МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 4 • 1995

УДК 539.3:534.1

© 1995 г. Е. Н. МИХАЙЛУЦА, В. И. ПОЖУЕВ

СТАЦИОНАРНЫЕ ВОЛНЫ В ДВУХСЛОЙНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ С УПРУГИМ СОЕДИНЕНИЕМ СЛОЕВ

Задачи о распространении свободных волн в слоистых оболочках рассматривались в предположении о некотором идеальном контакте (жестком или скользящем) между слоями [1, 2]. В то же время в практических задачах возникают ситуации, когда между слоями имеется прослойка (склейка), обладающая податливостью в нормальном и осевом направлениях. В связи с этим представляет интерес учет влияния параметров соединяющего слоя на динамический процесс в составной оболочке. Ранее [3, 4] рассматривались динамические задачи для склеенного составного стержня и свободные волны в двух склеенных неодинаковых полупространствах, при этом основное внимание уделялось напряжению на склейке и нахождению решений, описывающих распространение волн вдоль поверхности раздела. В работах [5, 6] рассмотрены стационарные динамические задачи о действии подвижных нормальных нагрузок на двухслойные пластины и оболочки с несовершенными связями, при этом для описания движения каждого из слоев применяются уравнения типа Тимошенко.

В настоящей работе исследовано распространение осесимметричных свободных волн вдоль двухслойной бесконечно длинной цилиндрической оболочки с тонким упругим соединением между слоями. Толщина прослойки предполагается малой по сравнению с длиной волны, что позволяет использовать для описания поведения связующего вещества упрощенный подход. Построены дисперсионные кривые для различных значений параметров слоистой конструкции, а также моды движения для фиксированных длин волн. Полученные численные результаты позволили оценить влияние параметров соединения на динамический процесс в слоистой оболочке.

1. Постановка задачи. Движение каждого из слоев в цилиндрической системе координат описывается динамическими уравнениями теории упругости в перемещениях, которые для осесимметричного волнового процесса имеют вид

$$(\lambda_k + 2\mu_k)\frac{\partial e_k}{\partial r} + 2\mu_k \frac{\partial \omega_\theta^{(k)}}{\partial x} = \rho_k \frac{\partial^2 U_r^{(k)}}{\partial t^2}$$

$$(\lambda_k + 2\mu_k)\frac{\partial e_k}{\partial x} - 2\mu_k \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\omega_\theta^{(k)}) = \rho_k \frac{\partial^2 U_x^{(k)}}{\partial t^2} \quad (k = 1, 2) \tag{1.1}$$

$$e_k = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rU_r^{(k)}) + \frac{\partial U_x^{(k)}}{\partial x}, \quad 2\omega_\theta^{(k)} = \frac{\partial U_r^{(k)}}{\partial x} - \frac{\partial U_x^{(k)}}{\partial r} \tag{1.2}$$

$$\lambda_k = 2G_k\nu_k/(1 - 2\nu_k), \quad \mu_k = G_k$$

Принимая, что толщина прослойки мала по сравнению с длиной волны, и пренебрегая ее инерционными свойствами, условия на поверхностях слоев для случая упругого контакта запишем в виде

$$\text{при } r = a: \ \sigma_{rx}^{(1)} = 0, \quad \sigma_{rr}^{(1)} = 0 \tag{1.3}$$

$$\text{при } r = d: \ \sigma_{rx}^{(2)} = 0, \quad \sigma_{rr}^{(2)} = 0 \tag{1.4}$$

$$\text{при } r = b: \ \sigma_{rr}^{(1)} = \sigma_{rr}^{(2)}, \quad \sigma_{rx}^{(1)} = \sigma_{rx}^{(2)} \tag{1.5}$$

$$\sigma_{rr} = \frac{E}{h}(U_r^{(1)} - U_r^{(2)}), \quad \sigma_{rx} = \frac{G}{h}(U_x^{(1)} - U_x^{(2)})$$

Здесь a, d, b — внутренний и наружный радиусы составной оболочки, а также радиус поверхности контакта слоев; E, G, h — модули Юнга и сдвига, а также толщина склейки.

