

УДК 539.3:534.1

© 1995 г. Л. И. МАНЕВИЧ, Э. Л. МАНЕВИЧ

ВЛИЯНИЕ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПЕРИОДИЧЕСКИ ПОДКРЕПЛЕННОЙ СЖАТОЙ ПЛАСТИНЫ

Задача об устойчивости сжатой подкреплённой пластины с учетом дискретности расположения ребер рассматривалась в ряде работ [1—3]. Случай одностороннего подкрепления детально проанализирован в [3].

Данная задача имеет не только самостоятельный интерес, но и важна для исследования устойчивости подкреплённых пластин с учетом взаимодействия общей и местной форм потери устойчивости.

Во всех рассмотренных случаях предполагалось шарнирное опирание нагруженных кромок пластины. Однако в реальных конструкциях такие условия встречаются редко. Как правило, нагруженные кромки пластины находятся в условиях защемления. В связи с этим представляет интерес анализ влияния граничных условий, соответствующих нагруженным кромками, на критические усилия и формы потери устойчивости.

Такой анализ применительно к общей форме потери устойчивости периодически подкреплённой в направлении нагружения пластины при одностороннем расположении ребер проведен в публикуемой работе. Общая форма потери устойчивости предполагает сохранение симметрии прогибов пластины относительно каждого из ребер жесткости.

Для исследования влияния граничных условий используется метод возмущения граничных условий, впервые предложенный в [4] для решения задач динамики жидкости. В граничные условия вводится параметр $0 \leq \varepsilon \leq 1$ таким образом, чтобы при $\varepsilon = 0$ получалась задача, решение которой может быть найдено аналитически.

В рассматриваемой задаче случай $\varepsilon = 0$ соответствует шарнирному опиранию, $\varepsilon = 1$ — жесткому защемлению, а промежуточные значения параметра ε — упругому закреплению нагруженных сторон пластины. Решение разыскивается в виде степенных разложений по параметру ε . Далее используется Паде-аппроксимация [5], позволяющая перейти от степенных разложений к рациональным функциям параметра ε и получить эффективные решения во всем диапазоне возможных граничных условий.

1. Рассмотрим продольно сжатую панель, подкреплённую односторонней системой ребер. Ввиду периодичности подкрепления будем рассматривать участок панели (фиг. 1, а). Граничные условия при $x = 0, L$ запишем в виде:

$$(1 - \varepsilon) w_{,xx} = \pm (\varepsilon/L) w_{,x}, \quad w = 0 \quad (1.1)$$

Тогда при $\varepsilon = 0$ получаем задачу устойчивости при шарнирном опирании нагруженных кромок, а при $\varepsilon = 1$ — их защемлении. Случай $0 < \varepsilon < 1$ соответствует упругому закреплению границ.

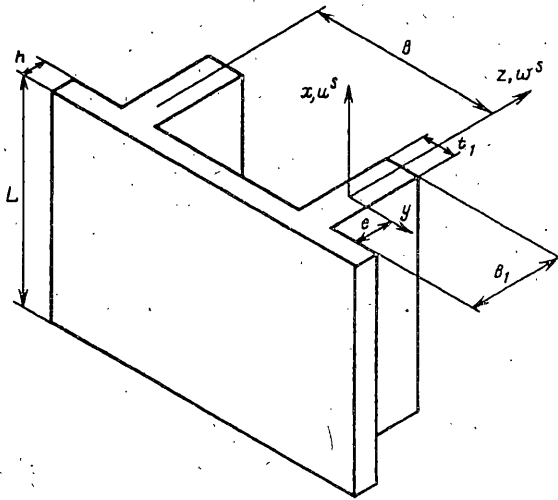
При эксцентричном расположении ребер необходим учет мембранной деформации, поэтому уравнения устойчивости обшивки имеют вид:

$$u_{,\xi\xi} + \frac{1-\nu}{2} u_{,\eta\eta} + \frac{1+\nu}{2} v_{,\xi\eta} = 0$$

$$\frac{1+\nu}{2} u_{,\xi\eta} + \frac{1-\nu}{2} v_{,\xi\xi} + v_{,\eta\eta} = 0 \quad (1.2)$$

$$c^2 (w_{,\xi\xi\xi\xi} - 2w_{,\xi\xi\eta\eta} + w_{,\eta\eta\eta\eta}) + T^\nu w_{,\xi\xi} = 0$$

$$c^2 = h^2 / (12b^2 (1 - \nu^2)), \quad T^\nu = T^0 / (Eh), \quad \xi = x/b, \quad \eta = y/b \quad (1.3)$$



Фиг. 1

Здесь u, v, w — перемещения в направлениях осей x, y, z , T^0 — докритическое продольное усилие, E — модуль упругости, ν — коэффициент поперечной деформации, h — толщина пластины, b — ширина участка между ребрами, ξ, η — безразмерные координаты. Связь между (1.2) и (1.3) проявляется через граничные условия.

