МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 3 • 1995

УДК 539.376

© 1995 г. В. И. АСТАФЬЕВ, Т. В. ГРИГОРОВА

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И ПОВРЕЖДЕННОСТИ У ВЕРШИНЫ РАСТУЩЕЙ В ПРОЦЕССЕ ПОЛЗУЧЕСТИ ТРЕЩИНЫ

В последнее время наблюдается большой интерес к вопросам докритического подрастания трещин в металлах при высокотемпературной ползучести. В экспериментальных исследованиях определялись зависимости скорости роста трещины от таких параметров, как коэффициент интенсивности напряжений K_I, C^* — интеграл теории установившейся ползучести, скорость раскрытия трещины $\dot{\delta}$ и т. п. В [1—3] представлен обзор таких исследований для жаропрочных сталей, сплавов и высокотемпературной керамики.

Наряду с экспериментальными исследованиями были предложены и некоторые теоретические модели роста трещин в металлах в условиях ползучести. Моделирование, как правило, основывалось на предположении, что рост трещины происходит в том случае, когда некоторая мера поврежденности материала достигает своей критической величины на некотором расстоянии от вершины трещины. Так в [4, 5] при моделировании роста трещин использовался параметр поврежденности Работнова — Качанова. В [6] поврежденность связывалась с величиной пористости материала, процесс накопления которой основан на совместном действии диффузионного и вязкого механизмов роста пор в условиях высокотемпературной ползучести. Авторы работы [7] привлекали в своих исследованиях в качестве меры поврежденности материала величину интенсивности накопленных деформаций ползучести. Более общая модель по описанию роста трещин в условиях ползучести была предложена в [8], где предполагалось, что величина критической поврежденности материала не является постоянной, а зависит от уровня напряжений и убывает при возрастании интенсивности напряжений.

Следует отметить, что в условиях ползучести происходит перераспределение напряжений у вершины трещины. В [9] такое перераспределение, вызванное влиянием упругих деформаций, было описано для случая неподвижной трещины. В [10] был найден новый тип сингулярности поля напряжений для случая растущей в процессе ползучести трещины. Однако, наиболее существенное влияние на перераспределение напряжений у вершины трещины оказывает величина накопленной в процессе ползучести поврежденности. Большинство теоретических моделей было основано на несвязанной постановке задачи теории ползучести с поврежденностью, когда величина накопленной поврежденности не влияла на характер распределения напряжений, определяемых, как правило, из решения соответствующей краевой задачи теории установившейся или неустановившейся ползучести. Лишь в ряде работ [3, 11] при конечноэлементном расчете процесса роста трещины в условиях ползучести применялась связанная постановка задачи теории ползучести с поврежденностью, предложенная впервые Ю. Н. Работновым [12]. Целью данного исследования является задача нахождения асимптотик распределения напряжений и поврежденности у вершины растущей в процессе ползучести трещины при определяющих соотношениях связанной теории ползучести с поврежденностью.

1. Постановка задачи. Рассмотрим движущуюся прямолинейную полубесконечную трещину с началом координат в ее вершине. Пусть трещина движется со скоростью $v(t)$ в направлении оси x_1. Материальная производная по времени t в движущейся системе координат записывается следующим образом:

$$d/dt = \partial/\partial t - v\partial/\partial x_1 = \partial/\partial t - v(\cos\varphi\partial/\partial r - r^{-1}\sin\varphi\partial/\partial\varphi) \qquad (1.1)$$

где x_1, x_2 — декартовы, r, φ — полярные координаты.

Определяющие соотношения связанной теории ползучести с поврежденностью имеют вид [12]:

$$\varepsilon_{ij} = \tfrac{3}{2}B(\sigma_e/\psi)^{n-1}s_{ij}/\psi \tag{1.2}$$

где ε_{ij} и σ_{ij} — тензоры скорости деформаций и напряжений, $s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_{kk}\delta_{ij}/3$ — девиатор тензора напряжений, $\sigma_e = (3s_{ij}s_{ij}/2)^{1/2}$ — интенсивность напряжений, ψ — параметр сплошности Л. М. Качанова ($\omega = 1 - \psi$ — параметр поврежденности Ю. Н. Работнова), B, n — константы степенного закона ползучести.

