

УДК 539.374

© 1995 г. В. С. БОНДАРЬ, Т. М. КНЯЗЕВА

ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИЕ ДЕФОРМАЦИИ И РАЗРУШЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ ИЗГИБЕ

Предлагается математическая модель циклического вязкопластического изгиба элементов конструкций в условиях обобщенной плоской деформации, основанная на гипотезе о цилиндрическом характере изгиба. Для определения силовых и геометрических параметров и числа циклов до разрушения используются кинематические уравнения, определяющие деформированное состояние, уравнения равновесия и уравнения обобщенной теории неупругости. В процессе численных исследований оценивается влияние эффекта Баушингера на параметры изгиба. Результаты расчетов сопоставляются с результатами экспериментов.

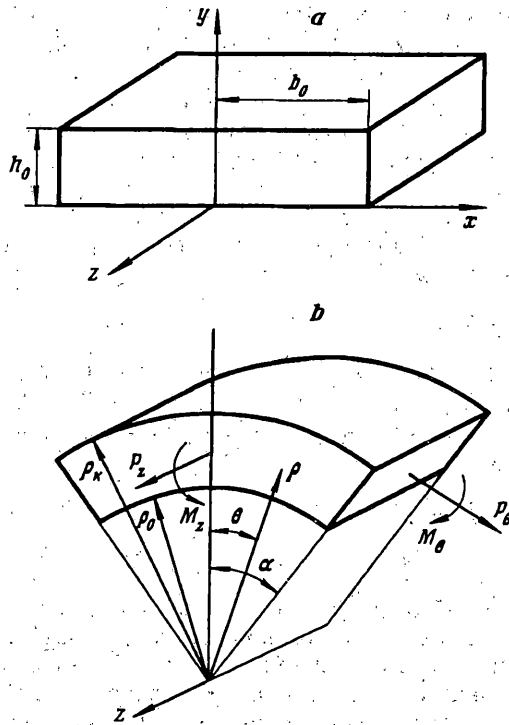
1. Введение. Рассматривается элемент конструкции, представляющий собой тело прямоугольной формы (фиг. 1, а) с исходными размерами h_0 (толщиной) по оси y и $2b_0$ (шириной) по оси x . Предполагается, что в процессе деформации рассматриваемое тело переходит в элемент кругового цилиндра (фиг. 1, в) с радиусом ρ_0 внутренней поверхности и ρ_k внешней поверхности. Принимаемые гипотезы о сохранении плоскостности нормальных продольных и поперечных сечений в условиях цилиндрического изгиба тела в предположении о несжимаемости материала при заданном изменении его толщины и ширины (длины) приводят к однозначному решению кинематической задачи о скоростях движения и скоростях деформации материальных точек независимо от свойств материала тела [1]. Для решения задачи о напряженном состоянии и силовых параметрах изгиба к кинематическим уравнениям, определяющим деформированное состояние, должны быть добавлены уравнения равновесия и уравнения состояния, отражающие свойства материала. Численное решение задачи об однократном пластическом изгибе в случае изотропно упрочняющегося по деформации металла приведено в работе [2]. Исследования многократного пластического изгиба изотропно упрочняющегося по деформации металла, а также металла, обладающего эффектом Баушингера, представлены в работе [3]. При медленном изгибе, а также при значительных выдержках между изгибами, как при нормальной, так и, особенно, при повышенных температурах имеет место ползучесть материала. Поэтому при таких режимах изгиба необходимо рассматривать вязкопластическое состояние материала.

2. Математическая модель циклического вязкопластического изгиба. Кинематические параметры изгиба, скорости движения и скорости деформации материальной точки как функции координат ρ , θ , z (фиг. 1, в), имеют вид [2, 3, 4]:

$$\begin{aligned}v_p &= -1/2\rho^{-1}(\dot{\alpha}\alpha^{-1} + k)(\rho_c^2 + \rho^2) \\v_\theta &= \dot{\alpha}\alpha^{-1}\rho\theta, \quad v_z = kz\end{aligned}\tag{1}$$

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_\rho &= 1/2(\dot{\alpha}\alpha^{-1} + k)(\rho_c^2\rho^{-2} - 1), \quad \dot{\epsilon}_z = k \\ \dot{\epsilon}_\theta &= 1/2(\dot{\alpha}\alpha^{-1} + k)(\rho_c^2\rho^{-2} - 1) - k\end{aligned}\tag{2}$$

где ρ_c — радиус геометрической поверхности, на которой скорость деформации $\dot{\epsilon}_\rho$ меняет знак, проходя через нулевое значение, $\alpha(t)$ — угол изгиба (угол



Фиг. 1

поворота крайнего сечения), $k(t)$ — параметр, определяющий осевую деформацию; t — время.

