

УДК 531.8

© 1995 г. А. Н. ГОРБЕНКО, Г. Д. ШЕКУН

О ДИНАМИКЕ САМОБАЛАНСИРУЮЩЕГО УСТРОЙСТВА В КОНСТРУКЦИИ МНОГОДИСКОВОГО РОТОРА

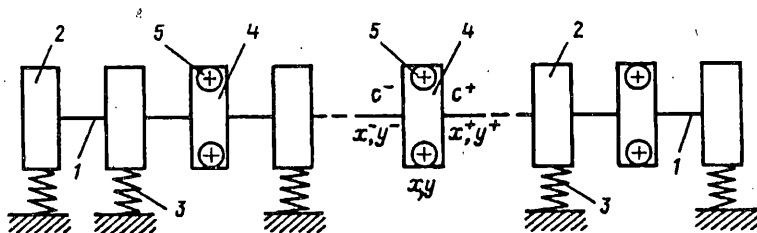
Эффективный способ снижения неуравновешенности быстровращающихся роторов — использование специальных механических самобалансирующих устройств (СБУ) [1]. Для таких устройств характерно наличие в них свободно перемещающихся компенсирующих масс (КМ) [2—4]. Динамика КМ такова, что на расчетном режиме вращения ротора их инерционные силы нейтрализуют силы дебаланса ротора [5, 6]. В качестве КМ в основном применяются абсолютно твердые маленькие шарики или маятники, свободно перемещающиеся в полости СБУ, заполненной демпфирующей жидкостью.

Существует ограниченное количество работ, посвященных теоретическому исследованию динамических особенностей СБУ. В [7] рассматриваются условия устойчивости равновесного положения КМ в виде шариков при отсутствии прогибов в отдельных сечениях вала. Такая постановка задачи нашла свое развитие в [8, 9], в которых исследования основаны на методах теории вибрационной механики. Полученные качественные результаты свидетельствуют о том, что применение СБУ для уменьшения дебаланса ротора определяется режимом работы. Эффект самобалансирования возникает при условии, когда частота вращения вала превышает собственную частоту колебаний ротора, т. е. в области закритического режима. Известные математические модели описывают простейшие схемы ротора в виде невесомого вала с одним неуравновешенным диском, без учета упругих связей и прогибов сечений вала, под действием дебаланса.

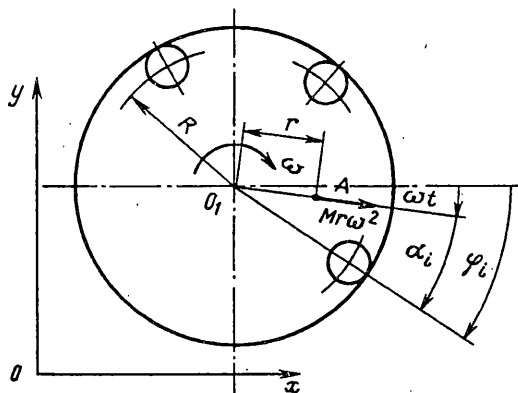
Ниже приведена модификация уравнений движения СБУ в составе многодискового ротора. В качестве расчетной модели принято абсолютно твердое тело, вращающееся вокруг упругоподвешенной оси, которая движется поступательно. На ось насажено конечное число одинаковых математических маятников (материальных точек на жестких безмассовых стержнях), которые могут независимо вращаться относительно несущего тела. На КМ действуют моменты сил, пропорциональные угловым скоростям вращения маятников относительно несущего тела. Теоретическое решение задачи основывается на численных методах исследования колебаний несамобалансирующих роторов произвольной формы [10, 11], которые наиболее полно учитывают реальные условия нагружения вала и геометрические характеристики ротора.

1. Расчетная схема ротора и самобалансирующего диска. Реальный многодисковый ротор заменяется дискретной схемой, представляющей совокупность следующих элементов (фиг. 1): 1 — безынерционные упругие участки вала; 2 — сосредоточенные массы, отражающие инерционные свойства сплошных дисков; 3 — упругие опоры; 4 — самобалансирующие диски; 5 — компенсирующие массы. Схематизация самобалансирующих дисков моделирует совместную работу полого диска и размещенных в полости диска свободных КМ в виде абсолютно твердых маленьких шариков.

