопровода,

например, требуемую толщину. Задачу решаем в рамках корреляционных методов на основе теории выбросов случайных функций.

С учетом [2] принимаем, что внутреннее давление газа представляет собой случайную функцию времени, характер изменения которой такой, что силами инерции при определении напряжений в трубопроводе можно пренебречь. Максимальные кольцевые напряжения имеют вид

$$S(t) = (\gamma_2 D_H / \delta - 1)p = kp$$

где  $D_H$  – наружный диаметр трубопровода,  $\delta$  – толщина стенки.

Известно, что внутреннее давление в газопроводе можно рассматривать как стационарный случайный нормальный процесс, корреляционная функция которого аппроксимируется формулой

$$k_p(r) = \sigma_p \exp(-\alpha|r|)(\cos \beta r + (\alpha/\beta) \sin \beta r) \quad (6)$$

где  $\sigma_p$  – стандарт функции  $p(t)$ . В этом случае, учитывая (6), получим

$$\sigma_p^2 = k^2 \sigma_p^2, \quad \sigma_{\dot{p}}^2 = k^2 \sigma_p^2 (\alpha^2 + \beta^2)$$

где  $\sigma_p$ ,  $\sigma_{\dot{p}}$  – стандарты функций  $p(t)$  и  $\dot{p}(t)$ .

Несущая способность труб, например, предел прочности на разрыв, является случайной величиной с известным законом распределения, который получают из статистических данных о механических свойствах партий плавок металла.

Для оценки долговечности в условиях переменного нагружения и разброса механических свойств металла труб используем результаты теории выбросов. Методологически удобней определить сначала надежность  $P(t)$ . Под надежностью  $P(t)$  понимаем вероятность события, состоящего в том, что за время  $T$  максимальное значение функции  $p(t)$  ни разу не превысит уровень несущей способности  $R$ . Известно, что среднее число выбросов  $\langle v_k \rangle$  случайной функции  $p(t)$  за случайный уровень  $R$  в течение срока службы  $T$  можно представить

$$\langle v_k \rangle = \int_0^{T_\infty} \int_0^\infty \dot{p} f(R, \dot{p} / t) d\dot{p} dt \quad (7)$$

где  $\dot{p}$  – производная функция  $p(t)$ ,  $f(R, \dot{p} / t)$  – совместная плотность распределения  $R$  и  $\dot{p}$  в момент времени  $t$ .

Для случая, когда  $p(t)$  – нормальный стационарный случайный процесс, имеем

$$\langle v \rangle = \frac{T \sigma_{\dot{p}}}{2\pi \sqrt{\sigma_p^2 + \sigma_R^2}} \exp \left[ -\frac{(\langle R \rangle - \langle p \rangle)^2}{2(\sigma_p^2 + \sigma_R^2)} \right]$$

Найдем вероятность  $P(t)$ . Практический интерес представляет случай, когда появление последовательных выбросов можно считать независимыми "редкими" событиями. Примем, что число выбросов в течение времени  $T$  подчиняется закону Пуассона. При этом вероятность  $P(t)$  зависит только от математического ожидания  $\langle v \rangle$ . Тогда вероятность того, что за время  $T$  не произойдет ни одного выброса за уровень  $R$ , будет равна

$$P(t) = \exp \left[ - \int_0^{T_\infty} \int_0^\infty \dot{p} f \left( R, \frac{\dot{p}}{t} \right) d\dot{p} dt \right]$$

Обычно принимают, что несущая способность материала труб распределена по нормальному закону, тогда для функции надежности получим

$$P(t) = \exp \left\{ -\frac{t\sigma_p}{2\pi\sqrt{\sigma_p^2 + \sigma_R^2}} \exp \left[ -\frac{(\langle R \rangle - \langle p \rangle)^2}{2(\sigma_p^2 + \sigma_R^2)} \right] \right\}$$

где  $\langle R \rangle, \langle p \rangle$  – математические ожидания  $R$  и  $p$ .