Если ребро теряет устойчивость в своей плоскости, его уравнения устойчивости в проекциях на продольную и поперечную оси можно записать следующим образом [3]:

$$\begin{aligned} \gamma_1 (u_p - (e/b) v_{p,\xi})_{,\xi\xi} + q_1^v &= 0 \\ \gamma_2 v_{p,\xi\xi\xi\xi} + \gamma_1 T^v v_{p,\xi\xi} - q_2^v + (e/b) q_{1,\xi}^v &= 0 \\ \gamma_1 &= F_p/b^2, \quad \gamma_2 = J_1/b^4, \quad q_i^v = q_i/E \quad (i = 1, 2) \end{aligned} \quad (1.4)$$

где u_p, v_p — перемещения линии контакта ребра с обшивкой, F_p, J_1 — площадь поперечного сечения и момент инерции ребра относительно центральной оси, e — расстояние от линии контакта до центра тяжести поперечного сечения ребра, q_1, q_2 — погонные усилия взаимодействия ребра с обшивкой.

Граничные условия для ребра имеют вид

$$\begin{aligned} u &= u_p, \quad w = v_p, \quad q_1 = S_2(0,5 + 0) - S_2(0,5 - 0) \\ q_2 &= N_2(0,5 + 0) - N_2(0,5 - 0) \end{aligned} \quad (1.5)$$

где S_2 — сдвигающее, N_2 — поперечное усилия (фиг. 1, b).

2. В соответствии со схемой метода возмущения граничных условий представим функции u, v, w и T^v, q_1, q_2 в виде рядов по параметру ϵ типа

$$a = a_0 + a_1 \epsilon + a_2 \epsilon^2 + \dots \quad (2.1)$$

Тогда граничные условия (1.1) будут иметь вид

$$\begin{aligned} w_{i,\xi\xi} &= \pm \frac{b}{L} \sum_{k=0}^{i-1} w_{k,\xi} \quad (i = 1, 2, \dots) \\ w_{0,\xi\xi} &= 0, \quad w_j = 0 \quad (j = 0, 1, \dots) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Так как форма симметрична относительно $\eta = 0$, то в силу симметрии u , w и антисимметрии v при $\eta = 0$ должны выполняться условия

$$v = u_{,\eta} = w_{,\eta} = w_{,\eta\eta} = 0 \quad (2.3)$$

В нулевом приближении имеем

$$w_0(\xi, \eta) = w_0(0,5) \frac{B_1 \operatorname{ch} \beta_1 \eta - B_2 \operatorname{ch} \beta_2 \eta}{F_0} \sin \alpha_0 \xi$$

$$u_0(\xi, \eta) = \frac{2\alpha_0}{d_0} \left\{ \operatorname{ch} \alpha_0 \eta \left(\frac{1+d}{\alpha_0} \operatorname{sh} \frac{\alpha_0}{2} - \frac{d}{2} \operatorname{ch} \frac{\alpha_0}{2} \right) + d\eta \operatorname{sh} \alpha_0 \eta \operatorname{sh} \frac{\alpha_0}{2} \right\} \bar{U}_0 \cos \alpha_0 \xi$$

$$v_0(\xi, \eta) = \frac{2\alpha_0}{d_0} \left\{ d\eta \operatorname{ch} \alpha_0 \eta \operatorname{sh} \frac{\alpha_0}{2} - \frac{d}{2} \operatorname{sh} \alpha_0 \eta \operatorname{ch} \frac{\alpha_0}{2} \right\} \bar{U}_0 \sin \alpha_0 \xi \quad (2.4)$$

$$\alpha_0 = \frac{n\pi b}{L}, \quad \beta_{1,2} = \left(\alpha_0^2 \pm \frac{\alpha_0}{c} \sqrt{T_0} \right)^{1/2}, \quad B_1 = \beta_2 S_2$$