Упругие участки, соединяющие диски, предполагаются осесимметричными. Опоры в расчетной схеме располагаются только в местах стыковки двух упругих участков, т. е. на дисках. В случае, если диск (сосредоточенная масса) не имеет опоры, то жесткость последней принимается равной нулю. Исключения составляют самобалансирующие диски, которые не могут располагаться на опорах. Матема-



Фиг. 1.



Фиг. 2.

тическое описание работы элементов 1, 2, 3 расчетной схемы приведено в [9]. Предлагаемое исследование представляет собой разработку математической модели самобалансирующего диска как элемента расчетной схемы.

2. Математическая модель самобалансирующего диска. Рассмотрим многодисковый ротор, вращающийся с постоянной угловой скоростью ω . На валу ротора жестко закреплены сплошные диски, между которыми расположен самобалансирующий диск массой M (см. фиг. 1). Плоскости дисков пересекаются осевой линией вала с центром O_1 (фиг. 2). Эксцентриситет диска O_1A . В полости самобалансирующего диска, заполненного жидкостью, могут свободно перемещаться k шариков, удерживаемые ободом диска. На диск в точках контакта со стороны i -го шарика массой m действуют радикальная и касательная силы. Положение шариков определим углом φ_i ($i = 1 \dots k$), отсчитываемым от неподвижной координаты x .

Пренебрегая гироскопическим эффектом и считая, что силы внешнего трения отсутствуют, воспользуемся уравнениями движения геометрического центра самобалансирующего диска (точка O_1) в неподвижной системе координат (x, O, y) , полученным в [7] для случая невесомого вала с одним самобалансирующим диском

$$(M + km)\ddot{x} + cx = Mr\omega^2 \cos \omega t + mR \sum_{i=1}^k (\ddot{\varphi}_i \sin \varphi_i + \dot{\varphi}_i^2 \cos \varphi_i) \quad (2.1)$$

$$(M + km)\ddot{y} + cy = -Mr\omega^2 \sin \omega t + mR \sum_{i=1}^k (\ddot{\varphi}_i \cos \varphi_i - \dot{\varphi}_i^2 \sin \varphi_i)$$

где c — жесткость вала на изгиб в точке O , r — расстояние между геометрическим центром диска O_1 и его центром масс A , R — расстояние между центром шарика и центром диска.

Принимая коэффициент вязкого трения между наполнителем, диском и шариками β_0 , уравнение движения i -го шарика в неподвижных координатах (x , O , y) приобретает следующий вид:

$$R\ddot{\varphi}_i + R\beta_0(\dot{\varphi}_i - \omega) = \ddot{x} \sin \varphi_i + \ddot{y} \cos \varphi_i \quad (2.2)$$

Расчетная схема самобалансирующего диска с динамическими связями посредством упругих участков вала показана на фиг. 1. Характеристики, относящиеся к упругому участку слева от самобалансирующего диска обозначим индексом ($-$), а справа соответственно индексом ($+$).

С учетом колебаний соседних дисков уравнения геометрического центра самобалансирующего диска в проекциях на оси координат x и y будут иметь следующий вид:

$$(M + km)\ddot{x} + (x - x^-)c^- + (x - x^+)c^+ = Mr\omega^2 \cos \omega t + mR \sum_{i=1}^k (\ddot{\varphi}_i \sin \varphi_i + \dot{\varphi}_i^2 \cos \varphi_i) \quad (2.3)$$

$$(M + km)\ddot{y} + (y - y^-)c^- + (y - y^+)c^+ = -Mr\omega^2 \sin \omega t + mR \sum_{i=1}^k (\ddot{\varphi}_i \cos \varphi_i - \dot{\varphi}_i^2 \sin \varphi_i)$$

где x^- , y^- и x^+ , y^+ — проекции перемещений дисков, расположенных слева и справа от самобалансирующего диска; c^- , c^+ — коэффициенты жесткости упругих участков вала соответственно слева и справа.