При известной функции надежности среднее значение долговечности  $\bar{T}$  определим по формуле

$$\bar{T} = \int_0^\infty p(t) dt = \frac{2\pi\sqrt{\sigma_p^2 + \sigma_R^2}}{\sigma_p} \exp \left[ -\frac{(\langle R \rangle - \langle p \rangle)^2}{2(\sigma_p^2 + \sigma_R^2)} \right] \quad (8)$$

Введем безразмерные параметры  $n = \langle R \rangle / k \langle p \rangle$  – аналог коэффициента запаса;  $W_k = \sigma_k / \langle R \rangle$ ,  $W_p = \sigma_p / \langle p \rangle$  – коэффициенты изменчивости случайных величин  $R$  и  $p$ ;  $\gamma = \alpha / \beta$ ,

$T_* = \bar{T} \beta$  – безразмерное значение долговечности. Подставляя эти выражения в (8) с учетом ( $\sigma = k^2 \sigma_p^2$ ) получим окончательную формулу для определения долговечности

$$T_* = 2\pi \frac{1}{\gamma^2 + 1} \left( 1 + n^2 \frac{W_R^2}{W_p^2} \right) \exp \left[ \frac{(n-1)^2}{2(W_p^2 + nW_R^2)} \right] \quad (9)$$

Формула (9) может быть практически использована в проектных расчетах. Как известно, при проектировании газопроводов одним из основных расчетов является расчет на прочность, позволяющий определить такой конструктивный параметр как толщину стенки  $\delta$ . При заданных средних  $\langle R \rangle$  и  $\langle p \rangle$  толщина стенки рассчитывается по формуле

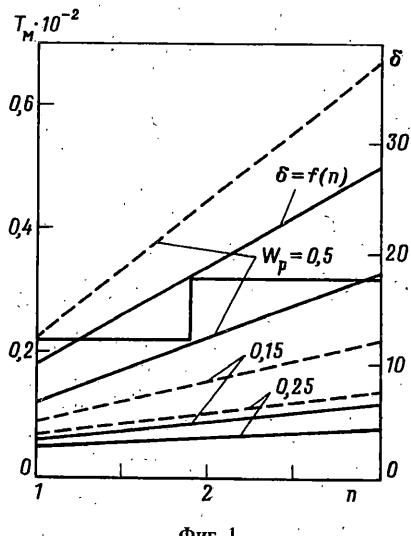
$$\delta = \frac{D_H}{2(\langle R \rangle / (n + \langle p \rangle) + 1)} \quad (10)$$

Если поставим задачу по определению толщины стенки газопровода заранее заданной долговечности, что в настоящее время ставится в газовой промышленности на повестку дня, то из формулы (9) можно получить соответствующую толщину стенки.

Для этого задаемся средней долговечностью  $\bar{T}$ , характеристиками нагрузки  $\alpha, \beta$  и из (9) определяем коэффициент запаса  $n$ . Подставляя полученное значение в (10), получим искомую толщину стенки.

Проиллюстрируем изложенный подход на фигуре, где представлена номограмма зависимостей безразмерной средней долговечности от коэффициента запаса  $n$  при различных значениях параметров  $W_R, W_p, \gamma$  и график зависимости толщины стенки  $\delta$  [мм] от  $n$  ( $\gamma=0,05$ ;  $D_H=1420$  мм;  $\langle R \rangle=600$  МПа;  $\langle p \rangle=7,5$  МПа).

Выразив долговечность через  $T_*$ , имея характеристики материала  $\langle R \rangle, W_R$  и нагрузку  $\langle p \rangle, W_p$  можно по номограмме определить толщину стенки  $\gamma$  (сплошные кривые соответствуют  $W_R=0,1$ , а штриховые –  $W_R=0,2$ ). Например, если долговечность  $T_*=22,5$ , то при  $\beta=0,78 \cdot 10^{-5}$  час<sup>-1</sup> соответствует  $\bar{T}=33$  года, а коэффициент изменчи-



Фиг. 1

вости предела прочности материала труб  $W_R=0,1$ , коэффициент изменчивости внутреннего давления  $W_R=0,5$ , средние значения  $\langle R \rangle = 60 \text{ кгс}/\text{мм}^2$  и  $\langle p \rangle = 75 \text{ кгс}/\text{см}^2$ , то для диаметра  $D_H=1420 \text{ мм}$  по номограмме получаем толщину стенки  $\delta=16,5 \text{ мм}$ .

Таким образом, зная статистические характеристики нагрузок на газопровод и данные о разбросе механических свойств материала труб, можно проектировать трубопровод с учетом требуемого уровня надежности уже на стадии проектирования.

Автор выражает признательность своему учителю В.В. Болотину за разработку теории надежности механических систем, в результате чего появилась возможность решения прикладных задач в различных отраслях промышленности: атомной и тепловой энергетике, авиационной и ракетной, нефтегазовой и так далее.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болотин В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. М.: Стройиздат, 1982. 135 с.
2. Харисоновский В.В. Повышение прочности газопроводов в сложных условиях. Л.: Недра, 1990. 180 с.

Москва

Поступила в редакцию  
9.I.1996