В качестве характерного геометрического параметра, отражающего изменение окружных волокон при изгибе, взято расстояние a от вогнутой поверхности тела с радиусом ρ_0 до геометрической поверхности нулевой окружной деформации, имеющей радиус $\rho = \rho_0 + a$. Развернутая длина этой поверхности равна начальной ширине $2b_0 = 2\alpha(\rho_0 + a)$. Таким образом

$$a = b_0\alpha^{-1} - \rho_0 \quad (3)$$

Окружные волокна тела, которые в своем движении попадают на эту поверхность, принимают в это мгновение свою начальную длину $2b_0$.

Скорость $v_p(\rho_0) = \dot{\rho}_0$ движения вогнутой поверхности тела можно найти, дифференцируя по времени соотношение (3), или полагая в выражении (1) $\rho = \rho_0$. Приравнявая полученные выражения для скорости $v_p(\rho_0)$ можно получить уравнение, из которого определяется радиус поверхности нулевой скорости радиальной деформации

$$\rho_c^2 = 2(b_0\alpha^{-1} - a)(b_0\alpha^{-1} + \alpha\dot{\alpha}^{-1}a)(1 + k\alpha\dot{\alpha}^{-1})^{-1} - (b_0\alpha^{-1} - a)^2 \quad (4)$$

Для определения зависимости между координатой частицы y и координатой ρ используется условие постоянства объема тела в процессе изгиба. В результате эта зависимость будет иметь следующий вид

$$\rho^2 = 2 \exp(-\varepsilon_z) b_0\alpha^{-1}y + (b_0\alpha^{-1} - a)^2 \quad (5)$$

Подставляя в зависимость (5) $y = h_0$ и $\rho = \rho_0 + h$, можно получить выражение для текущей толщины тела

$$h = [2 \exp(-\varepsilon_z) b_0\alpha^{-1}h_0 + (b_0\alpha^{-1} - a)^2]^{1/2} - (b_0\alpha^{-1} - a) \quad (6)$$

Итак, деформированное состояние частицы с начальной координатой y или текущей координатой ρ при изгибе тела толщиной h_0 и шириной $2b_0$ в любой момент времени t определяется решением системы уравнений (2)—(6) при условии, что заданы функции $\alpha(t)$, $k(t)$ и $a(t)$. При рассмотрении процесса изгиба тела с растяжением (сжатием) в окружном и осевом направлениях выбором для каждого момента времени параметров a и k можно обеспечить заданные законы изменения окружной силы и осевой деформации или силы.

При изгибе тела по круговой цилиндрической поверхности возникают напряжения σ_ρ , σ_θ , σ_z , зависящие только от координаты ρ . Тогда уравнение равновесия будет иметь вид

$$d\sigma_\rho/d\rho + (\sigma_\rho - \sigma_\theta)/\rho = 0 \quad (7)$$

Граничное условие на внутренней поверхности радиуса ρ_0 или внешней радиуса ρ_k задается из условия, что связь является односторонней и контактные напряжения должны быть только сжимающими. Тогда граничное условие формулируется в следующем виде

$$\begin{aligned} \sigma_\rho(\rho_0) &= 0 \text{ при } \sigma_\rho(\rho_k) \leq 0 \\ \sigma_\rho(\rho_k) &= 0 \text{ при } \sigma_\rho(\rho_0) \leq 0 \end{aligned} \quad (8)$$

В качестве уравнений состояния, описывающих вязкопластическое поведение и накопление повреждений, принимаются уравнения обобщенной теории неупругости [5]. Использование данной теории обусловлено необходимостью исследования произвольных процессов циклического изгиба. Рассмотрение таких процессов невозможно без учета упругой разгрузки, снижения напряжений текучести при смене направления деформирования (эффект Баушингера), истории нагружения, особенностей сложного нагружения. В рамках обобщенной теории неупругости возможно рассмотрение вязкопластического поведения материала, процессов накопления повреждений и разрушения.