Для интегрирования уравнений движения слоев вводим потенциальные функции по формулам

$$U_x^{(k)} = \frac{\partial\varphi_k}{\partial x} + \frac{\partial^2\psi_k}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi_k}{\partial r}, \quad U_r^{(k)} = \frac{\partial\varphi_k}{\partial r} - \frac{\partial^2\psi_k}{\partial x\partial r} \tag{1.6}$$

При этом компоненты напряжения выражаются через потенциальные функции по формулам

$$\sigma_{rr}^{(k)} = \frac{1}{C_{pk}^2}\frac{\partial^2\varphi_k}{\partial t^2} + 2\mu_k\left(\frac{\partial^2\varphi_k}{\partial r^2} - \frac{\partial^3\psi_k}{\partial x\partial r^2}\right)$$

$$\sigma_{rx}^{(k)} = \mu_k\left(r\frac{\partial^2\varphi_k}{\partial x\partial r} + \frac{\partial^3\psi_k}{\partial r^3} - \frac{\partial^3\psi_k}{\partial r\partial x^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial^2\psi_k}{\partial r^2}\right) \tag{1.7}$$

Подставляя выражения (1.6) в уравнения (1.1), (1.2), получаем для определения φ_k, ψ_k волновые уравнения

$$\frac{\partial^2\varphi_k}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi_k}{\partial r} + \frac{\partial^2\varphi_k}{\partial x^2} = \frac{1}{C_{pk}^2}\frac{\partial^2\varphi_k}{\partial t^2} \qquad \frac{\partial^2\psi_k}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi_k}{\partial r} + \frac{\partial^2\psi_k}{\partial x^2} = \frac{1}{C_{sk}^2}\frac{\partial^2\psi_k}{\partial t^2} \tag{1.8}$$

где C_{pk}, C_{sk} — скорости распространения волн растяжения-сжатия и сдвига в каждом из слоев $C_{pk}^2 = 2(1-\nu_k)G_k/(1-2\nu_k)/\rho_k$, $C_{sk}^2 = G_k/\rho_k$.

Рассматривая распространение синусоидальных волн, решение уравнений (1.8) ищем в виде

$$\{\varphi_k, \psi_k\} = \{\varphi_k^\circ, \psi_k^\circ\}\exp i(\xi x - pt), \quad \varphi_k^\circ = \varphi_k^\circ(\xi, r), \quad \psi_k^\circ = \psi_k^\circ(\xi, r), \tag{1.9}$$

где $\xi = 2\pi/\lambda_f$, $p = c_f\xi$, λ_f, c_f — длина и фазовая скорость волны.

Подставляя (1.9) в уравнения (1.8), получаем для определения φ_k, ψ_k уравнения Бесселя, решения которых для наиболее интересного с практической точки зрения случая $c_f < \min\{c_{sk}, c_{pk}\}$ запишутся в виде

$$\varphi_k^\circ = A_k(\xi)K_0(m_k\xi r) + B_k(\xi)I_0(m_k\xi r), \quad \psi_k^\circ = C_k(\xi)K_0(m_{sk}\xi r) + D_k(\xi)I_0(m_{sk}\xi r) \tag{1.10}$$

$$m_k = (1 - M_{pk}^2)^{1/2}, \quad m_{sk} = (1 - M_{sk}^2)^{1/2}, \quad M_{pk} = c_f/c_{pk}, \quad M_{sk} = c_f/c_{sk}$$

где $I_n(x)$, $K_n(x)$ — функции Бесселя от мнимого аргумента первого и второго рода.

Подставляя представления (1.10) с учетом зависимостей (1.9) в (1.6), определяем амплитуды перемещений и напряжений, после чего необходимо удовлетворить граничным условиям.