Правые части уравнений (2.3) представляют собой сумму проекций инерционных сил, действующих на самобалансирующий диск. После некоторых преобразований уравнений (2.2) и (2.3) получим систему дифференциальных уравнений, описывающих динамику самобалансирующего устройства в составе многодискового ротора

$$(M + km)\ddot{x} + cx = c^-x^- + c^+x^+ + Mr\omega^2 \cos \omega t + mR \sum_{i=1}^k (\ddot{\varphi}_i \sin \varphi_i + \dot{\varphi}_i^2 \cos \varphi_i) \quad (2.4)$$

$$(M + km)\ddot{y} + cy = c^-y^- + c^+y^+ - Mr\omega^2 \sin \omega t + mR \sum_{i=1}^k (\ddot{\varphi}_i \cos \varphi_i - \dot{\varphi}_i^2 \sin \varphi_i) \quad (2.5)$$

$$\ddot{\varphi}_i + \beta_0(\dot{\varphi}_i - \omega) = (\ddot{x} \sin \varphi_i + \ddot{y} \cos \varphi_i)/R \quad (i = 1, \dots, k)$$

$$c = c^- + c^+ \quad (2.6)$$

Полученная система уравнений нелинейна и содержит два уравнения (2.4) и (2.5) движения геометрического центра диска и k уравнений (2.6) движения шариков.

3. Реализация поставленной задачи. Решение для функции φ_i принимаем в виде [9]:

$$\varphi_i = \omega t + \psi_i(\omega t) + \alpha_i \quad (3.1)$$

где $\psi_i(\omega t)$ — малая периодическая функция, α_i — постоянная величина для i -го шарика.

При вращении ротора по уравнению (3.1) шарик вращается вместе с диском (первое слагаемое) и совершает малые периодические колебания (второе слагаемое) относительно некоторого положения, характеризуемого постоянным углом

α_i . Относительно малая величина функции $\psi_i(\omega t)$ обусловлена стационарным режимом работы ротора и демпфирующим свойством жидкости, находящейся в полости диска. Для решения нелинейной системы дифференциальных уравнений (2.4), (2.5), (2.6) в первом приближении примем по уравнению (3.1), что $\psi_i(\omega t) = 0$. Тогда при $\omega = \text{const}$ имеем

$$\varphi_i = \omega t + \alpha_i, \quad \dot{\varphi}_i = \omega, \quad \ddot{\varphi}_i = 0 \quad (3.2)$$

Кроме того, считаем, что уравнения движения дисков слева и справа от СБУ известны и выражены зависимостями

$$\begin{aligned} x^- &= a_x^- \cos \omega t + b_x^- \sin \omega t, & y^- &= a_y^- \cos \omega t + b_y^- \sin \omega t \\ x^+ &= a_x^+ \cos \omega t + b_x^+ \sin \omega t, & y^+ &= a_y^+ \cos \omega t + b_y^+ \sin \omega t \end{aligned} \quad (3.3)$$

где $a_x^-, b_x^-, a_y^-, b_y^-, a_x^+, b_x^+, a_y^+, b_y^+$ — проекции амплитуд колебаний соседних дисков.

Подставляя (3.2) и (3.3) в уравнения (2.4) и (2.5), после преобразований получаем

$$(M + km)\ddot{x} + cx = A_x \cos \omega t + B_x \sin \omega t \quad (3.4)$$

$$(M + km)\ddot{y} + cy = A_y \cos \omega t + B_y \sin \omega t \quad (3.5)$$

$$A_x = c^- a_x^- + c^+ a_x^+ + Mr\omega^2 + mR\omega^2 \sum_{i=1}^k \cos \alpha_i$$

$$B_x = c^- b_x^- + c^+ b_x^+ - mR\omega^2 \sum_{i=1}^k \sin \alpha_i$$

$$A_y = c^- a_y^- + c^+ a_y^+ - mR\omega^2 \sum_{i=1}^k \sin \alpha_i$$

$$B_y = c^- b_y^- + c^+ b_y^+ - Mr\omega^2 - mR\omega^2 \sum_{i=1}^k \cos \alpha_i$$