В рассматриваемой теории неупругости скорость деформации представляется в виде суммы скоростей упругой и неупругой деформаций:

$$\dot{\epsilon}_\rho = \dot{\epsilon}_\rho^e + \dot{\epsilon}_\rho^u \quad (\rho \neq \theta, \rho \neq z) \quad (9)$$

Упругая деформация определяется законом Гука, а неупругая — ассоциированным законом течения ($\rho \neq \theta, \rho \neq z$):

$$\dot{\epsilon}_\rho^e = E^{-1} [\dot{\sigma}_\rho - \nu(\dot{\sigma}_\theta + \dot{\sigma}_z)] \quad (10)$$

$$\dot{\epsilon}_\rho^u = 3/2 s_\rho^* (\sigma_u^*)^{-1} \dot{\epsilon}_{u*}^u \quad (11)$$

$$s_\rho^* = s_\rho - a_\rho, \quad s_\rho = \sigma_\rho - (\sigma_\rho + \sigma_\theta + \sigma_z)/3$$

где s_ρ^* , s_θ^* , s_z^* — компоненты девиатора активных напряжений, s_ρ , s_θ , s_z — компоненты девиатора напряжений, a_ρ , a_θ , a_z — компоненты девиатора добавочных напряжений, σ_u^* — интенсивность активных напряжений, $\dot{\epsilon}_{u*}^u$ — интенсивность скоростей неупругой деформации.

Интенсивность скоростей неупругой деформации определяется через скорости деформации следующим выражением:

$$\dot{\epsilon}_{u*}^u = \frac{3G}{E_* + 3G} \left[\frac{s_\rho^* \dot{\epsilon}_\rho + s_\theta^* \dot{\epsilon}_\theta + s_z^* \dot{\epsilon}_z}{\sigma_u^*} + \frac{B^R}{3G} \right] \text{ при } \sigma_u^* = C \wedge \dot{\epsilon}_{u*}^u > 0 \quad (12)$$

$$\dot{\epsilon}_{u*}^u = 0 \text{ при } \sigma_u^* < C \vee \dot{\epsilon}_{u*}^u \leq 0$$

$$E_* = q_\epsilon + g + g_\epsilon \epsilon_u^{n*} + g_a a_u^*, \quad B = q_R + g_\epsilon^R \epsilon_u^{n*} + g_a^R a_u^*$$

$$\epsilon_u^{n*} = (s_\rho^* \epsilon_\rho^n + s_\theta^* \epsilon_\theta^n + s_z^* \epsilon_z^n) (\sigma_u^*)^{-1}$$

$$a_u^* = 3/2 (s_\rho^* a_\rho + s_\theta^* a_\theta + s_z^* a_z) (\sigma_u^*)^{-1}$$

Радиус поверхности нагружения и смещение центра поверхности нагружения (девиатор добавочных напряжений) определяются уравнениями ($\rho \neq \theta$, $\rho \neq z$):

$$\dot{C} = q_\epsilon \dot{\epsilon}_u^{n*} - q_R \quad (13)$$

$$\dot{a}_\rho = 2/3 g \dot{\epsilon}_\rho^n + (2/3 g_\epsilon \epsilon_\rho^n + g_a a_\rho) \dot{\epsilon}_u^{n*} - (2/3 g_\epsilon^R \epsilon_\rho^n + g_a^R a_\rho) \quad (14)$$

Для описания процесса накопления повреждений с учетом эффектов залечивания и охрупчивания используются следующие кинетические уравнения

$$\dot{\omega} = (a_\rho \dot{\epsilon}_\rho^n + a_\theta \dot{\epsilon}_\theta^n + a_z \dot{\epsilon}_z^n) W^{-1} - g_\omega \quad (15)$$

$$\dot{W} = -q_W \quad (16)$$

где ω — мера повреждения, W — энергия разрушения.

Используя соотношения (9) и (10), можно получить зависимости между скоростями напряжений и деформаций

$$\dot{\phi}_\rho - \dot{\phi}_\theta = 2G [(\dot{\epsilon}_\rho - \dot{\epsilon}_\rho^n) - (\dot{\epsilon}_\theta - \dot{\epsilon}_\theta^n)]$$

$$\dot{\phi}_\rho - \dot{\phi}_z = 2G [(\dot{\epsilon}_\rho - \dot{\epsilon}_\rho^n) - (\dot{\epsilon}_z - \dot{\epsilon}_z^n)] \quad (17)$$

Функции q_ϵ , q_R , g , g_ϵ , g_a , g_ϵ^R , g_a^R , g_ω , g_W , входящие в уравнения (12)—(16), выражаются через материальные функции материала следующим образом:

$$q_\epsilon = dC_\rho / d\epsilon_u^{n*}, \quad q_R = q_\epsilon P_c$$

$$g = E_{a_0} + \beta \sigma_a, \quad g_\epsilon = \beta E_{a_0}, \quad g_a = -\beta$$