2. Вывод дисперсионного уравнения. После подстановки полученных выражений для перемещений и напряжений в условия (1.3)—(1.5), получаем для определения функций $A_k(\xi) \div D_k(\xi)$ систему восьми однородных алгебраических уравнений, из условия нетривиальности решения которой приходим к уравнению

$$\det \|a_{ij}\| = 0 \quad (i, j) = \overline{1, 8} \tag{2.1}$$

$$a_{11} = -2m_1, \quad a_{12} = -a_{11}, \quad a_{13} = -m_{s1}(1 + m_{s1}^2), \quad a_{14} = -a_{13}, \quad a_{15} = 0$$

$$a_{16} = 0, \quad a_{17} = 0, \quad a_{18} = 0, \quad a_{21} = (1 + m_{s1}^2)\eta S_1 + 2m_1/\varepsilon_1$$

$$a_{22} = (1 + m_{s1}^2)\eta S_3 - 2m_1/\varepsilon_1, \quad a_{23} = 2m_{s1}(m_{s1}\eta S_2 + 1/\varepsilon_1)$$

$$a_{24} = 2m_{s1}(m_{s1}\eta S_4 - 1/\varepsilon_1),\ a_{25} = 0,\ a_{26} = 0,\ a_{27} = 0,\ a_{28} = 0$$

$$a_{31} = 0,\ a_{32} = 0,\ a_{33} = 0,\ a_{34} = 0,\ a_{35} = -2m_2,\ a_{36} = -a_{35}$$

$$a_{37} = -m_{s2}(1 + m_{s2}^2),\ a_{38} = -a_{37},\ a_{41} = 0,\ a_{42} = 0,\ a_{43} = 0,\ a_{44} = 0$$

$$a_{45} = (1 + m_{s2}^2)\eta S_5 + 2m_2,\ a_{46} = (1 + m_{s2}^2)\eta S_7 - 2m_2$$

$$a_{47} = 2m_{s2}(m_{s2}\eta S_6 + 1),\ a_{48} = 2m_{s2}(m_{s2}\eta S_8 - 1),\ a_{51} = -2m_1 S_{17}$$

$$a_{52} = 2m_1 S_{19},\ a_{53} = -m_{s1}(1 + m_{s1}^2)S_{18},\ a_{54} = m_{s1}(1 + m_{s1}^2)S_{20}$$

$$a_{55} = 2\gamma m_2 S_{21},\ a_{56} = -2\gamma m_2 S_{23},\ a_{57} = \gamma m_{s2}(1 + m_{s2}^2)S_{25}$$

$$a_{58} = -\gamma m_{s2}(1 + m_{s2}^2)S_{27},\ a_{61} = [(1 + m_{s1}^2)\eta S_9 + 2m_1/\varepsilon_2]S_{17}$$

$$a_{62} = [(1 + m_{s1}^2)\eta S_{11} - 2m_1/\varepsilon_2]S_{19},\ a_{63} = 2m_{s1}(m_{s1}\eta S_{10} + 1/\varepsilon_2)S_{18}$$

$$a_{64} = 2m_{s1}(m_{s1}\eta S_{12} - 1/\varepsilon_2)S_{20},\ a_{65} = -\gamma[(1 + m_{s2}^2)\eta S_{13} + 2m_2/\varepsilon_2]S_{21}$$

$$a_{66} = -\gamma[(1 + m_{s2}^2)\eta S_{15} - 2m_2/\varepsilon_2]S_{23},\ a_{67} = -2\gamma m_{s2}(m_{s2}\eta S_{14} + 1/\varepsilon_2)S_{25}$$

$$a_{68} = -2\gamma m_{s2}(m_{s2}\eta S_{16} - 1/\varepsilon_2)S_{27},\ a_{71} = -(n_t S_9 + 2m_1\eta)S_{17}$$

$$a_{72} = -(n_t S_{11} - 2m_1\eta)S_{19},\ a_{73} = -m_{s1}(n_t m_{s1} S_{10} + (1 + m_{s1}^2)\eta)S_{18}$$