$$B_2 = \beta_1 S_1, \quad F_0 = B_1 C_1 - B_2 C_2, \quad d = (1 - \nu^2)/2$$

$$\bar{U}_0 = w_0(0,5) \left(\frac{g_2 + g_1 \alpha_0^2 e^2 / b^2}{g_1 \alpha_0} \frac{e}{b} - \frac{2c^2 h A_0}{g_1 \alpha_0 e} \right)$$

$$A_0 = B_1 B_2 (\beta_1^2 - \beta_2^2) / F_0, \quad g_1 = \gamma_1 \alpha_0^2, \quad g_2 = \gamma_2 \alpha_0^4 - T_0 \gamma_1 \alpha_0^2$$

где n — число полуволен по длине.

Поскольку T_0 входит в выражение для A_0 , то из условий сопряжения пластины с ребром получаем трансцендентное уравнение для определения T_0 , решение которого, соответствующее минимальному T_0 , при известных геометрических и жесткостных параметрах может быть найдено численно

$$T_0 = (\gamma_2 \alpha_0^4 + \gamma_1 \alpha_0^4 e^2 / b^2 - 2c^2 h A_0 / b - g_1 \alpha_0^2 e^2 d_0 / (bd_s + g_1 d_0 b^2)) / g_1 \quad (2.5)$$

3. Уравнения (1.2) для поправок первого приближения будут аналогичны уравнениям нулевого приближения, а уравнение (1.3) с учетом (2.4) и граничных условий (2.2) примет вид

$$c^2 (w_{1,\xi\xi\xi\xi} + 2w_{1,\xi\xi\eta\eta} + w_{1,\eta\eta\eta\eta}) + T_0 w_{1,\xi\xi} =$$

$$= T_1 w_0(0,5) \alpha_0^2 \sin \alpha_0 \xi (B_1 \operatorname{ch} \beta_1 \eta - B_2 \operatorname{ch} \beta_2 \eta) / F_0 \quad (3.1)$$

К данному уравнению применим интегральное преобразование Фурье с параметром $\alpha_1 = m\pi b/L$:

$$\bar{w}_1(m, \eta) = \int_0^{L/b} w_1(\xi, \eta) \sin \alpha_1 \xi d\xi \quad (3.2)$$

Возникает необходимость рассматривать отдельно уравнения при $m = n$ (т. е. при числе полуволен, равном числу полуволен в нулевом приближении и при $m \neq n$).

1. При $m = n$ уравнение (3.1) имеет вид

$$c^2 w_1^{*IV} - 2\alpha_0^2 c^2 w_1^{*''} + \alpha_0^2 w_1^{*'} (c^2 \alpha_0^2 - T_0) = \alpha_0^2 T_1 w_0(0,5) (B_1 \operatorname{ch} \beta_1 \eta - B_2 \operatorname{ch} \beta_2 \eta) / F_0 \quad (3.3)$$

решение которого будет

$$w_1^* = F_1(\eta)$$

$$F_1 = B_3 \operatorname{ch} \beta_1 \eta + B_4 \operatorname{ch} \beta_2 \eta + P_1 \eta \operatorname{sh} \beta_1 \eta + P_2 \eta \operatorname{sh} \beta_2 \eta$$

$$P_1 = KB_1/\beta_1, \quad P_2 = P_1 (1 \rightarrow 2), \quad K = \alpha_0 w_0 (0,5) \bar{T}_1 / (4cF_0 \sqrt{T_0})$$

$$\bar{T}_i = \nu_2 T L / b - 2c^2 b / L \quad (i = 1, 2)$$

$$B_3 = \frac{P_1}{F_0} \left(S_1 C_2 + \frac{\beta_1}{2} C_1 C_2 - \frac{\beta_2}{2} S_1 S_2 \right) + \frac{P_2}{F_0} \left(S_2 C_2 + \frac{\beta_2}{2} \right), \quad B_4 = -B_3 \quad (1 \rightarrow 2)$$

Выражения для u_i, v_i (решение системы (1.2)) аналогичны (2.4) с заменой константы \bar{U}_0 на \bar{U}_i .