Кинетическое уравнение для параметра сплошности материала в трехмерном случае обычно записывается в виде [12—14]:

$$d\psi/dt = -A(\sigma_*/\psi)^m \tag{1.3}$$

где σ_* — эквивалентное напряжение, которое при одноосном растяжении совпадает с величиной растягивающего напряжения, A, m — константы степенного закона длительной прочности. В [14] была предложена следующая зависимость эквивалентного напряжения σ_* от интенсивности напряжений σ_e, максимального главного напряжения σ_1 и гидростатического напряжения σ_{kk}:

$$\sigma_* = \alpha\sigma_1 + \beta\sigma_e + (1 - \alpha - \beta)\sigma_{kk} \tag{1.4}$$

Константы α и β в соотношении (1.4) определяются экспериментально по серии изохронных кривых длительной прочности [14].

В начальный момент времени $t = 0$ параметр сплошности $\psi = 1$, а распределение напряжений описывается решением Хатчинсона — Райса — Розенгрена (HRR) для нелинейной среды [15, 16]:

$$\sigma_{ij}(r, \varphi, 0) = (C^*/BI_nr)^{1/(n+1)}\bar{\sigma}_{ij}(n, \varphi) \tag{1.5}$$

где C^* — независящий от пути интегрирования контурный интеграл теории установившейся ползучести, аналогичный J-интегралу, безразмерные величины I_n и $\bar{\sigma}_{ij}(n, \psi)$ численно определены в [15].

На свободной поверхности распространяющейся трещины выполнены следующие граничные условия:

$$\sigma_{22}(r, \pi, t) = 0, \qquad \sigma_{12}(r, \pi, t) = 0 \tag{1.6}$$

Для полубесконечной трещины условие (1.5) при $t > 0$ является также условием затухания напряжений на бесконечности.

Решение начально-краевой задачи для определяющих соотношений (1.2), (1.3), начальных и граничных условий (1.5), (1.6) в точке (r, φ) в момент времени t является функцией следующего множества переменных и материальных параметров задачи: r, φ, t, A, v, C^*/BI_n. Анализ размерностей показывает, что можно перейти к следующим безразмерным функциям напряжений и сплошности [17]:

$$\sigma_{ij}(r, \varphi, t) = (AC^*/vBI_n)^{1/q}\Sigma_{ij}(R, \varphi, T), \quad q = n + 1 - m$$

$$\psi(r, \varphi, t) = \Psi(R, \varphi, T), \quad R = r/r_0, \quad T = tv/r_0 \tag{1.7}$$

$$r_0 = (C^*/BI_n)^{p/(p-1)}(A/v)^{1/(p-1)}, \quad p = m/(n + 1) < 1$$

где Σ_{ij}, Ψ, R и T — безразмерные компоненты тензора напряжений, параметра сплошности, радиальная координата и время.

Запишем в полярных координатах уравнения равновесия, условие совместности в напряжениях и кинетическое уравнение (1.3) для безразмерных функций Σ_{ij} и Ψ:

$$\partial\Sigma_{rr}/\partial R + (\Sigma_{rr} - \Sigma_{\varphi\varphi})/R + R^{-1}\partial\Sigma_{r\varphi}/\partial\varphi = 0 \tag{1.8}$$

$$\partial\Sigma_{r\varphi}/\partial R + 2\Sigma_{r\varphi}/R + R^{-1}\partial\Sigma_{\varphi\varphi}/\partial\varphi = 0$$

$$2\partial(R\partial(\Sigma_e^{n-1}\Sigma_{r\varphi}/\Psi^n)/\partial\varphi)/\partial R - \partial^2(\Sigma_e^{n-1}S_{rr}/\Psi^n)/\partial\varphi^2 +$$

$$+ R\partial(\Sigma_e^{n-1}S_{rr}/\Psi^n)/\partial R - R\partial^2(R\Sigma_e^{n-1}S_{\varphi\varphi}/\Psi^n)/\partial R^2 = 0 \tag{1.9}$$

$$\partial\Psi/\partial T - \cos\varphi\,\partial\Psi/\partial R + R^{-1}\sin\varphi\,\partial\Psi/\partial\varphi = -(\Sigma_*/\Psi)^m \tag{1.10}$$