$$a_{74} = -m_{s1}(n_t m_{s1} S_{12} - (1 + m_{s1}^2)\eta)S_{20},\ a_{75} = n_t S_{22},\ a_{76} = n_t S_{24}$$

$$a_{77} = n_t m_{s2}^2 S_{26},\ a_{78} = n_t m_{s2}^2 S_{28},\ a_{81} = [(1 + m_{s1}^2)\eta S_9 + m_1(2/\varepsilon_2 + n_d)]S_{17}$$

$$a_{82} = [(1 + m_{s1}^2)\eta S_{11} - m_1(2/\varepsilon_2 + n_d)]S_{19}$$

$$a_{83} = m_{s1}[2m_{s1}\eta S_{10} + (2/\varepsilon_2 + n_d)]S_{18}$$

$$a_{84} = m_{s1}[2m_{s1}\eta S_{12} - (2/\varepsilon_2 + n_d)]S_{20},\ a_{85} = -m_2 n_d S_{21},\ a_{86} = m_2 n_d S_{23}$$

$$a_{87} = -m_{s2} n_d S_{25},\ a_{88} = m_{s2} n_d S_{27}$$

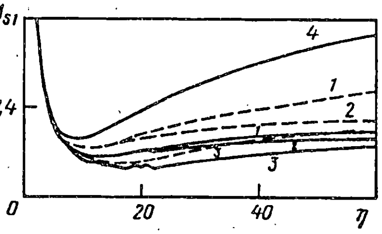
$$S_1 = K_0(m_1\eta\varepsilon_1)/K_1(m_1\eta\varepsilon_1),\quad S_{17} = K_1(m_1\eta\varepsilon_2)/K_1(m_1\eta\varepsilon_1)$$

$$S_{21} = K_1(m_2\eta\varepsilon_2)/K_1(m_2\eta),\ n_d = 2(1 + \nu)n_t,\ n_t = \gamma\gamma_1/\varkappa_2/\varkappa_{s1},\ \eta = \xi d$$

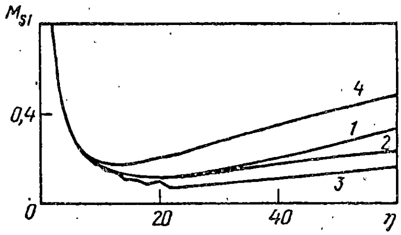
S_2 получается из S_1 заменой m_1 на m_{s1}, S_3 из S_1, а S_4 из S_2 получаются при замене функций K_n функциями I_n; $S_5 - S_8$ получаются из $S_1 - S_4$ заменой аргументов m_1 на m_2, m_{s1} на m_{s2} и при $\varepsilon_1 = 1$; $S_9 - S_{12}$ на $S_1 - S_4$ находятся, если ε_1 заменить на ε_2; $S_{13} - S_{16}$ из $S_1 - S_4$ находятся, если заменить в аргументах индекс 1 на 2; S_{18} получается из S_{17} заменой m_1 на m_{s1}; S_{19} из S_{17}, а S_{20} из S_{18} находятся аналогично получению S_3, S_4 из S_1, S_2; S_{22} получится из S_{21}, если в числителе функцию K_1 заменить на K_0; S_{23}, S_{24} найдутся из S_{21}, S_{22} при замене K_n на I_n; $S_{25} - S_{28}$ получаются из $S_{21} - S_{24}$ при замене m_2 на m_{s2}.

Здесь введены такие безразмерные параметры $\varkappa_{s1} = h/h_2$, $\gamma_1 = G/G_2$, $\gamma = G_2/G_1$, $\rho^* = \rho_2/\rho_1$, $\varepsilon_1 = a/d = 1 - \varkappa_1 - \varkappa_2$, $\varepsilon_2 = b/d = 1 - \varkappa_2$, $\varkappa_1 = h_1/d$, $\varkappa_2 = h_2/d$, $\varkappa_3 = h_1/h_2$, $h_1 = b - a$, $h_2 = d - b$; h_1, h_2 — толщины внутреннего и внешнего слоя оболочки.