После применения интегрального преобразования к уравнениям первого приближения для ребра имеем

$$Q_1^{y1} = g_1 U_1^y (0,5) + g_3 w_1^* (0,5) - 2\gamma_1 e \alpha_0 w_0 (0,5) / L$$

$$Q_2^{y1} = g_3 U_1^y (0,5) + g_4 w_1^* (0,5) + w_0 (0,5) \alpha_0^2 \left(2\gamma_2 \frac{b}{L} - \gamma_1 T_1 \frac{L}{2b} + 2\gamma_1 e^2 \frac{b}{L} \right) \quad (3.4)$$

$$Q_i^{y1} = \int_0^{L/b} q_i^l \left(\begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right) \alpha_1 \xi d\xi \quad (i = 1, 2), \quad U_1^y (0,5) = \int_0^{L/b} u_1 (0,5) \cos \alpha_1 \xi d\xi$$

$$g_3 = -\gamma_1 \alpha_0^3 e / b, \quad g_4 = \alpha_0^2 (\gamma_2 \alpha_0^2 - \gamma_1 T_0 + \gamma_1 \alpha_0^2 e^2 / b^2)$$

Для определения поправки к критическому усилию T_1 необходимо использовать условия сопряжения ребра с обшивкой

$$Q_1^{y1} + 2hS_2^{y1} = 0, \quad Q_2^{y1} + 2hN_2^{y1} = 0 \quad (3.5)$$

Усилие S_2^{y1} имеет вид

$$S_2^{y1} = U_1^y (0,5) \alpha_0 (\operatorname{ch} \alpha_0 - 1) / (bd_0) \quad (3.6)$$

Усилие N_2^{y1} можно выразить следующим образом:

$$N_2^{y1} = -(c^2/b)(A_0 w_1^* (0,5) + A_2) \quad (3.7)$$

С учетом (3.4), (3.6), (3.7) условия (3.5) принимают вид

$$g_1 U_1^y (0,5) + g_3 w_1^* (0,5) - 2\gamma_1 e \alpha_0 w_0 (0,5) / L + d_3 U_1^y (0,5) / bd_0 = 0$$

$$g_3 U_1^y (0,5) + g_4 w_1^* (0,5) + w_0 (0,5) \alpha_0^2 \left(2\gamma_2 \frac{b}{L} - \gamma_1 T_1 \frac{L}{2b} + 2\gamma_1 \frac{e^2}{bL} \right) -$$

$$- 2c^2 \frac{h}{b} (A_0 w_1^* (0,5) + A_2) = 0 \quad (3.8)$$

Исключая $U_1^y (0,5)$, получим

$$T_1 = \frac{4bF_0^2 \sqrt{T_0}}{2\alpha_0 \gamma_1 b F_0^2 \sqrt{T_0} + Zhc} \left[\frac{2b^2 \gamma_1 e g_3 d_0}{L^2 (g_1 b d_0 + d_3)} + \frac{2b^2}{L^2} \alpha_0 \left(\gamma_2 + \gamma_1 \frac{e^2}{b^2} \right) + Zhbc^3 / (L^2 F_0^2 \sqrt{T_0}) \right] \quad (3.9)$$

2. При $m \neq n$ уравнение (3.1) принимает вид:

$$c^2 \hat{w}_1^{y1} - 2\alpha_1^2 c^2 \hat{w}_1^{y1} + \hat{w}_1 (c^2 \alpha_1^4 - T_0 \alpha_0^2) = -2c^2 b \alpha_0 \alpha_1 w_0 (0,5) (B_1 \operatorname{ch} \beta_1 \eta - B_2 \operatorname{ch} \beta_2 \eta) / (L F_0) \quad (3.10)$$

Так как T_1 не входит в уравнение (3.10), оно не дает поправки к критическому усилию. При этом соответствующая поправка к форме потери устойчивости имеет вид

$$\hat{w}_1(m, \eta) = \bar{F}_1(m) \operatorname{ch} \varphi_1 \eta + \bar{F}_2(m) \operatorname{ch} \varphi_2 \eta + R_2(m) \operatorname{ch} \beta_1 \eta + R_1(m) \operatorname{ch} \beta_2 \eta \quad (3.11)$$

$$\varphi_{1,2} = (\alpha_1^2 \pm (\alpha_1/c) \sqrt{T_0})^{1/2}$$

Выражение (3.11) содержит неизвестную константу $\hat{w}_1(0,5)$, величину которой найдем из условий сопряжения ребра с обшивкой

$$\hat{U}_1(0,5) \left(\gamma_1 \alpha_1^2 + \frac{d_2}{bd_1} \right) - \gamma_1 \alpha_1^3 \frac{e}{b} \hat{w}_1(0,5) = \frac{2e \gamma_1 \alpha_0 w_0(0,5)}{L}$$

