

УДК 531.8

© 1995 г. Н. Н. БОЛОТНИК, Ф. Л. ЧЕРНОУСЬКО

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ШАГАЮЩЕГО РОБОТА ДЛЯ ДВИЖЕНИЯ В ТРУБАХ

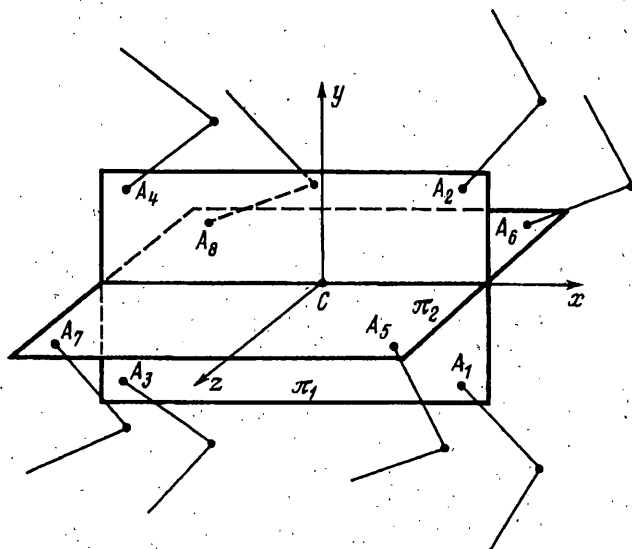
Описывается конструктивная схема восьминогого шагающего аппарата, предназначенного для движения в трубах. Исследуется проблема рационального выбора конструктивных параметров робота, его походки и управляющих моментов в приводах с целью максимизации движущей силы. В случае движения робота по вертикальной трубе получены оптимальное распределение усилий в опорных ногах, а также оптимальные параметры конструкции и походки, при которых реализуется максимальная движущая сила робота.

1. Введение. Шагающие роботы — перспективный класс автоматических транспортных машин для передвижения по нерегулярным поверхностям (например, в горах, на местности сложного рельефа), по вертикальным и наклонным поверхностям, по наружной и внутренней поверхности труб, а также в других сложных условиях, где использование колесных или гусеничных машин невозможно или очень затруднено. В связи с этим возникла и в настоящее время интенсивно развивается теория автоматических шагающих аппаратов, охватывающая динамику, устойчивость и управление движением шагающих машин. Существенное внимание при этом уделяется проблемам оптимизации конструктивных параметров, режимов управления и походок шагающих роботов. Этой проблематике посвящен ряд монографий (см., например, [1—5]).

Данная статья посвящена новому типу шагающего робота, предназначенного для движения в трубах. Рассматриваемая конструктивная схема аппарата предложена проф. Ф. Пфайффером (г. Мюнхен), под руководством которого в Техническом университете г. Мюнхена ведутся работы по созданию этого робота. Основная цель этой статьи — исследование зависимости движущей силы аппарата, создаваемой за счет сил трения стоп о поверхность трубы, от параметров конструкции и походки робота. Формулируется и решается задача максимизации движущей силы путем оптимального выбора походки, управляющих моментов приводов и длин звеньев ног.

2. Конструкция робота и геометрические соотношения. Рассматриваемый в статье шагающий робот предназначен для перемещения и производства работ в трубах, например, для дефектоскопии трубопроводов и устранения обнаруженных неисправностей. Робот состоит из корпуса, с которым посредством цилиндрических шарниров (плечевых или тазобедренных суставов) A_i , $i = 1, 2, \dots, 8$, соединены восемь одинаковых ног (фиг. 1). Шарниры A_i расположены в двух взаимно ортогональных плоскостях (π_1 и π_2), линию пересечения которых будем называть осью робота. В дальнейшем предполагается, что на этой оси лежит центр масс корпуса C .

Шарниры $A_1 - A_4$ расположены в плоскости π_1 , а шарниры $A_5 - A_8$ — в плоскости π_2 , как показано на фиг. 1. Оси этих шарниров перпендикулярны соответствующим плоскостям. Шарниры A_i в каждой из плоскостей π_1 и π_2 образуют прямоугольники ($A_1A_2A_3A_4$ и $A_5A_6A_7A_8$), для которых ось робота является общей осью симметрии и которые переходят друг в друга при повороте корпуса робота вокруг его оси на угол $\pi/2$. Стороны A_1A_3 , A_2A_4 , A_5A_7 и A_6A_8 равны друг другу и параллельны оси робота.



Фиг. 1

Свяжем с корпусом робота, рассматриваемым как абсолютно твердое тело, прямоугольную систему координат $Sxyz$, начало которой находится в центре масс корпуса, ось x ориентирована вдоль оси робота в направлении к прямой A_1A_2 , ось y расположена в плоскости π_1 и направлена к прямой A_2A_4 , а ось z расположена в плоскости π_2 и направлена к прямой A_3A_7 . Кроме того, введем системы координат $A_ix_jz_i$ ($i = 1, 2, \dots, 8$), начала которых расположены в точках пересечения осей шарниров A_i с соответствующими плоскостями, оси x_i коллинеарны оси x , оси y_i лежат в плоскости π_1 (для $i = 1, \dots, 4$) или π_2 (для $i = 5, \dots, 8$) и направлены к оси робота, а оси z_i дополняют систему осей x_iy_i до правой ортогональной тройки. Системы $A_ix_jz_i$ понадобятся в дальнейшем для описания конфигураций ног и походки робота. Матрицы перехода Γ_i от системы координат $Sxyz$ к системам координат $A_ix_jz_i$ имеют следующий вид:

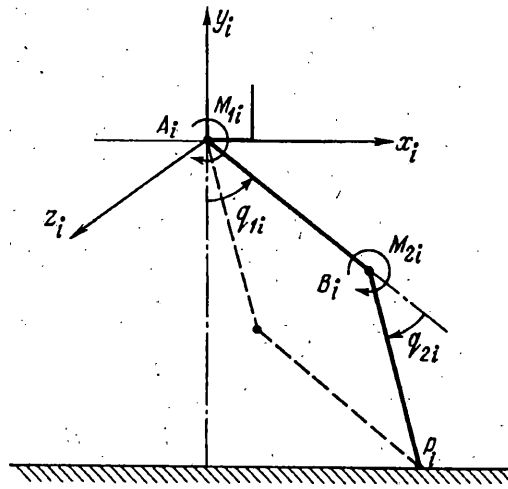
$$\Gamma_1 = \Gamma_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad \Gamma_2 = \Gamma_4 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} \quad (2.1)$$

$$\Gamma_5 = \Gamma_7 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}, \quad \Gamma_6 = \Gamma_8 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