Уравнение (2.1) является трансцендентным относительно безразмерной фазовой скорости M_{s1}. Эта скорость согласно (2.1) зависит от безразмерного волнового числа η и, следовательно, гармонические волны диспергируют и уравнение (2.1) является уравнением дисперсии, при этом имеют место следующие зависимости



Фиг. 1



Фиг. 2

между числами Маха $M_{s2}^2 = \rho_* M_{s1}^2/\gamma$, $M_{p1}^2 = (1 - 2\nu_1) M_{s1}^2/2/(1 - \nu_1)$, $M_{p2}^2 = (1 - 2\nu_2) M_{s2}^2/2/(1 - \nu_2)$.

Для свободных волн в системе без диссипации энергии фазовые скорости и волновые числа являются действительными величинами, поэтому корни уравнения (2.1) могут быть найдены с помощью ЭВМ без громоздкого решения задачи об аналитическом раскрытии определителя.

3. Частные случаи. Если контакт между слоями считать жестким (полное склеивание), то вместо граничных условий (1.5) должны выполняться следующие

$$\text{при } r = b\colon \sigma_{rr}^{(1)} = \sigma_{rr}^{(2)},\ \sigma_{rx}^{(1)} = \sigma_{rx}^{(2)},\ U_r^{(1)} = U_r^{(2)},\ U_x^{(1)} = U_x^{(2)} \qquad (3.1)$$

Для этого случая надо заменить элементы седьмой и восьмой строки определителя по формулам

$$a_{71} = S_{29},\ a_{72} = S_{30},\ a_{73} = m_{s1}^2 S_{31},\ a_{74} = m_{s1}^2 S_{32},\ a_{75} = -S_{22}$$

$$a_{76} = -S_{24},\ a_{77} = -m_{s2}^2 S_{26},\ a_{78} = -m_{s2}^2 S_{28},\ a_{81} = -m_1 S_{17},\ a_{82} = m_1 S_{19}$$

$$a_{83} = -m_{s1} S_{18},\ a_{84} = m_{s1} S_{20},\ a_{85} = m_2 S_{21},\ a_{86} = -m_2 S_{23},\ a_{87} = m_{s2} S_{25}$$

$$a_{88} = -m_{s2} S_{27},\ S_{29} = K_0(m_1\eta\varepsilon_2)/K_1(m_1\eta\varepsilon_1),\ S_{30} = I_0(m_1\eta\varepsilon_2)/I_1(m_1\eta\varepsilon_1)$$

$$S_{31} = K_0(m_{s1}\eta\varepsilon_2)/K_1(m_{s1}\eta\varepsilon_1),\ S_{32} = I_0(m_{s1}\eta\varepsilon_2)/I_1(m_{s1}\eta\varepsilon_1)$$

Если между слоями допускается проскальзывание без трения (идеальный скользящий контакт), на поверхности контакта условия записываются в виде

$$\text{при } r = b\colon \sigma_{rr}^{(1)} = \sigma_{rr}^{(2)},\ \sigma_{rx}^{(1)} = 0,\ \sigma_{rx}^{(2)} = 0,\ U_r^{(1)} = U_r^{(2)} \qquad (3.2)$$