$$-\bar{U}_1(0,5) \gamma_1 \alpha_1^3 \frac{e}{b} + \hat{w}_1(0,5) d_4 + 2w_0(0,5) \alpha_0 \alpha_1 d_3 -$$

$$-2c^2 \frac{h}{b} (A_0 \hat{w}_1(0,5) + A_2 w_0(0,5)) = 0 \quad (3.12)$$

Из (3.12) имеем

$$\hat{w}_1(0,5) = D_1(m) w_0(0,5) \quad (3.13)$$

$$D_1(m) = \left[\frac{2\gamma_1^2 \alpha_1^3 \alpha_0 e^2 d_1}{L(\gamma_1 \alpha_1^2 b d_1 + d_2)} - 2\alpha_0 \alpha_1 d_3 + \frac{2c^2 h \hat{A}_2}{b w_0(0,5)} \right] /$$

$$/ \left[d_4 - \frac{\gamma_1^2 \alpha_1^3 e^2 d_1}{b(\gamma_1 \alpha_1^2 b d_1 + d_2)} - \frac{2c^2 h A_0}{b} \right]$$

Таким образом, первая поправка к форме потери устойчивости определяется следующим образом:

$$w_1(\xi, \eta) = \frac{2b}{L} F_1(\eta) \sin \alpha_0 \xi + \frac{2b}{L} \sum_{m=1, m \neq n}^{\infty} [\bar{F}_1(m) \operatorname{ch} \varphi_1 \eta + \bar{F}_2(m) \operatorname{ch} \varphi_2 \eta +$$

$$+ R_2(m) \operatorname{ch} \beta_1 \eta + R_1(m) \operatorname{ch} \beta_2 \eta] \sin \alpha_1 \xi \quad (3.14)$$

4. Во втором приближении применяем интегральное преобразование с параметром $m_2 \pi b/L$. Определение поправки к критическому усилию T_2 и поправки к форме потери устойчивости w_2 осуществляется по алгоритму, изложенному для первого приближения (поправки второго приближения не приводятся для облегчения чтения статьи). Результаты, полученные во втором приближении, приведены в таблицах и на графиках.

Таким образом, получено асимптотическое решение с учетом поправок первого и второго приближений. Чтобы расширить область его применимости (вплоть до случая жесткой заделки), применим Паде-аппроксимацию, позволяющую перейти от степенных разложений к рациональным функциям [5]. Для иллюстрации эффективности такого подхода рассмотрим вначале задачу устойчивости сжатого стержня, имеющую точное решение (на концах стержня приняты обобщенные граничные условия (1.1)). В этом случае ε -разложение дает

$$T/(EJ) = T_0 + \varepsilon T_1 + \varepsilon^2 T_2 + \dots \quad (4.1)$$

$$T_0 = \pi^2/L^2, \quad T_1 = 4/L^2, \quad T_2 = 4/L^2 (1 - 1/\pi^2)$$

Таблица 1

<i>N</i>	a_1	a_3	a_5	a_2	$T_0 \cdot 10^3$	$T_1 \cdot 10^3$	$T_2 \cdot 10^3$	$T_s \cdot 10^3$	$T_p \cdot 10^3$	α
1	0,125	0,25	0,5	0,05	0,5475	0,2219	0,1997	0,9691	2,2032	4,02
				0,2	8,5949	3,4768	3,1181	15,1898	34,0356	3,96
				0,5	46,5777	17,6420	15,3273	79,5471	157,386	3,38
2	0,06	0,12	0,2	0,05	0,1279	0,0518	0,0467	0,2265	0,5149	4,02
				0,2	2,0239	0,8182	0,7338	3,5761	8,0105	3,95
				0,5	11,1601	4,1466	3,5738	18,8560	36,3271	3,26
3	0,05	0,1	0,5	0,05	0,5277	0,2139	0,1924	0,9340	2,1210	4,02
				0,2	8,1891	3,2760	2,8969	14,3621	30,4143	3,71
				0,5	29,9710	6,6320	4,5528	41,1553	50,6202	1,69
4	0,01	0,05	0,2	0,05	0,0486	0,0197	0,0177	0,0086	0,1952	4,01
				0,2	0,7426	0,2896	0,2424	1,2746	2,2717	3,06
				0,5	1,6141	0,1806	0,1077	1,9024	2,0579	1,28