Обозначим через R_i ($i = 1, 2, \dots, 8$) радиус-вектор шарнира A_i относительно центра масс C корпуса робота ($R_i = CA_i$), через a и d — x - и y -координаты шарнира A_2 , а через b — x -координату шарнира A_3 . Векторы R_i имеют следующие координатные представления в системе $Sxyz$:

$$R_1 = \begin{vmatrix} a \\ -d \\ 0 \end{vmatrix}, \quad R_2 = \begin{vmatrix} a \\ d \\ 0 \end{vmatrix}, \quad R_3 = \begin{vmatrix} b \\ -d \\ 0 \end{vmatrix}, \quad R_4 = \begin{vmatrix} b \\ d \\ 0 \end{vmatrix} \quad (2.2)$$

$$R_5 = \begin{vmatrix} a \\ 0 \\ d \end{vmatrix}, \quad R_6 = \begin{vmatrix} a \\ 0 \\ -d \end{vmatrix}, \quad R_7 = \begin{vmatrix} b \\ 0 \\ d \end{vmatrix}, \quad R_8 = \begin{vmatrix} b \\ 0 \\ -d \end{vmatrix}$$



Фиг. 2

Ноги робота представляют собой шарнирные двузвенники, лежащие в плоскостях $A_i x_i y_i$ систем координат $A_i x_i y_i z_i$ (фиг. 2). Первое звено i -ой ноги соединено с корпусом робота посредством шарнира A_i , а второе звено связано с первым при помощи цилиндрического шарнира (коленного сустава) B_i , ось которого параллельна оси шарнира A_i . На конце второго звена расположена стопа P_i , линейные размеры которой много меньше длин звеньев ноги. В дальнейшем звенья ноги считаются абсолютно твердыми телами, а стопа — точкой, которая контактирует с поверхностью трубы, когда соответствующая нога находится в опорной (активной) фазе. В шарнирах A_i и B_i расположены приводы, создающие управляющие моменты M_{1i} и M_{2i} соответственно. Направления действия моментов M_{1i} и M_{2i} , принимаемые за положительные, показаны на фиг. 2 стрелками.

Конфигурацию i -ой ноги можно описывать при помощи двух углов q_{1i} и q_{2i} отсчитываемых, как показано на фиг. 2. Угол q_{1i} определяет положение первого звена ноги относительно корпуса робота, а q_{2i} есть угол между первым и вторым звеньями. Координаты x_i и y_i стопы P_i в системе $A_i x_i y_i z_i$ связаны с углами q_{1i} и q_{2i} следующим образом:

$$x_i = l_1 \sin q_{1i} + l_2 \sin (q_{1i} - q_{2i}) \quad (2.3)$$

$$y_i = -l_1 \cos q_{1i} - l_2 \cos (q_{1i} - q_{2i})$$

Здесь l_1 и l_2 — длины первого и второго звеньев соответственно. При описании походки робота часто удобно задавать движение ноги в терминах зависимости от времени координат ее стопы, а не углов в шарнирах. В связи с этим разрешим систему уравнений (2.3) относительно q_{1i} и q_{2i} . Переносим слагаемые $l_1 \sin q_{1i}$ и $l_1 \cos q_{1i}$ в левые части соответствующих уравнений, а затем возводя эти уравнения в квадрат и складывая, получим

$$x_i^2 + y_i^2 + l_1^2 - l_2^2 - 2l_1 x_i \sin q_{1i} + 2l_1 y_i \cos q_{1i} = 0 \quad (2.4)$$

Возведя обе части последнего уравнения в квадрат и воспользовавшись тождеством $\cos^2 q_{1i} = 1 - \sin^2 q_{1i}$, получим квадратное уравнение относительно $\sin q_{1i}$, решение которого дает

$$\sin q_{1i} = \frac{x_i (x_i^2 + y_i^2 + l_1^2 - l_2^2) - \gamma y_i A}{2l_1 (x_i^2 + y_i^2)} \quad (2.5)$$

$$A = [2(l_1^2 + l_2^2)(x_i^2 + y_i^2) - (x_i^2 + y_i^2)^2 - (l_1^2 - l_2^2)^2]^{1/2}$$

Здесь γ — множитель, который может принимать значения +1 или -1.

Аналогично, из (2.4) можно получить квадратное уравнение относительно $\cos q_{1i}$, решение которого приводит к выражению

$$\cos q_{1i} = - \frac{y_i (x_i^2 + y_i^2 + l_1^2 - l_2^2) + \gamma x_i A}{2l_1 (x_i^2 + y_i^2)} \quad (2.6)$$

После этого из (1.2) находим

$$\sin (q_{1i} - q_{2i}) = \frac{x_i - l_1 \sin q_{1i}}{l_2} = \frac{x_i (x_i^2 + y_i^2 - l_1^2 + l_2^2) + \gamma y_i A}{2l_2 (x_i^2 + y_i^2)} \quad (2.7)$$

$$\cos (q_{1i} - q_{2i}) = - \frac{y_i + l_1 \cos q_{1i}}{l_2} = - \frac{y_i (x_i^2 + y_i^2 - l_1^2 + l_2^2) - \gamma x_i A}{2l_2 (x_i^2 + y_i^2)}$$

$$\sin q_{2i} = - \frac{x_i \cos q_{1i} + y_i \sin q_{1i}}{l_2} = \frac{\gamma A}{2l_1 l_2}$$

$$\cos q_{2i} = \frac{x_i \sin q_{1i} - y_i \cos q_{1i} - l_1}{l_2} = \frac{x_i^2 + y_i^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2}$$

Отметим, что вещественные решения (2.5)–(2.7) существуют тогда и только тогда, когда подкоренное выражение в формуле (2.5) для A неотрицательно. Подкоренное выражение есть квадратичная функция относительно $x_i^2 + y_i^2$. Корни этой функции суть $(l_1 - l_2)^2$ и $(l_1 + l_2)^2$, и условие неотрицательности выражается неравенствами

$$|l_1 - l_2| \leq (x_i^2 + y_i^2)^{1/2} \leq l_1 + l_2 \quad (2.8)$$

которые имеют простой геометрический смысл: расстояние от шарнира A_i до стопы не может быть больше суммы или меньше модуля разности длин звеньев ноги. Область, задаваемая неравенствами (2.8), иногда называется зоной достижимости ноги.

Из (2.5)–(2.7) вытекает, что если $A \neq 0$, то каждой паре допустимых значений x_i и y_i отвечают два решения (2.5)–(2.7), одно из них соответствует $\gamma = 1$, а другое — $\gamma = -1$. Это отражает очевидный геометрический факт: каждому допустимому положению стопы, не лежащему на границе зоны достижимости, отвечают две конфигурации ноги, отличающиеся положением коленного шарнира относительно прямой, соединяющей шарнир A_i со стопой. На фиг. 2 конфигурации, соответствующие $\gamma = 1$ и $\gamma = -1$, показаны соответственно сплошной и штриховой линиями. Таким образом, положение стопы не определяет конфигурацию ноги однозначно, нужно еще знать тип конфигурации двузвенника, описываемый параметром γ . Поскольку при движении робота углы q_{1i} и q_{2i} изменяются непрерывно, тип конфигурации ноги может изменяться только в момент нахождения стопы на границе зоны достижимости.