Тогда необходимо вычислять элементы шестой, седьмой и восьмой строки таким образом

$$a_{61} = -2m_1 S_{17},\ a_{62} = 2m_1 S_{19},\ a_{69} = -m_{s1}(1 + m_{s1}^2) S_{18}$$

$$a_{64} = m_{s1}(1 + m_{s1}^2) S_{20},\ a_{65} = 0,\ a_{66} = 0,\ a_{67} = 0,\ a_{68} = 0$$

$$a_{71} = 0,\ a_{72} = 0,\ a_{73} = 0,\ a_{74} = 0,\ a_{75} = -2m_2 S_{21},\ a_{76} = 2m_2 S_{23}$$

$$a_{77} = -m_{s2}(1 + m_{s2}^2) S_{25},\ a_{78} = m_{s2}(1 + m_{s2}^2) S_{27}$$

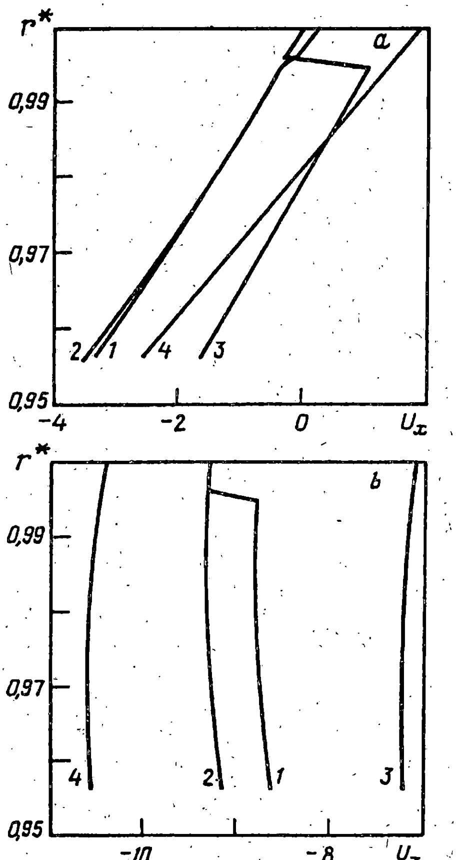
$$a_{81} = S_{29},\ a_{82} = S_{30},\ a_{83} = m_{s1}^2 S_{31},\ a_{84} = m_{s1}^2 S_{32},\ a_{85} = -S_{22}$$

$$a_{86} = -S_{24},\ a_{87} = -m_{s2}^2 S_{26},\ a_{88} = -m_{s2}^2 S_{28}$$

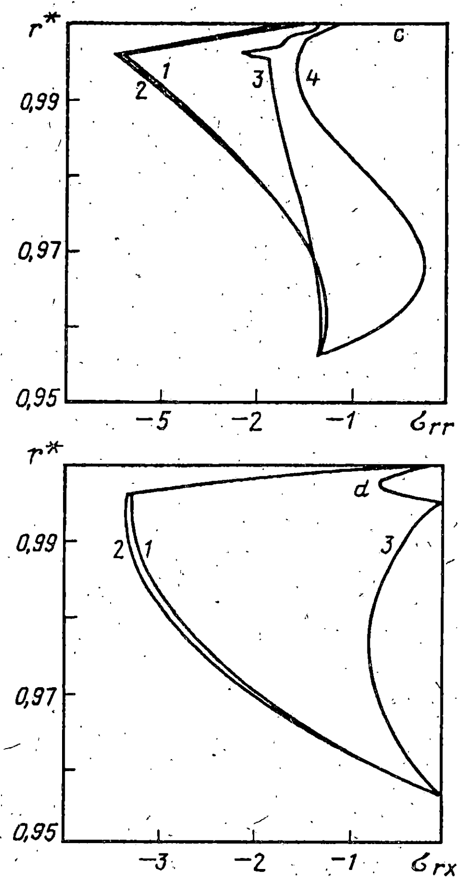
Для сравнения получим также решение для однослойной оболочки с суммарной толщиной $h_1 + h_2$ и изготовленной из того же материала, что и первый слой. В этом случае граничные условия имеют вид

$$\text{при } r = a, d\colon \sigma_{rx}^{(1)} = 0,\ \sigma_{rr}^{(1)} = 0 \qquad (3.3)$$

Дисперсионное уравнение записывается в виде равенства нулю определителя



Фиг. 3 (*a*, *b*)