Для нерезонансного режима работы, решение уравнений (3.4) и (3.5) имеет следующий вид:

$$x = a_x \cos \omega t + b_x \sin \omega t \quad (3.6)$$

$$y = a_y \cos \omega t + b_y \sin \omega t \quad (3.7)$$

$$a_x = \frac{A_x}{(M + km)(p^2 - \omega^2)}, \quad b_x = \frac{B_x}{(M + km)(p^2 - \omega^2)}$$

$$a_y = \frac{A_y}{(M + km)(p^2 - \omega^2)}, \quad b_y = \frac{B_y}{(M + km)(p^2 - \omega^2)}$$

$$p^2 = c/(M + km)$$

С учетом (3.2), (3.6) и (3.7) уравнение (2.6) движения i -го шарика приобретает следующий вид:

$$\ddot{\varphi}_i + \beta_0(\dot{\varphi}_i - \omega) = A_\varphi \cos 2\omega t + B_\varphi \sin 2\omega t + D_\varphi \quad (3.8)$$

$$A_\varphi = -\frac{\omega^2}{2R} [(a_y - b_x) \cos \alpha_i + (a_x + b_y) \sin \alpha_i]$$

$$B_\varphi = -\frac{\omega^2}{2R} [(a_x + b_y) \cos \alpha_i + (b_x - a_y) \sin \alpha_i]$$

$$D_\varphi = -\frac{\omega^2}{2R} [(a_y + b_x) \cos \alpha_i + (a_x - b_y) \sin \alpha_i]$$

Решение уравнения (3.8) запишем в форме

$$\varphi_i = a_\varphi \cos 2\omega t + b_\varphi \sin 2\omega t + d_\varphi t + \alpha_i$$

$$a_\varphi = -(2\omega A_\varphi + \beta_0 B_\varphi) / (8\omega^3 + 2\omega\beta_0^2)$$

$$b_\varphi = -(2\omega B_\varphi - \beta_0 A_\varphi) / (8\omega^3 + 2\omega\beta_0^2)$$

$$d_\varphi = D_\varphi / \beta_0 + \omega \quad (3.9)$$

Полученное из системы уравнений (2.4)–(2.6) решение уже в первом приближении показывает, что свободно перемещающаяся компенсирующая масса, вращаясь вместе с диском, совершает периодические колебания с частотой 2ω и теоретически может вращаться относительно диска с постоянной скоростью D_φ/β_0 . В том же приближении доказано, что компенсирующие массы не вращаются относительно диска в силу наличия демпфирующих сил со стороны вязкой жидкости. В этом случае

$$D_\varphi = 0, \quad (a_x + b_x) \cos \alpha_i + (a_x - b_x) \sin \alpha_i = 0 \quad (3.10)$$

Подставляя в (3.10) выражения a_x, a_y, b_x, b_y из (3.6) и (3.7) получаем следующее равенство, которое характерно для i -го шарика

$$(A_y + B_x) \cos \alpha_i + (A_x - B_y) \sin \alpha_i = 0 \quad (3.11)$$

Этому уравнению соответствуют два решения

$$\operatorname{tg} \alpha_i = -(A_x + B_x) / (A_x - B_x) \quad (3.12)$$

$$A_y + B_x = 0, \quad A_x - B_y = 0 \quad (3.13)$$

Учитывая, что значения коэффициентов A_x, A_y, B_x, B_y неизменны для каждого из k -шариков в полости диска, решению вида (3.12) соответствует одновременное положение всех шариков в двух диаметрально противоположных точках. Следовательно, при $k > 2$ физически невозможно решение (3.12), поэтому остается второе решение (3.13).