3. Прямолинейное движение. Уравнения динамики. Ограничимся прямолинейными движениями робота в цилиндрической трубе, при которых ось робота совпадает с осью трубы, а его корпус перемещается поступательно.

Будем в общем случае считать, что ось трубы наклонена под углом δ к горизонтальной плоскости, а робот повернут на произвольный угол α вокруг собственной оси. Более точно, углы δ и α определяются следующим образом. Введем неподвижную (инерциальную) прямоугольную правую систему координат $OXYZ$ такую, что ось Y направлена вертикально вверх, а в плоскости OXY лежит ось трубы. Обозначим через δ угол между осью X и осью x системы координат S_{xyz} , связанной с корпусом робота, а через α — угол между вертикальной плоскостью OXY и осью y системы S_{xyz} . Углы δ и α можно трактовать как углы двух последовательных поворотов, посредством которых система S_{xyz} приводится в положение, отвечающее ориентации робота при

движении, из исходного положения, при котором оси систем координат S_{xyz} и $OXYZ$ соответственно коллинеарны. Первый поворот (на угол δ) производится вокруг оси Z , а второй (на угол α) — вокруг оси x . В соответствии с этим матрица Γ_0 перехода от системы координат $OXYZ$ к системе координат S_{xyz} определяется следующим образом:

$$\Gamma_0 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos \delta & \sin \delta & 0 \\ -\sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \delta & \sin \delta & 0 \\ -\cos \alpha \sin \delta & \cos \alpha \cos \delta & \sin \alpha \\ \sin \alpha \sin \delta & -\sin \alpha \cos \delta & \cos \alpha \end{vmatrix} \quad (3.1)$$

Предположим для простоты, что масса звеньев ног много меньше массы корпуса и в первом приближении инерционностью ног можно пренебречь. Составим уравнения, описывающие прямолинейное движение робота под действием силы тяжести, управляющих моментов в шарнирах ног и сил реакции опоры, приложенных к стопам. Введем следующие обозначения: m — масса корпуса робота (и, следовательно, всего робота, поскольку массой ног пренебрегается); R_C — радиус-вектор центра масс C робота относительно полюса O инерциальной системы отсчета; r_{p_i} — радиус-вектор стопы i -ой ноги относительно шарнира A_i , g — вектор ускорения силы тяжести; F_i — сила реакции опоры, приложенная к стопе i -ой ноги; F_i , N_i и Φ_i — x -, y - и z -компоненты вектора F_i в системе координат $A_i x_i y_i z_i$.

Уравнения динамики робота можно разбить на две группы. Уравнения первой группы описывают движение робота как целого и в векторной записи имеют вид:

$$m\ddot{R}_C = mg + \sum_{i=1}^8 F_i \quad (3.2)$$

$$\sum_{i=1}^8 (R_i + r_{p_i}) \times F_i = 0 \quad (3.3)$$

Здесь R_i — радиусы-векторы шарниров A_i , определяемые равенствами (2.2). Уравнение (3.2) есть уравнение движения центра масс робота, а (3.3) отражает равенство нулю главного момента внешних сил, приложенных к роботу, относительно его центра масс. Последнее имеет место вследствие того, что корпус робота движется поступательно (и, следовательно, момент его импульса относительно центра масс равен нулю), а ноги, по предположению, безынерционны.

Входящие в (3.2) и (3.3) векторы r_{p_i} и F_i удобно представлять компонентами в соответствующих системах координат $A_i x_i y_i z_i$. В этих системах координат

$$r_{p_i} = \begin{vmatrix} x_i \\ y_i \\ 0 \end{vmatrix}, \quad F_i = \begin{vmatrix} F_i \\ N_i \\ \Phi_i \end{vmatrix} \quad (3.4)$$

где x_i и y_i — координаты стопы i -ой ноги, определяемые соотношениями (2.3).

Сами уравнения (3.2) и (3.3) удобно рассматривать в проекциях на оси системы координат S_{xyz} , связанной с корпусом робота. Проектирование осуществляется при помощи матриц Γ_i ($i = 1, \dots, 8$), задаваемых равенствами (2.1), и матрицы Γ_0 , определенной в (3.1). В системе координат S_{xyz} уравнения (3.2) и (3.3) имеют вид

$$m \begin{vmatrix} \ddot{x}_C \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = m \Gamma_0 \begin{vmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{vmatrix} + \sum_{i=1}^8 \Gamma_i^T \begin{vmatrix} F_i \\ N_i \\ \Phi_i \end{vmatrix} \quad (3.5)$$

$$\sum_{i=1}^8 \left(R_i + \Gamma_i^T \begin{vmatrix} x_i \\ y_i \\ 0 \end{vmatrix} \right) \times \Gamma_i^T \begin{vmatrix} F_i \\ N_i \\ \Phi_i \end{vmatrix} = 0 \quad (3.6)$$

Здесь \ddot{x}_c — ускорение корпуса робота в направлении оси x , а под R_i понимаются векторы-столбцы (2.2), задающие положения шарниров A_i в системе координат S_{xyz} . Верхний индекс T означает транспонирование матрицы.

Сила реакции опоры F_i состоит из силы трения между поверхностями стопы и трубы (компоненты F_i и Φ) и силы нормального давления N_i . Компоненты силы F_i должны удовлетворять условию неотрицательности нормальной реакции и закону Кулона для сил сухого трения:

$$N_i \geq 0, \quad F_i^2 + \Phi_i^2 \leq \mu^2 N_i^2 \quad (3.7)$$

где μ — коэффициент трения между стопой и поверхностью трубы.

Если стопа i -ой ноги не касается поверхности трубы, то $F_i = 0$. Для всех ног, стопы которых находятся в контакте с поверхностью трубы, координаты y_i одинаковы и равны $-h$, где h — расстояние от соответствующего шарнира A_i до поверхности трубы. Величина h связана с радиусом трубы ρ и расстоянием от шарнира A_i до оси трубы d соотношением

$$h = \rho - d \quad (3.8)$$

В технической литературе величина h называется клиренсом между корпусом робота и поверхностью трубы.

Уравнения второй группы выражают баланс моментов сил, действующих на каждую ногу, и имеют вид

$$F_i [l_1 \cos q_{1i} + l_2 \cos (q_{1i} - q_{2i})] + N_i [l_1 \sin q_{1i} + l_2 \sin (q_{1i} - q_{2i})] = M_{1i} \quad (3.9)$$

$$F_i l_2 \cos (q_{1i} - q_{2i}) + N_i l_2 \sin (q_{1i} - q_{2i}) = M_{2i} \quad (i = 1, \dots, 8) \quad (3.10)$$

Уравнение (3.9) описывает баланс моментов сил, действующих на i -ую ногу в целом, а уравнение (3.10) — баланс моментов сил, действующих на второе звено.