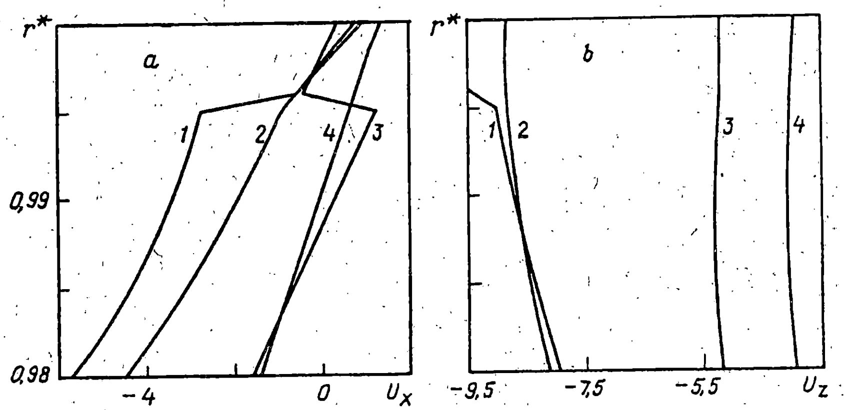


Фиг. 3 (*c*, *d*)

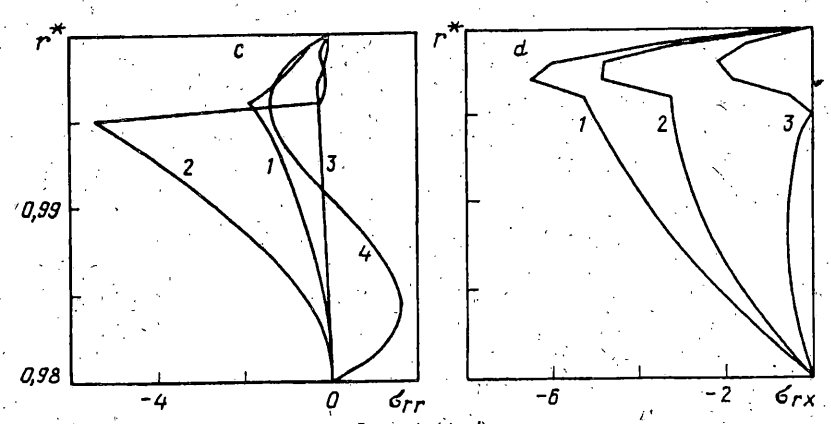
четвертого порядка, элементы которого получаются, если взять первые четыре строки из (2.1), но в третьей и четвертой строке все индексы 2 заменить на 1.

4. Анализ дисперсионных кривых и мод движения. С помощью ЭВМ для всех рассмотренных случаев найдены корни дисперсионных уравнений и построены зависимости фазовой скорости от длины волны (дисперсионные кривые). На фиг. 1 построены дисперсионные кривые первой моды при таких значениях безразмерных параметров $\varkappa_s = 10$; $\varkappa_{s1} = 0{,}1$; $\varkappa_2 = 0{,}004$; $\gamma_1 = 0{,}001$, при этом сплошные линии отвечают значениям $\gamma = 100$; $\rho^* = 100$, а для пунктирных $\gamma = 50$; $\rho^* = 50$. Кривые *1* отвечают случаю упругого контакта между слоями, кривые *2* построены для случая жесткого контакта, случаю скользящего контакта отвечают кривые *3*, а график *4* построен для однослойной оболочки с такими как у слоя 1 параметрами и с толщиной, равной суммарной толщине слоев.

Аналогичные кривые для более тонкого внутреннего слоя, когда $\varkappa_2 = 0{,}004$; $\varkappa_s = 4$; $\gamma = 50$; $\rho^* = 50$; $\gamma_1 = 0{,}001$; $\varkappa_{s1} = 0{,}1$, построены на фиг. 2. Здесь смысл индексов тот же, что и на фиг. 1. Из полученных результатов видно, что влияние упругих свойств прослойки более существенно для коротких волн ($\eta > 25$), в то же время при определении минимумов дисперсионных кривых (нахождении критических скоростей для соответствующей задачи о движении вдоль двухслойной оболочки осесимметричной нормальной нагрузки) разница между случаем упругого и жесткого контакта незначительна, и можно для этой цели пользоваться результатами для оболочки с полностью склеенными слоями.