Подставляя в (3.13) зависимости A_x, A_y, B_x, B_y из (3.4) и (3.5) получим

$$\sum_{i=1}^k \sin \alpha_i = \frac{1}{2mR\omega^2} [c^-(a_y^- + b_x^-) + c^+(a_y^+ + b_x^+)] \quad (3.14)$$

$$\sum_{i=1}^k \cos \alpha_i = -\frac{Mr}{mR} - \frac{1}{2mR\omega^2} [c^-(a_x^- - b_y^-) + c^+(a_x^+ - b_y^+)]$$

Уравнения (3.14) характеризуют угловое положение компенсирующих масс, которое они занимают в полном самобалансирующем диске при наличии упругих связей с соседними дисками вращающегося ротора.

Следует отметить, что если в уравнениях (3.14) положить равными нулю амплитуды колебаний соседних дисков, то получится известная зависимость [9], выведенная методами теории вибрационной механики.

Как следует из (3.14) параметры компенсирующих масс должны удовлетворять следующим условиям, которые могут быть использованы при проектировании ротора рассматриваемого типа:

$$kmR \geq \frac{1}{2\omega^2} |c^-(a_y^- + b_x^-) + c^+(a_y^+ + b_x^+)| \quad (3.15)$$

$$kmR \geq |Mr + \frac{1}{2\omega^2} [c^-(a_x^- - b_y^-) + c^+(a_x^+ - b_y^+)]|$$

Амплитуды колебаний геометрического центра диска можно определить по уравнениям (3.6) и (3.7) при использовании (3.14):

$$a_x = b_y = \frac{c^-(a_x^- + b_y^-) + c^+(a_x^+ + b_y^+)}{2(M + km)(p^2 - \omega^2)} \quad (3.16)$$

$$b_x = -a_y = \frac{c^-(b_x^- - a_y^-) + c^+(b_x^+ - a_y^+)}{2(M + km)(p^2 - \omega^2)}$$

Соотношения (3.14) и (3.16) являются приближенным решением системы дифференциальных уравнений (2.4)—(2.6). Для расчета колебаний многодискового ротора определение точного положения каждой компенсирующей массы СБУ не представляет практического интереса: в этом случае важно знать влияние, которое они оказывают на колебания СБУ. Следует также отметить, что полученное решение (3.16) не содержит характеристик дебалансов компенсирующих масс и дебаланса диска в составе СБУ, так как их влияние взаимно компенсируется. Как видно из (3.9), при отстройке ротора по резонансным частотам следует учитывать присутствие периодических сил, обусловленных компенсирующими массами, частота папульсаций которых соответствует удвоенной частоте вращения ротора.

Из уравнений (3.16) следует, что при $\omega > p$ амплитуды колебаний диска стремятся к нулю. Таким образом, в закритической области по частоте вращения, когда силы инерции преобладают над силами упругости, имеет место режим устойчивого процесса самобалансирования диска компенсирующими массами в составе многодискового ротора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гусаров А. А., Сусанин В. И., Шаталов Л. Н., Грушин Б. М. Автоматическая балансировка роторов машин. М.: Наука, 1979. 152 с.
2. Гулиа Н. В. Инерция. М.: Наука, 1982. 152 с.
3. Куинджи А. А., Колосов Ю. А., Народицкая Ю. И. Автоматическое уравнивание роторов быстроходных машин. М.: Машиностроение, 1974. 152 с.
4. Шекун Г. Д., Виноградов В. С. Ротор ротативной машины//А. с. 1538069 СССР//Открытия, изобретения. 1990. № 3. С. 203.
5. Пановко Я. Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. Л.: Машиностроение. 1976. 320 с.
6. Ден-Гартог Д. П. Механические колебания. М.: Физматгиз, 1960. 580 с.
7. Детинко Ф. М. Об устойчивости работы автобалансира для динамической балансировки//Изв. АН СССР ОТН. Механика и машиностроение. 1959. № 4. С. 38—45.
8. Блехман И. И. Синхронизация динамических систем. М.: Наука, 1971. 894 с.
9. Блехман И. И. Синхронизация в природе и технике. М.: Наука, 1981. 351 с.
10. Дондошанский В. К. Динамика и прочность судовых газотурбинных двигателей. Л.: Судостроение, 1978. 334 с.
11. Хронин Д. В. Колебания в двигателях летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1980. 296 с.

Комсомольск-на-Амуре

Поступила в редакцию
16.VI.1993