Систему уравнений (3.9), (3.10) можно разрешить относительно F_i и N_i , выразив тем самым соответствующие компоненты силы реакции через управляющие моменты:

$$F_i = f_{1i} M_{1i} + f_{2i} M_{2i}, \quad N_i = n_{1i} M_{1i} + n_{2i} M_{2i} \quad (3.11)$$

$$f_{1i} = -\frac{\sin (q_{1i} - q_{2i})}{l_1 \sin q_{2i}}, \quad f_{2i} = \frac{l_1 \sin q_{1i} + l_2 \sin (q_{1i} - q_{2i})}{l_1 l_2 \sin q_{2i}}$$

$$n_{1i} = \frac{\cos (q_{1i} - q_{2i})}{l_1 \sin q_{2i}}, \quad n_{2i} = -\frac{l_1 \cos q_{1i} + l_2 \cos (q_{1i} - q_{2i})}{l_1 l_2 \sin q_{2i}}$$

Из (3.11) вытекает, что если $\sin q_{2i} \neq 0$, т. е. если нога не распрямлена и не сложена, то между управляющими моментами M_{1i} и M_{2i} в шарнирах ноги и компонентами F_i и N_i силы реакции имеется взаимнооднозначное соответствие. Если $\sin q_{2i} = 0$, то система уравнения (3.9), (3.10) имеет решение тогда и только тогда, когда между управляющими моментами выполняется соотношение $M_{1i} l_2 = M_{2i} (l_1 + l_2)$, при этом любые F_i и N_i , удовлетворяющие одному из уравнений (3.9), (3.10), удовлетворяют и другому. Таким образом, при $\sin q_{2i} = 0$ решение системы уравнений (3.9), (3.10) относительно F_i и N_i либо не существует, либо неоднозначно, т. е. имеет место статическая неопределимость. В дальнейшем случай $\sin q_{2i} = 0$ рассматриваться не будет.

Если стопа ноги не находится в контакте с поверхностью (т. е. данная нога не является опорной), то, очевидно, $F_i = 0$ и $N_i = 0$ для этой ноги и, как следует из (3.9) и (3.10), $M_{1i} = 0$ и $M_{2i} = 0$. Поэтому уравнения (3.9), (3.10) и (3.11) имеют нетривиальные решения и представляют существенный интерес только для опорных ног. В этом случае, как отмечалось выше, $y_i = -h$, где h — клиренс между корпусом робота и поверхностью трубы, определяемый равенством (3.8).

Используя соотношения (2.5)—(2.7), можно выразить коэффициенты f_{1i} , f_{2i} , n_{1i} и n_{2i} в (3.11) в виде функций от x_i , $y_i = -h$, l_1 , l_2 и γ_i . Таким образом, в соответствии с (2.11) для опорных ног имеем

$$F_i = F_i(x_i, h, l_1, l_2, \gamma_i, M_{1i}, M_{2i}), \quad N_i = N_i(x_i, h, l_1, l_2, \gamma_i, M_{1i}, M_{2i})$$

4. Попеременная симметричная походка. Будем рассматривать походки, обладающие следующими характеристиками:

1) в каждый момент времени все четыре ноги одной из плоскостей π_1 или π_2 являются опорными, а все ноги другой плоскости находятся в фазе переноса;

2) все опорные ноги в каждый момент времени имеют одинаковые конфигурации, т. е. $x_i = x_{i+1} = x_{i+2} = x_{i+3}$, $\gamma_i = \gamma_{i+1} = \gamma_{i+2} = \gamma_{i+3}$, где $i = 1$, если в опорной фазе находятся ноги, расположенные в плоскости π_1 , и $i = 5$, если опорными являются ноги, расположенные в плоскости π_2 ;

3) за время нахождения в опорной фазе ног, расположенных в одной из плоскостей π_1 или π_2 , робот продвигается на одно и то же расстояние s вдоль оси трубы в положительном направлении оси x .

Такие походки естественно назвать попеременными (так как ноги, расположенные в каждой из плоскостей π_1 и π_2 , попеременно находятся то в опорной фазе, то в фазе переноса) и симметричными (поскольку в каждый момент времени все опорные ноги имеют одинаковые конфигурации).

Для попеременных симметричных походок уравнения (3.5) и (3.6) существенно упрощаются. Если опорными являются ноги, лежащие в плоскости π_1 , то система уравнений (3.5) и (3.6) принимает вид

$$F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = mg \sin \delta + m\ddot{x}_c \quad (4.1)$$

$$N_1 - N_2 + N_3 - N_4 = mg \cos \alpha \cos \delta \quad (4.2)$$

$$\Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 - \Phi_4 = -mg \sin \alpha \cos \delta \quad (4.3)$$

$$\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 = 0 \quad (4.4)$$

$$(\Phi_1 - \Phi_2)(x + a) + (\Phi_3 - \Phi_4)(x + b) = 0 \quad (4.5)$$

$$(N_1 - N_2)(x + a) + (N_3 - N_4)(x + b) + (F_1 - F_2 + F_3 - F_4)(h + d) = 0 \quad (4.6)$$

Здесь x — координата ступни опорной ноги в соответствующей системе $A_i x_i y_i z_i$. Индекс i опущен, поскольку при попеременных симметричных походках для всех четырех опорных ног значение координаты x одно и то же. Если опорными являются ноги, лежащие в плоскости π_2 , то соответствующие уравнения получаются из (4.1)—(4.6), если индексы 1, 2, 3, 4 заменить соответственно на 5, 6, 7, 8, а угол α — на $\alpha - \pi/2$. Компоненты Φ_i ($i = 1, 2, 3, 4$) сил реакции опоры, перпендикулярные плоскости опорных ног, входят только в уравнения (4.3)—(4.5), и в то же время другие компоненты сил не входят в эти уравнения. Однако четыре неизвестных Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 и Φ_4 не могут быть однозначно найдены из трех уравнений (4.3)—(4.5).

Для разрешения статической неопределимости воспользуемся следующим известным приемом. Предположим, что оси шарниров A_i испытывают малую упругую податливость на изгиб, причем изгибные жесткости всех шарниров одинаковы и равны c . Тогда упругая потенциальная энергия деформированных суставов A_i опорных ног выразится следующим образом:

$$\Pi = \frac{1}{2c} \sum_{i=1}^4 M_{*i}^2$$

где M_{*i} — внешний изгибающий момент, приложенный к шарниру A_i . Изгибающие

моменты создаются силами Φ_i ($i = 1, 2, 3, 4$), которые имеют одинаковые плечи h . Поэтому

$$\Pi = \frac{h^2}{2c} \sum_{i=1}^4 \Phi_i^2 \quad (4.7)$$

Так как устойчивое положение равновесия механической системы отвечает минимуму потенциальной энергии, то силы Φ_i можно найти, минимизируя квадратичную форму (4.7) при ограничениях (4.3)–(4.5). Решение этой задачи на условный экстремум при помощи метода множителей Лагранжа дает

$$\Phi_1 = -\Phi_2 = \frac{mg(x+b)}{2(a-b)} \sin \alpha \cos \delta \quad (4.8)$$

$$\Phi_3 = -\Phi_4 = \frac{mg(x+a)}{2(b-a)} \sin \alpha \cos \delta$$

Компоненты сил реакции F_i и N_i , лежащие в плоскости опорных ног, должны удовлетворять уравнениям (4.2) и (4.6), а также уравнениям (3.9) и (3.10) (или (3.11)), связывающим величины F_i и N_i с управляющими моментами M_{1i} и M_{2i} . Кроме того, должны выполняться неравенства (3.7), гарантирующие контакт стопы с поверхностью трубы и отсутствие проскальзывания. Уравнение (4.1) при этом служит для определения ускорения \ddot{x}_c корпуса робота.