Таблица 2

<i>N</i>	a_1	a_5	a_3	a_2	η	\bar{w}_0	\bar{w}_1	\bar{w}_2	\bar{w}_p
1	0,125	0,5	0,25	0,1	0	1	0,0146	0,0140	1,3590
				0,5	1	0,0144	0,0138	1,3600	
				0,5	0	1,199	0,1198	0,1129	3,2660
				0,5	1	0,0154	0,0149	1,4218	
3	0,05	0,5	0,1	0,1	0	1,002	0,0156	0,0149	1,3610
				0,5	1	0,0144	0,0138	1,3600	
				0,5	0	2,701	0,8615	0,8344	30,1100
				0,5	1	0,0128	0,0123	1,3085	

Соответствующая рациональная функция (Паде-аппроксиманта), первые три коэффициента степенного разложения которой равны T_0, T_1, T_2 , имеет вид

$$T_p = \frac{T_0 + \varepsilon (T_1^2 - T_0 T_2) / T_1}{1 - T_2 \varepsilon / T_1} \quad (4.2)$$

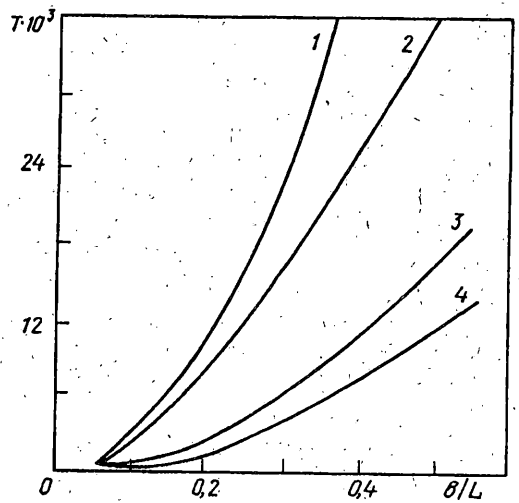
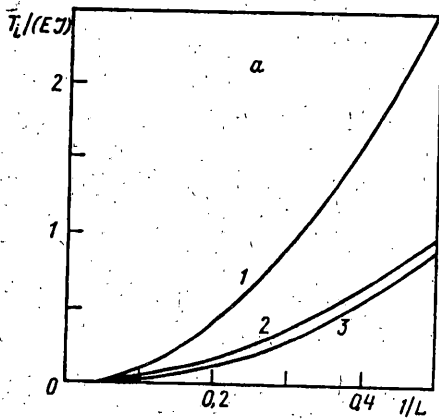
На графике (фиг. 2) приведены решения в нулевом, первом и втором приближениях (кривые 1, 2, 3), а также Паде-аппроксиманта (кривая 4) и точное решение (кривая 5). Видно, что несмотря на медленную сходимость ε -разложений при $\varepsilon \rightarrow 1$, Паде-аппроксиманта практически неотличима от точного решения (максимальная погрешность составляет 1%).

Построим теперь Паде-аппроксиманту в исходной задаче. При $\varepsilon = 1$ она имеет вид

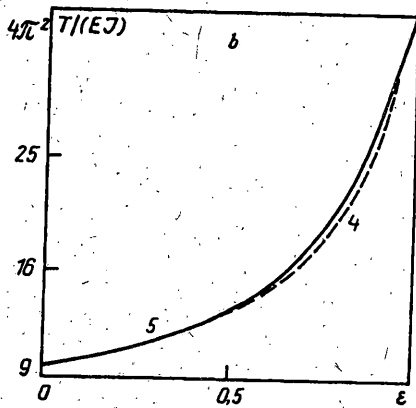
$$T = T_0 + T_1^2 / (T_1 - T_2) \quad (4.3)$$

Результаты расчета представлены в графической и табличной форме. Приняты следующие обозначения: $a_1 = h/b$, $a_5 = t_1/b_1$, $a_3 = F_p/(hb)$, $a_2 = b/L$, T_s — отрезок ряда, T_p — усилие, перестроенное по (4.3), $\alpha = T_p/T_0$, $\bar{w}_i = w_i/w_0$ ($i = 0, 2$).