$$\Sigma_* = \alpha\Sigma_1 + \beta\Sigma_e + (1 - \alpha - \beta)\Sigma_{kk}$$

где $S_{rr} = -S_{\varphi\varphi} = (\Sigma_{rr} - \Sigma_{\varphi\varphi})/2$, $\Sigma_e = (S_{\varphi\varphi}^2 + \Sigma_{r\varphi}^2)^{1/2}$ для случая плоской деформации, $S_{rr} = (2\Sigma_{rr} - \Sigma_{\varphi\varphi})/3$, $S_{\varphi\varphi} = (2\Sigma_{\varphi\varphi} - \Sigma_{rr})/3$, $\Sigma_e = (S_{rr}^2 + S_{\varphi\varphi}^2 + S_{rr}S_{\varphi\varphi} + \Sigma_{r\varphi}^2)^{1/2}$ для случая плоского напряженного состояния.

Начальные условия в безразмерных переменных примут следующий вид:

$$\Sigma_{ij}(R, \varphi, 0) = R^{-1/(n+1)}\bar{\sigma}_{ij}(n, \varphi), \quad \Psi(R, \varphi, 0) = 1 \tag{1.11}$$

2. Асимптотическое решение задачи. Асимптотическое решение поставленной выше задачи в окрестности вершины трещины будем искать в виде [18]:

$$\Psi = R^\mu(g^{(1)}(\varphi, T) + Rg^{(2)}(\varphi, T) + \ldots) \tag{2.1}$$

$$\Sigma_{ij}/\Psi = R^\lambda(f_{ij}^{(1)}(\varphi, T) + Rf_{ij}^{(2)}(\varphi, T) + \ldots)$$

Подставив представление (2.1) в уравнения (1.8)—(1.10), получим последовательность систем дифференциальных уравнений для неизвестных функций $(f_{ij}^{(1)}, g^{(1)})$, $(f_{ij}^{(2)}, g^{(2)})$ и т. д. Из уравнения (1.10), в частности, следует, что $\mu = 1 + m\lambda$.

Рассмотрим подробнее получаемую систему уравнений для случая плоской деформации. Обозначим $y_1 = g^{(1)}$, $y_2 = f_{\varphi\varphi}^{(1)}$, $y_3 = f_{r\varphi}^{(1)}$, $y_4 = f_{rr}^{(1)}$ и введем вспомогательную переменную $y_5 = 4(n\lambda + 1)y_3 + (y_2 - y_4)' + (n - 1)(y_2 - y_4)y'/y$, где $y = (y_3^2 + (y_2 - y_4)^2/4)^{1/2}$. Тогда уравнения (1.8)—(1.10) при $r \to 0$, а также уравнение для y_5' можно записать как

$$y_1' = (\mu y_1\cos\varphi - y_e^m)/\sin\varphi \tag{2.2}$$

$$y_2' = -(\lambda + \mu + 2)y_3 - y_2y_1'/y_1, \quad y_3' = y_2 - (\lambda + \mu + 1)y_4 - y_3y_1'/y_1$$

$$y_4' = y_2' - \frac{(y_5 - 4(n\lambda + 1)y_3)y^2 + (n - 1)(y_4 - y_2)y_3y_3'}{ny^2 - (n - 1)y_3^2}$$

$$y_5' = n\lambda(n\lambda + 2)(y_2 - y_4) - (n - 1)y_5y'/y$$

В случае плоской деформации функция y_e является линейной комбинацией функций $(y_2 + y_4)$ и y вида $y_e = (3 - 2\alpha - 3\beta)(y_2 + y_4)/2 + (\alpha + \beta)y$.

Уравнения (2.2) образуют систему нелинейных дифференциальных уравнений со следующими граничными условиями:

граничные условия (1.6) на поверхности трещины

$$y_2(\pi) = 0, \quad y_3(\pi) = 0 \tag{2.3}$$

условия симметрии при $\varphi = 0$:

$$y_3(0) = 0, \quad y_4'(0) = 0 \tag{2.4}$$

условие регулярности решения при $\varphi = 0$:

$$y_1(0) = y_e''(0)/\mu \tag{2.5}$$

Следует отметить, что условие симметрии $y_4'(0) = 0$ эквивалентно условию $y_5(0) = 0$.