Поскольку компоненты сил реакции F_i и N_i для i -ой опорной ноги однозначно выражаются через соответствующие управляющие моменты согласно формулам (3.11), то, подставляя (3.11) в уравнения (4.2) и (4.6), получим

$$\sum_{k=1}^4 (-1)^{k-1} (n_1 M_{1k} + n_2 M_{2k}) = mg \cos \alpha \cos \delta \quad (4.9)$$

$$\sum_{i=1}^2 (-1)^{i-1} (n_1 M_{1i} + n_2 M_{2i}) (x+a) + \sum_{j=3}^4 (-1)^{j-1} (n_1 M_{1j} + n_2 M_{2j}) (x+b) + (h+d) \sum_{k=1}^4 (-1)^{k-1} (f_1 M_{1k} + f_2 M_{2k}) = 0$$

Здесь второй индекс i у коэффициентов f_{1i} , f_{2i} , n_{1i} и n_{2i} , определенных в (3.11), опущен, так как для попеременной симметричной походки эти коэффициенты одинаковы для всех опорных ног. Напомним, что коэффициенты f_1 , f_2 , n_1 и n_2 зависят от x , h , l_1 , l_2 и γ .

После подстановки (3.11) в неравенства (3.7) будем иметь

$$n_1 M_{1i} + n_2 M_{2i} \geq 0 \quad (4.10)$$

$$(f_1 M_{1i} + f_2 M_{2i})^2 + \Phi_i^2 \leq \mu^2 (n_1 M_{1i} + n_2 M_{2i})^2 \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

где Φ_i определяются соотношениями (4.8). Уравнения (4.9) и неравенства (4.10) в совокупности определяют множество допустимых значений управляющих моментов, при которых обеспечивается прямолинейное движение робота в трубе.

5. Оптимальное распределение управляющих моментов. Сформулируем следующую задачу оптимизации.

Задача 1. Пусть на управляющие моменты наложены ограничения

$$|M_{1i}| \leq M_1^0, \quad |M_{2i}| \leq M_2^0 \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (5.1)$$

где M_1^0 и M_2^0 — заданные положительные постоянные. Требуется выбрать значения M_{1i} и M_{2i} , $i = 1, 2, 3, 4$, удовлетворяющие ограничениям (5.1), равенствам (4.9) и неравенствам (4.10) и максимизирующие суммарную силу

$$F = \sum_{i=1}^4 F_i = \sum_{i=1}^4 (f_1 M_{1i} + f_2 M_{2i}) \quad (5.2)$$

действующую в направлении движения робота.

Знание максимально возможной движущей силы, достижимой при ограниченных управляющих моментах, практически важно, например, для определения максимальной грузоподъемности робота.

Рассмотрим движение робота в вертикальной трубе ($\delta = \pm \pi/2$). В этом случае задача 1 упрощается: правая часть первого уравнения (4.9) обращается в нуль; составляющие Φ_i сил трения, ортогональные плоскости опорных ног, обращаются в нуль согласно (4.8); квадратичное неравенство в (4.10) сводится к линейным неравенствам. Таким образом, рассматриваемая задача оптимизации становится задачей линейного программирования. Более того, максимизация суммарной силы (5.2) сводится к максимизации силы $F_i = f_1 M_{1i} + f_2 M_{2i}$, развиваемой каждой ногой в отдельности, при ограничениях (5.1) и условиях (4.10). Действительно, максимум суммы сил (5.2) не превышает суммы максимумов этих сил, определенных при условиях (5.1) и (4.10), являющихся частью полной системы ограничений (5.1), (4.9), (4.10). С другой стороны, так как ограничения (5.1), (4.10) одинаковы для всех i , то одинаковы максимумы всех F_i и моменты M_{1i} и M_{2i} , реализующие эти максимумы при ограничениях (5.1), (4.10). Подстановка показывает, что при $F_1 = F_2 = F_3 = F_4$, $M_{11} = M_{12} = M_{13} = M_{14}$, $M_{21} = M_{22} = M_{23} = M_{24}$ ограничения (4.9) при $\delta = \pm \pi/2$ также удовлетворяются. Поэтому задача 1 при $\delta = \pm \pi/2$ сводится к задаче максимизации силы, развиваемой одной опорной ногой.

Задача 2. Определить моменты M_1 и M_2 , максимизирующие функцию

$$F = f_1 M_1 + f_2 M_2 \quad (5.3)$$

при ограничениях

$$|M_1| \leq M_1^0, \quad |M_2| \leq M_2^0 \quad (5.4)$$

$$n_1 M_1 + n_2 M_2 \geq 0 \quad (5.5)$$

$$-\mu (n_1 M_1 + n_2 M_2) \leq f_1 M_1 + f_2 M_2 \leq \mu (n_1 M_1 + n_2 M_2) \quad (5.6)$$

Здесь индекс i , указывающий номер ноги, опущен.

Значения $M_1 = 0$, $M_2 = 0$, отвечающие $F = 0$, принадлежат области допустимых значений (5.4)–(5.6) переменных M_1 , M_2 . Поэтому при решении задачи 2 достаточно рассматривать только такие M_1 и M_2 , при которых $f_1 M_1 + f_2 M_2 \geq 0$, и левое неравенство в (5.6) можно опустить. Тогда (5.5) становится следствием (5.6).

Введя новые переменные

$$\varphi_1 = f_1, \quad \varphi_2 = m_0 f_2, \quad m_0 = M_2^0 / M_1^0$$

$$v_1 = \mu n_1 - f_1, \quad v_2 = m_0 (\mu n_2 - f_2)$$

$$\tilde{M}_1 = M_1 / M_1^0, \quad \tilde{M}_2 = M_2 / M_2^0, \quad \tilde{F} = F / M_1^0 \quad (5.7)$$

задачу 2 можно сформулировать следующим образом: найти \tilde{M}_1 и \tilde{M}_2 , максимизирующие функцию

$$\tilde{F} = \varphi_1 \tilde{M}_1 + \varphi_2 \tilde{M}_2 \quad (5.8)$$

при ограничениях

$$v_1 \tilde{M}_1 + v_2 \tilde{M}_2 \geq 0 \quad (5.9)$$

$$|\tilde{M}_1| \leq 1, \quad |\tilde{M}_2| \leq 1 \quad (5.10)$$

Максимум функции (5.8) в задаче линейного программирования (5.8)–(5.10) всегда достигается в одной из вершин многоугольника, определяемого неравенствами (5.9), (5.10).