$$g_\epsilon^R = g_\epsilon P_a, \quad g_a^R = g P_a (a_u)^{-1} + g_a P_a$$

$$g_\omega = \lambda \omega, \quad q_W = \kappa W$$

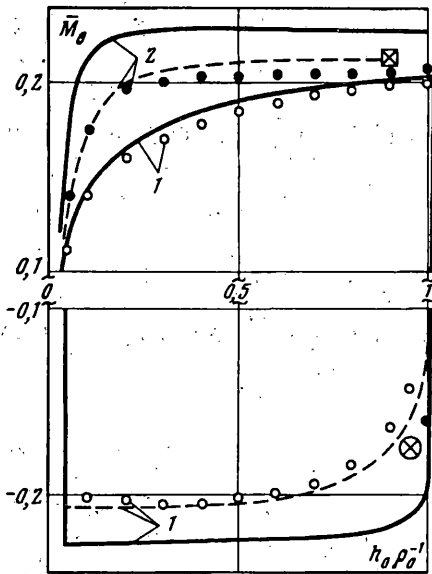
В результате для описания уравнениями (11)—(17) вязкопластического поведения и накопления повреждений материала необходимо иметь следующие материальные функции: E — модуль Юнга ($\nu = 0,5$, так как материал принимается несжимаемым), E_{a_0} , β и σ_a — модули анизотропного упрочнения, C_ρ (ϵ_u^{n*}) — функция изотропного упрочнения, P_c (C , ω) и P_a (a_u , ω) — функции изотропной и анизотропной ползучести, W_0 — начальная энергия разрушения, λ (σ) и κ (σ_u) — модули залечивания и охрупчивания. Базовыми экспериментами для определения материальных функций являются испытания на растяжение-сжатие в условиях пластичности, ползучести и релаксацию, малоцикловую усталость с выдержками и без выдержек, длительную прочность.

Силовые характеристики процесса изгиба определяются формулами

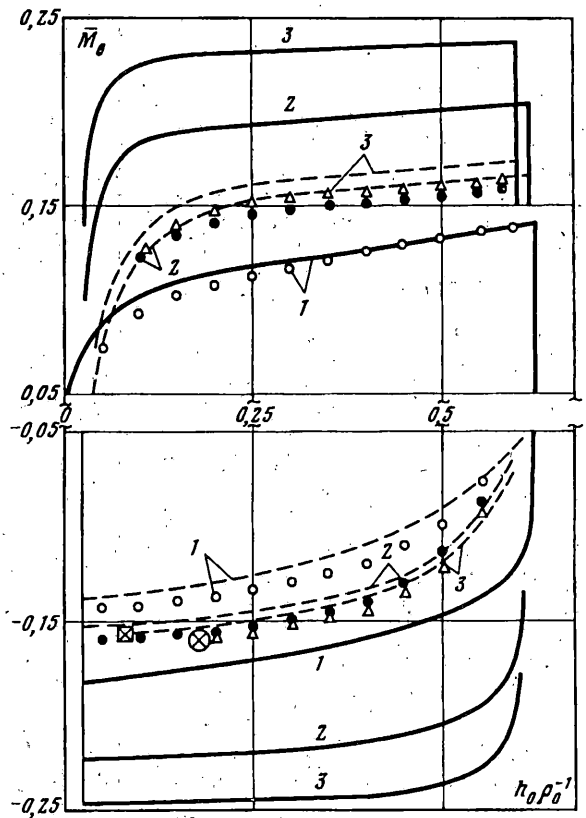
$$P_z = \int_{\rho_0}^{\rho_k} \sigma_z \rho d\rho, \quad P_\theta = \int_{\rho_0}^{\rho_k} \sigma_\theta d\rho \quad (18)$$

$$M_\theta = \int_{\rho_0}^{\rho_k} \sigma_\theta \left[\rho - \frac{1}{2} (\rho_0 + \rho_k) \right] d\rho \quad (19)$$

где P_z — осевая сила на единицу угла θ , P_θ — кольцевая сила на единицу длины, M_θ — изгибающий момент на единицу длины.