Фиг. 4 (*a*, *b*)



Фиг. 4 (*c*, *d*)

Представляет практический интерес построение мод движения, которое позволяет наглядно показать влияние характера граничных условий на поверхности контакта на амплитуды перемещений и напряжений в составной оболочке. В случае точного решения задачи, когда движения слоев описываются динамическими уравнениями теории упругости, такие формы представляют собою распределение амплитуд по толщине двухслойной оболочки и стороятся следующим образом. Задавшись определенной длиной волны (выбрав фиксированное значение η) из дисперсионного уравнения для соответствующего контакта между слоями находим отвечающую ей безразмерную фазовую скорость M_{s1}. После этого подставляем полученную пару значений $(\eta; M_{s1})$ в систему однородных алгебраических уравнений для нахождения $A_k(\xi), \ldots, D_k(\xi)$ и так как ее определитель при этом обращается в ноль, то отбрасываем одно из уравнений, а в оставшейся системе одну из функций принимаем в качестве заданной и переносим в правую часть. Решая на ЭВМ полученную систему семи уравнений, после соответствующего нормирования подставляем найденные величины в выражения для амплитуд перемещений и напряжений каждого из слоев.

В качестве примера на фиг. 3 построены моды движения при $\eta = 10$ для четырех видов контакта между слоями при $\varkappa_z = 0{,}004$, $\varkappa_s = 10$, $\gamma = 50$, $\rho^* = 50$, $\gamma_1 = 0{,}001$, $\varkappa_{s1} = 0{,}1$. Кривые *1* на всех фигурах отвечают случаю упругого контакта, кривые *2* — построены для жесткого контакта, линии *3* — для скользящего, а графики *4* отвечают однослойной оболочке с суммарной толщиной

$h_1 + h_2$. Аналогичные картины для более тонкой оболочки при $\varkappa_s = 4{,}0$ и при тех же значениях остальных параметров, что и на фиг. 3, показаны на фиг. 4, в случае когда $\eta = 40$. Построенные графики наглядно показывают влияние податливости соединения на закономерности распределения по толщине двухслойной оболочки компонент напряженно-деформированного состояния. При определенных значениях параметров прослойки результаты по фазовым скоростям близки к соответствующим значениям для случая жесткого контакта, однако, даже в этом случае имеется скачок на границе слоев в перемещениях и различия в законах распределения напряжений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Горшков А. Г., Пожуев В. И.* Стационарные задачи динамики для пластин и оболочек, взаимодействующих с инерционными средами//Итоги науки и техн. ВИНИТИ. Мех. деформируем. тверд. тела. 1989, 20. С. 3—83.
2. *Горшков А. Г., Пожуев В. И.* Стационарные задачи динамики многослойных конструкций. М.: Машиностроение, 1992. 224 с.
3. *Pajton R. G.* Dynamic bond stress in a composite structure subjected to a sudden pressure rise//Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech. 1965. V. 32. No. 3. P. 190—198.
4. *Jones J. P., Whitter J. S.* Waves at a flexibly bonded interface//Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech. 1967. V. 34. № 4. P. 178—183.
5. *Chonan S.* Moving load on a two—layered plate with imperfect bonding, resting on a fluid half — space//Ing. Arch. 1980. V. 49. No. 2. P. 97—106.
6. *Chonan S.* Moving load on a two—layered cylindrical shell with imperfect bonding//J. Acoust. Soc. Amer. 1981. V. 69. No. 4. P. 1015—1020.

Запорожье

Поступила в редакцию 30.VI.1993