Предположим сначала, что искомый максимум реализуется в одной из вершин квадрата (5.10), т. е. имеет место один из следующих случаев

$$\tilde{M}_1 = 1, \tilde{M}_2 = 1; \tilde{M}_1 = 1, \tilde{M}_2 = -1 \quad (5.11)$$

$$\tilde{M}_1 = -1, \tilde{M}_2 = 1; \tilde{M}_1 = -1, \tilde{M}_2 = -1$$

Тогда, как следует из (5.8), (5.9), должны выполняться группы неравенств, соответствующие четырем случаям из (5.11):

$$\varphi_1 \geq 0, \varphi_2 \geq 0, v_1 + v_2 \geq 0 \quad (5.12)$$

$$\varphi_1 \geq 0, \varphi_2 \leq 0, v_1 - v_2 \geq 0$$

$$\varphi_1 \leq 0, \varphi_2 \geq 0, v_2 - v_1 \geq 0$$

$$\varphi_1 \leq 0, \varphi_2 \leq 0, v_1 + v_2 \leq 0$$

Во всех указанных случаях имеем

$$\tilde{F} = |\varphi_1| + |\varphi_2| \quad (5.13)$$

причем неравенство (5.9) выполняется автоматически.

Рассмотрим теперь случай, когда искомый максимум достигается на пересечении квадрата (5.10) с прямой, ограничивающей полуплоскость (5.9)

$$v_1 \tilde{M}_1 + v_2 \tilde{M}_2 = 0 \quad (5.14)$$

Из (5.8) и (5.14) вытекает, что

$$\tilde{F} = \frac{\varphi_2 v_1 - \varphi_1 v_2}{v_1} \tilde{M}_2, \tilde{M}_1 = -\frac{v_2}{v_1} \tilde{M}_2 \text{ при } v_1 \neq 0 \quad (5.15)$$

$$\tilde{F} = \frac{\varphi_1 v_2 - \varphi_2 v_1}{v_2} \tilde{M}_1, \tilde{M}_2 = -\frac{v_1}{v_2} \tilde{M}_1 \text{ при } v_2 \neq 0$$

С учетом (5.7), выражений (3.11) для f_1, f_2, n_1, n_2 и формулы (2.7) для $\sin q_2$ имеем

$$\varphi_2 v_1 - \varphi_1 v_2 = m_0 \mu (f_2 n_1 - f_1 n_2) = m_0 \mu / (l_1 l_2 \sin q_2) = 2m_0 \mu / (\gamma A) \quad (5.16)$$

Здесь A определяется выражением (2.5), где следует положить $x_i = x, y_i = -h$. Подставляя (5.16) в (5.15), получим

$$\tilde{F} = \frac{2m_0 \mu}{A \gamma v_1} \tilde{M}_2, \tilde{M}_1 = -\frac{v_2}{v_1} \tilde{M}_2 \text{ при } v_1 \neq 0 \quad (5.17)$$

$$\tilde{F} = -\frac{2m_0 \mu}{A \gamma v_2} \tilde{M}_1, \tilde{M}_2 = -\frac{v_1}{v_2} \tilde{M}_1 \text{ при } v_2 \neq 0$$

Максимизация функции \tilde{F} , задаваемой соотношениями (5.17), при ограничениях (5.10) дает

$$\tilde{F} = 2m_0 \mu / [A \max(|v_1|, |v_2|)] \quad (5.18)$$

Максимальное значение (5.18) достигается при следующих значениях управляющих моментов:

$$\tilde{M}_1 = -\gamma v_2 / |v_1|, \tilde{M}_2 = \text{sign}(\gamma v_1) \text{ при } |v_1| \geq |v_2| \quad (5.19)$$

$$\tilde{M}_1 = -\text{sign}(\gamma v_2), \tilde{M}_2 = \gamma v_1 / |v_2| \text{ при } |v_1| \leq |v_2|$$

Представим окончательное решение задачи 2, объединяя соотношения (5.11) — (5.13) и (5.18), (5.19) и возвращаясь к исходным переменным согласно (5.7).

Максимальная сила, развиваемая опорной ногой в направлении движения робота, равна

$$F_*(x, h, l_1, l_2, \gamma, M_1^0, M_2^0, \mu) = \max_{M_1, M_2} F = \quad (5.20)$$

$$= \begin{cases} |f_1| M_1^0 + |f_2| M_2^0, \\ \text{если } f_1 f_2 \geq 0, f_1 [M_1^0 (\mu n_1 - f_1) + M_2^0 (\mu n_2 - f_2)] \geq 0 \\ \text{или } f_1 f_2 \leq 0, f_1 [M_1^0 (\mu n_1 - f_1) - M_2^0 (\mu n_2 - f_2)] \geq 0; \\ 2M_1^0 M_2^0 \mu / [A \max (M_1^0 |\mu n_1 - f_1|, M_2^0 |\mu n_2 - f_2|)] \\ \text{в противном случае} \end{cases}$$

Управляющие моменты при этом формируются следующим образом:

$$M_i = M_i^0 \text{sign } f_i \quad (i = 1, 2) \quad (5.21)$$

если $f_1 f_2 \geq 0, f_1 [M_1^0 (\mu n_1 - f_1) + M_2^0 (\mu n_2 - f_2)] \geq 0$

или $f_1 f_2 \leq 0, f_1 [M_1^0 (\mu n_1 - f_1) - M_2^0 (\mu n_2 - f_2)] \geq 0$

в противном случае

$$M_1 = \begin{cases} -\frac{\gamma M_2^0 (\mu n_2 - f_2)}{|\mu n_1 - f_1|}, & \text{если } M_1^0 |\mu n_1 - f_1| \geq M_2^0 |\mu n_2 - f_2| \\ -M_1^0 \text{sign } [\gamma (\mu n_2 - f_2)], & \text{если } M_1^0 |\mu n_1 - f_1| \leq M_2^0 |\mu n_2 - f_2| \end{cases}$$

$$M_2 = \begin{cases} M_2^0 \text{sign } [\gamma (\mu n_1 - f_1)], & \text{если } M_1^0 |\mu n_1 - f_1| \geq M_2^0 |\mu n_2 - f_2| \\ \frac{\gamma M_1^0 (\mu n_1 - f_1)}{|\mu n_2 - f_2|}, & \text{если } M_1^0 |\mu n_1 - f_1| \leq M_2^0 |\mu n_2 - f_2| \end{cases}$$

6. Выбор параметров конструкции и походки робота. Численные эксперименты. Параметры робота естественно выбирать, исходя из некоторого критерия качества. Ниже предлагается один из возможных критериев.