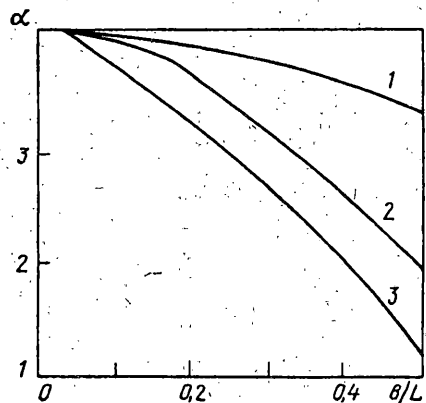
Варианты *N* 1, 2 соответствуют пластинам с относительно слабым подкреплением (невисокие ребра с малой изгибной жесткостью), варианты *N* 3, 4 — пластинам с тонкими ребрами достаточно большой изгибной жесткости (табл. 1, 2).



Фиг. 3



Фиг. 2



Фиг. 4

5. Как видно из табл. 1, члены разложения для критического усилия медленно убывают. Применение аппроксимации Паде позволяет существенно повысить точность получаемых результатов. Так, для длинных пластин, когда рассматриваемая система мало отличается от эйлеровой стойки, отношение критического усилия при защемленных нагруженных кромках к критическому усилию при шарнирно опертых нагруженных кромках близко к 4. О достоверности результатов говорит также высокая степень точности выполнения граничных условий защемления (равенство нулю угла поворота).

Сопоставление форм потери устойчивости подкрепленной пластины с заданными параметрами, проведенное на основании фиг. 3, где кривые 1, 3 соответствуют конструктивно-ортотропной теории, кривые 2, 4 — методу возмущения граничных условий, позволяет сделать вывод, что при защемлении нагруженных кромок пластины (кривые 1, 2) влияние дискретности может быть существенным даже в тех случаях, когда при шарнирном опирании нагруженных кромок (кривые 3, 4) практически применима ортотропная схема. Этот вывод подтверждается данными табл. 2. Так, например, для варианта 1 различие в перемещениях средней точки между ребрами и точки на ребре составляет 16% для шарнирного опирания и 56% для защемления.

Сравнение критических усилий и форм потери устойчивости для обоих случаев закрепления при изменении относительной длины пластины, проведенное на

основании табл. 1 и фиг. 4; кривая 1 соответствует $N1$, кривая 2 — $N3$, кривая 3 — $N4$, показывает, что с увеличением b/L влияние граничных условий уменьшается, причем этот эффект оказывается тем существенней, чем «сильнее» ребра. Так, для вариантов 1, 2 увеличение отношения b/L относительно мало влияет на соотношение критических усилий в обоих случаях. Однако для вариантов 3, 4 это изменение существенно больше: для относительно коротких пластин изменение граничных условий гораздо меньше влияет на величину критического усилия, чем для длинных. Причины этого ясны из табл. 2. Если при $b/L = 0,1$ отличия в перемещениях ребра и средней точки между ребрами малы, то при $b/L = 0,5$ отличие достигает 95%. Однако при слабом креплении эти различия менее существенны и меньше зависят от b/L , чем в случае сильного подкрепления.

Таким образом, пока форма потери устойчивости близка к эйлеровой для стойки, влияние граничных условий оказывается значительно более существенным. В противном случае проявляется эффект дискретности ребер, зависящий от жесткости подкрепления и приводящий к значительному уменьшению коэффициента α , характеризующего отношение критического усилия пластины при заземленных нагруженных кромках к критическому усилию при шарнирно открытых нагруженных кромках.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дубиня В. А. Устойчивость сжатой пластинки усиленной ребром жесткости//Тр. ЦАГИ. 1967. Вып. 1069. С. 191—210.
2. Steen E. Elastic buckling and postbuckling of eccentrically stiffened plates//Intern. J. Solids Struct. 1989. V. 25. No. 7. P. 751—768.
3. Маневич А. И. Эффект дискретности ребер в линейной и нелинейной задачах устойчивости подкрепленных пластин//Нелинейные задачи гидромеханики и теории упругости. Днепропетровск: Изд-во ДГУ, 1987. С. 122—130.
4. Дородницын А. А. Использование метода малого параметра для численного решения уравнений математической физики//Численные методы решения задач механики сплошных сред. М.: ВЦ АН СССР, 1969. С. 85—100.
5. Бейкер Дж., Грейвс-Моррис П. Аппроксимации Паде. М.: Мир, 1986. 502 с.

Москва, Днепропетровск

Поступила в редакцию
3.XI.1992