Фиг. 2

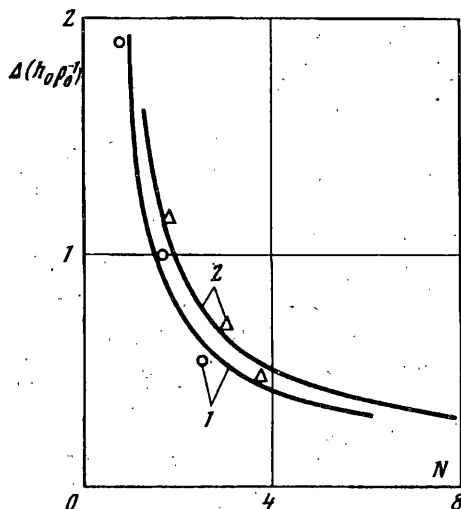


Фиг. 3

Интегрирование геометрических (2) и физических (11)–(17) уравнений с учетом начальных условий и выбранных функций k и a позволяет получить разность напряжений $\sigma_p - \sigma_\theta$ и $\sigma_p - \sigma_z$ для частицы с текущей координатой ρ в момент времени t . Далее, интегрируя для момента времени уравнения равновесия (7) с учетом граничных условий (8), можно определить радиальное напряжение σ_p как функцию координаты ρ . Полученные значения напряжений используются при вычислении силовых характеристик процесса по формулам (18), (19). Вычисленные значения осевой и окружной сил сравниваются с заданными законами их изменения и выбираются новые значения функций k и a с целью удовлетворения этих законов с определенной погрешностью. В разработанном алгоритме численного решения итерационный процесс выбора значений k и a строится на основе модифицированного метода Ньютона. Интегрирование по времени t и координате ρ проводится методом Рунге–Кутты второго порядка точности. Построенный алгоритм и составленная программа реализованы на ПЭВМ IBM PC/AT.

3. Циклический пластический изгиб листа. Экспериментально-теоретические исследования циклического изгиба листа вплоть до разрушения (появления трещин) проводились на двух конструкционных сталях 10 и 12X18H10T, обладающих различными характерами упрочнения. Сталь 10 имеет в основном изотропный характер упрочнения, а сталь 12X18H10T — кинематический. Экспериментальные исследования проводились в МАМИ В. А. Гуровым с участием авторов. Нагружение образцов осуществлялось только изгибающим моментом. На фиг. 2, 3 показаны изменения безразмерного изгибающего момента $M_0 = M_0 (Ah_0^2)^{-1}$ в зависимости от безразмерной кривизны $h_0 \rho_0^{-1}$ внутренней поверхности листа. Здесь A — коэффициент при степенной аппроксимации ди-

аграммы растяжения ($\sigma = Ae^h$), который для стали 10 равен 766 МПа, а для стали 12Х18Н10Т — 1264 МПа. Геометрические размеры для образцов из стали 10 имели значения $h_0 = 5,75$ мм и $b_0 = 7,5$ мм, а для стали 12Х18Н10Т $h_0 = 5,75$ мм и $b_0 = 11$ мм. Сплошными кривыми на фиг. 2, 3 показаны результаты расчетов по теории пластического течения с изотропным упрочнением, штриховыми — по обобщенной теории неупругости. Экспериментальные результаты показаны кружками и треугольниками. Расчетное и экспериментальное разрушение изображаются крестиками соответственно внутри квадрата и кружка. Номера кривых и точек соответствуют номерам циклов нагружения. На фиг. 4 приведены зависимости между числом циклов до разрушения N и размахом безразмерной кривизны $\Delta(h_0\rho_0^{-1})$ для стали 10 (кривая и точки под номером 1) и стали 12Х18Н10Т (кривая и точки под номером 2). Сплошными кривыми показаны результаты расчетов на основе обобщенной теории неупругости. Экспериментальные результаты показаны кружками (Ст 10) и треугольниками (12Х18Н10Т).



Фиг. 4

Приведенные результаты теоретических и экспериментальных исследований позволяют сделать вывод о том, что неучет реальных свойств материала (например, эффекта Баушингера) при многократном знакопеременном изгибе приводит к результатам как качественно, так и количественно существенно отличающимся от действительных. Расчеты на основе обобщенной теории неупругости соответствует эксперименту: отличие по силовым характеристикам не превысило 10%, а по числу циклов до разрушения 20%.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (94-01-01733-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Матвеев А. Д. Пластический изгиб многослойного листа при заданном изменении толщины // Изв. вузов. Машиностроение. 1983. № 2. С. 6—9.
2. Матвеев А. Д., Бондарь В. С., Гуров В. А. Силовые и энергетические параметры изгиба листа // Процессы обработки металлов давлением в автомобилестроении. М.: Моск. автомех. ин-т, 1988. С. 152—162.
3. Бондарь В. С., Матвеев А. Д., Данишин В. В. Многократный пластический изгиб листа из металла, обладающего эффектом Баушингера // Кузнечно-штамповочное производство. 1989. № 8. С. 19—21.
4. Матвеев А. Д. Исследование пластического изгиба // Автоматизация процессов обработки металлов давлением в автомобилестроении. М.: Моск. автомех. ин-т, 1983. С. 83—89.
5. Бондарь В. С. Математическая модель неупругого поведения и накопления повреждений материала // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения. Горький: Горьковский ун-т. 1987. С. 24—28.

Москва

Поступила в редакцию
31.III.1994