Опорная фаза ног при попеременной симметричной походке (разд. 4) полностью определяется заданием положений стопы в начале ($x = x^+$) и в конце ($x = x^-$) опорной фазы, а также параметра $\gamma = \pm 1$, характеризующего тип конфигурации ног. Положим для определенности $\gamma = 1$. Это отвечает конфигурации, при которой ноги согнуты в колене в направлении движения робота. Начальное и конечное значения x -координаты (в соответствующей системе A, x, y, z) связаны соотношением $x^- = x^+ - s$, где s — расстояние, на которое перемещается робот за время опорной фазы одной группы ног (длина шага). Ограничиваясь, как в п. 5, движением робота по вертикальной трубе, примем за критерий качества следующую функцию

$$J(x^+, s, h, l_1, l_2, M_1^0, M_2^0, \mu) = \min_{x \in [x^+ - s, x^+]} F_*(x, h, l_1, l_2, 1, M_1^0, M_2^0, \mu) \quad (6.1)$$

где F_* определяется формулой (5.20). Функция J есть минимальное за время опорной фазы значение движущей силы ноги при условии, что в каждый момент времени управляющие моменты распределяются согласно (5.21), т. е. максимизируют эту силу.

Таким образом, критерий (6.1) определяет гарантированный максимум движущей силы ноги и является важным показателем робота, определяющим, в частности, его грузоподъемность.

Исследуем характер изменения функции J при варьировании ее аргументов с целью выбора оптимальных параметров конструкции и походки робота. Определим сначала область допустимых значений геометрических параметров l_1 ,

l_2, h, x^+, s . Для того, чтобы нога достигала поверхности трубы, необходимо выполнение неравенства

$$l_1 + l_2 \geq h \quad (6.2)$$

Кроме того, наложим на длины звеньев ног дополнительные ограничения:

$$l_1 < h, \quad l_2 < h \quad (6.3)$$

Из неравенств (6.2), (6.3) следует, что робот может двигаться с максимальным шагом, при котором нога распрямлена в начале и в конце опорной фазы. При этом во все моменты времени нога будет находиться между поверхностью трубы и прямой, проведенной через соответствующий шарнир A_i параллельно оси робота, т. е. исключаются удары ноги о корпус робота и касание трубы коленным шарниром.

Параметры походки x^+ и s должны удовлетворять неравенству

$$- [(l_1 + l_2)^2 - h^2]^{1/2} + s < x^+ < [(l_1 + l_2)^2 - h^2]^{1/2} \quad (6.4)$$

имеющему простой геометрический смысл: начальное (x^+) и конечное ($x^+ - s$) положения стопы должны лежать между крайними положениями, возможными при распрямленной ноге.

Для исследования характера изменения функции (6.1) при варьировании ее аргументов были проведены две серии вычислительных экспериментов.

Серия 1. Фиксировались длина первого звена ноги (l_1) и максимально допустимый момент M_1^0 в шарнире A_1 , связывающем ногу с корпусом робота. Без ограничения общности полагалось $l_1 = 1$, и $M_1^0 = 1$, т. е. длина l_1 и момент M_1^0 выбирались в качестве единиц измерения длины и момента силы, соответственно. В каждом отдельном эксперименте задавались параметры M_2^0, μ, h и s и вычислялся максимум функции (6.1) по переменным x^+ и l_2 . Согласно (6.3) и (6.4), область варьирования этих параметров можно представить следующим образом:

$$(s^2/4 + h^2)^{1/2} - l_1 < l_2 < h \quad (6.5)$$

$$- [(l_1 + l_2)^2 - h^2]^{1/2} + s < x^+ < [(l_1 + l_2)^2 - h^2]^{1/2} \quad (6.6)$$

Минимум функции F_* при вычислении критерия качества (6.1) находился путем перебора по $x \in [x^+ - s, x^+]$ с шагом $\delta x = 0,001$. Для максимизации функции J по x^+ и l_2 также использовался метод перебора. Процедура максимизации содержала два цикла. Во внутреннем цикле определялся максимум J по параметру x^+ перебором в интервале (6.6) с шагом $\delta x^+ = 0,005$. Во внешнем цикле функция J максимизировалась по l_2 на интервале (6.5) перебором с шагом $\delta l_2 = 0,001$. Перебор начинался со значений параметров x^+, l_2 , отстоящих на величину шага варьирования от левого конца интервала (6.5) или (6.6), и прекращался, когда эти параметры приближались к правой границе интервала на расстояние, меньшее этого шага.

Максимизация критерия J по x^+ и l_2 проводилась для различных комбинаций задаваемых параметров M_2^0, μ, h и s . Для примера в табл. 1 даны результаты расчетов, отвечающих фиксированным значениям параметров $M_2^0 = 0,5$ и $\mu = 1$ при всевозможных комбинациях параметров h и s , пробегающих значения $h = 1, 2; 1, 4; 1, 6; 1, 8; 2, 0; s = 1, 0; 1, 2; 1, 4; 1, 6; 1, 8; 2, 0$. Каждая строка табл. 1 соответствует одному варианту. В ней представлены (слева направо) задаваемые параметры h и s , оптимальные значения варьируемых параметров x^+ и l_2 и соответствующий максимум критерия J .

Серия 2. Фиксировались h и M_1^0 , причем без ограничения общности полагалось $h = 1, M_1^0 = 1$. В каждом отдельном эксперименте задавались значения M_2^0, μ, l_1, l_2, s и максимизировался критерий качества J только по переменной x^+ . Вместо s и x^+ использовались соответственно отношения $S = s/\bar{x}$ и $X^+ = x^+/\bar{x}$, где $\bar{x} = [(l_1 +$

Таблица 1

h	s	x^+	l_2	$\max J$
1,2	1	-0,182234	0,72	1,016953
1,2	1,2	-0,064687	0,78	0,902652
1,2	1,4	0,041987	0,85	0,798551
1,2	1,6	0,164032	0,91	0,72701
1,2	1,8	0,287662	0,97	0,667422
1,2	2	0,412655	1,03	0,616987
1,4	1	-0,335966	0,97	1,017604
1,4	1,2	-0,220001	1,03	0,910486
1,4	1,4	-0,101806	1,09	0,808879
1,4	1,6	-0,007981	1,17	0,714798
1,4	1,8	0,114229	1,23	0,65519
1,4	2	0,250445	1,28	0,605898
1,6	1	-0,517674	1,24	1,026101
1,6	1,2	-0,388323	1,29	0,922574
1,6	1,4	-0,257513	1,34	0,830945
1,6	1,6	-0,152249	1,41	0,739689
1,6	1,8	-0,044835	1,48	0,662714
1,6	2	0,064427	1,55	0,600808
1,8	1	-0,699315	1,51	1,031407
1,8	1,2	-0,55624	1,55	0,937376
1,8	1,4	-0,426167	1,6	0,853447
1,8	1,6	-0,294865	1,65	0,76764
1,8	1,8	-0,189216	1,72	0,691926
1,8	2	-0,081689	1,79	0,617853
2	1	-0,880907	1,78	1,03504
2	1,2	-0,738065	1,82	0,949808
2	1,4	-0,594407	1,86	0,86944
2	1,6	-0,463788	1,91	0,795652
2	1,8	-0,332109	1,96	0,718673
2	2	-0,186068	2	0,62722

$+ l_2)^2 - h^2]^{1/2}$. В соответствии с (6.4), имеем $X^+ \in (S - 1, 1)$. Интервал варьирования X^+ задавался следующим образом: $-0,99 + S \leq X^+ \leq 0,99$. Минимизация функции F_* в (6.1) по x и максимизация функции J по X^+ производились методом перебора в соответствующих интервалах с шагами $\delta x = 0,01$ и $\delta X^+ = 0,01$. Критерий J максимизировался по X^+ при различных допустимых комбинациях задаваемых параметров M_2^0 , μ , l_1 , l_2 и S . Отметим, что допустимые комбинации значений l_1 и l_2 должны удовлетворять неравенствам (6.2) и (6.3), которые при $h = 1$ принимают вид $l_1 < 1$, $l_2 < 1$, $l_1 + l_2 \geq 1$.

Для примера в табл. 2 даны результаты расчетов для $M_2^0 = 0,5$, $l_1 = 0,6$, $l_2 = 0,8$ при всевозможных комбинациях параметров μ и S , принимающих значения $\mu = 0,6; 0,8; 1,0$; $S = 0,6; 1,0; 1,4; 1,8$.

Каждая строка таблицы соответствует одному варианту. В ней представлены (слева направо) задаваемые параметры M_2^0 , l_1 , l_2 , \bar{x} , μ , S , оптимальное значение варьируемого параметра X^+ и соответствующее значение максимума функции J .

7. Анализ результатов. Анализ результатов экспериментов серии 1, описанных в разд. 6, выявил следующие тенденции изменения оптимальных значений

M_2^0	h	l_2	\bar{x}	μ	s	x^+	$\max J$
0,5	0,6	0,8	0,979796	0,6	0,6	0,18	0,775186
0,5	0,6	0,8	0,979796	0,6	1	0,32	0,663504
0,5	0,6	0,8	0,979796	0,6	1,4	0,42	0,594177
0,5	0,6	0,8	0,979796	0,6	1,8	0,82	0,424999
0,5	0,6	0,8	0,979796	0,8	0,6	-0,03	1,087119
0,5	0,6	0,8	0,979796	0,8	1	0,02	0,987899
0,5	0,6	0,8	0,979796	0,8	1,4	0,42	0,661267
0,5	0,6	0,8	0,979796	0,8	1,8	0,82	0,466267
0,5	0,6	0,8	0,979796	1	0,6	-0,38	1,707584
0,5	0,6	0,8	0,979796	1	1	0,02	0,990296
0,5	0,6	0,8	0,979796	1	1,4	0,42	0,709321
0,5	0,6	0,8	0,979796	1	1,8	0,82	0,495113

параметров x^+ и l_2 и критерия качества (6.1) в зависимости от s , h , M_2^0 и μ при фиксированных M_1^0 и l_1 .

1°. С ростом s оптимальное значение x^+ возрастает (т. е. положение стопы в начале опорной фазы целесообразно смещать вперед по отношению к направлению движения), l_2 возрастает, а J уменьшается (последнее очевидно, так как с увеличением длины интервала минимизации функции F_* в (6.1) значение минимума убывает);

2°. С ростом h уменьшается x^+ (положение стопы в начале опорной фазы смещается назад), возрастает l_2 , а поведение критерия J существенно зависит также от других параметров, в частности, от коэффициента трения μ .

3°. С ростом M_2^0 уменьшается x^+ , а l_2 и J возрастают.

4°. С ростом μ уменьшается x^+ , а l_2 и J возрастают.

На основе этих выводов можно сделать качественные рекомендации по выбору конструктивных параметров робота и его походки, когда критической характеристикой является движущая сила. Так, длину шага не следует выбирать слишком большой. С увеличением диаметра трубы (клиренса h) или шероховатости ее поверхности (коэффициента трения μ) следует смещать положение стопы опорной ноги в начале опорной фазы назад и делать второе звено ноги более длинным. Как показывают количественные оценки (см. ниже), выигрыш от оптимизации параметров l_2 и x^+ существен. Поэтому в конструкции робота для перемещения в трубах целесообразно сделать второе звено либо сменным (и для трубы определенного диаметра подбирать звено соответствующей длины), либо телескопическим, что дает возможность плавно изменять длину, подстраиваясь под изменившиеся условия.

В заключение приведем числовой пример, подтверждающий целесообразность оптимизации конструктивных параметров и походки робота. Зафиксируем длину первого звена l_1 , клиренс h , длину шага s , коэффициент трения μ и отношение максимально допустимых управляющих моментов $m_0 = M_2^0/M_1^0$: $l_1 = 0,15$ м, $h = 0,24$ м, $s = 0,28$ м; $\mu = 1$; $m_0 = 0,4$. Оценим чувствительность гарантированного максимума движущей силы J к изменению длины второго звена l_2 и положения x^+ стопы в начале опорной фазы. Положим сначала, что длины звеньев ног одинаковы ($l_1 = l_2 = 0,15$ м), а шаг симметричен, т. е. $x^+ = -x^- = s/2 = 0,14$ м. В этом случае, как показали расчеты,

$$J = 2,36M_1^0 \quad (7.1)$$

В (7.1) и последующих формулах величина M_1^0 должна быть представлена в Н·м, и тогда J будет выражена в Н.

Сохраняя длины звеньев ног равными ($l_1 = l_2 = 0,15$ м), максимизируем критерий J за счет изменения параметра походки x^+ , как это делалось в экспериментах серии 2 (п. 6). В результате получим

$$x^+ = 0,105 \text{ м}, \quad J = 2,89M_1^0 \quad (7.2)$$

Здесь стопа оказывается сдвинутой назад на 0,035 м по сравнению с симметричным шагом, а гарантированный максимум движущей силы возрастает на 22%.

Наконец, максимизация функции J по двум параметрам (x^+ и l_2), как в экспериментах серии 1, дает

$$x^+ = 0,02 \text{ м}; \quad l_2 = 0,21 \text{ м}; \quad J = 3,85 M_1^0 \quad (7.3)$$

Таким образом, оптимальная длина второго звена оказывается на 40% длиннее первоначального значения 0,15 м, стопа опорной ноги еще больше (по сравнению с (7.2)) смещается назад, а гарантированный максимум движущей силы в (7.3) превышает аналогичную величину в (7.2) и (7.1) на 33% и 63% соответственно.

Авторы выражают благодарность проф. Ф. Пфайфферу (Мюнхен), автору проекта робота, перемещающегося в трубе, за полезное обсуждение постановки задачи и полученных результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Охоцимский Д. Е., Голубев Ю. Ф. Механика и управление движением автоматического шагающего аппарата. М.: Наука, 1984. 310 с.
2. Белецкий В. В. Двухногая ходьба: модельные задачи динамики и управления. М.: Наука, 1984. 288 с.
3. Ларин В. Б. Управление шагающими аппаратами. Киев: Наук. думка, 1980. 168 с.
4. Формальский А. М. Перемещение антропоморфных механизмов. М.: Наука, 1982. 368 с.
5. Бербюк В. Е. Динамика и оптимизация робототехнических систем. Киев: Наук. думка, 1989. 192 с.

Москва

Поступила в редакцию
7.XII.1994