Система дифференциальных уравнений (2.2) с граничными условиями (2.3)—(2.5) представляет собой классическую задачу на собственные значения для неизвестного собственного числа λ и неизвестных собственных функций $y_1(\varphi), \ldots, y_5(\varphi)$. Из однородности уравнений (2.2) и граничных условий (2.3)—(2.5) следует, что функции $A(T)y_2(\varphi), \ldots, A(T)y_5(\varphi)$ и $A^m(T)y_1(\varphi)$ также являются решениями, т. е. амплитуда решения $A(T)$ не может быть найдена при анализе асимптотического поведения решения при $r \to 0$. Потому для нормирования решения положим

$$y(0) = 1 \tag{2.6}$$

и добавим дополнительное граничное условие при $\varphi = 0$:

$$y_2(0) = Y \tag{2.7}$$

где Y — некоторая константа.

Численное решение поставленной задачи осуществлялось методом пристрелки — подбирались пробные значения λ и Y, для которых решение системы уравнений (2.2) с граничными условиями (2.4)—(2.7) при $\varphi = 0$ (задача Коши) удовлетворяло бы оставшимся граничным условиям (2.3) при $\varphi = \pi$.

Численное решение задачи Коши осуществлялось методом Рунге — Кутта 4-го порядка с автоматическим изменением шага интегрирования на промежутке $[0, \pi]$. Если полученное численное решение удовлетворяло условию $(y_2^2(\pi) + y_3^2(\pi))^{1/2} < \varepsilon$, то пробные значения λ и Y считались подобранными верно, а решение найденным.

Результаты решения данной задачи методом пристрелки и методом Рунге — Кутта показали, что никакая пара значений λ и Y не позволяет удовлетворить условию (2.3) с заданной точностью ε. Более того, оказалось, что при любой численной реализации метода пристрелки функция y_1 начиная с некоторого значения $\varphi = \varphi_0 < \pi$ становилась отрицательной, что противоречило физическому смыслу параметра сплошности ψ. Теоретический анализ поведения решения вблизи точки $\varphi = \pi$ показал, что функция y_1 при $\varphi \to \pi$ ведет себя как $y_1 = C\xi^{\mu} - y_e''(\pi)/\mu$, где $\xi = \pi - \varphi$, C — константа. Таким образом действительно существует некоторое значение $\varphi_0 < \pi$, при котором функция y_1 обращается в нуль и на промежутке $[\varphi_0, \pi]$ становится отрицательной.

Для того, чтобы устранить возникшее противоречие, была предложена модифицированная постановка задачи. Будем искать решение на отрезе $[0, \varphi_0]$, полагая все искомые функции на отрезке $[\varphi_0, \pi]$ равными нулю. Очевидно, что такое доопределение функций на отрезке $[\varphi_0, \pi]$ не противоречит условиям непрерывности решения, если потребовать выполнения условий

$$y_1(\varphi_0) = 0, \quad y_2(\varphi_0) = 0, \quad y_3(\varphi_0) = 0 \tag{2.8}$$

Отметим, что требование непрерывности для y_4 и y_5 не является обязательным при постановке краевых задач механики сплошных сред [19].

Таким образом, для системы (2.2) на промежутке $[0, \varphi_0]$ получаем модифицированную постановку задачи на нахождение собственных значений и собственных функций, для которых неизвестные значения λ, Y и φ_0 находятся из дополнительных условий (2.8).

Численное решение модифицированной постановки задачи методом пристрелки с интегрированием системы (2.2) методом Рунге — Кутта показало, что такое решение существует для $\lambda = 0$, $\varphi_0 = \pi/2$ и $Y = 2$. Более того, для данных значений параметров систему (2.2) удалось проинтегрировать и найти аналитическсе решение задачи

$$y_1 = \psi_0 \cos\varphi, \quad y_2 = 2\cos^2\varphi, \quad y_3 = \sin 2\varphi$$

$$y_4 = 2\sin^2\varphi, \quad y_5 = 0, \quad y = 1, \; y_e = 3 - 2\beta - \alpha \tag{2.9}$$

$$\psi_0 = (3 - 2\beta - \alpha)^m$$

На отрезке $[\pi/2, \pi]$ в соответствии с модифицированной постановкой задачи система (2.2) имеет нулевое решение. Отметим, что численное решение модифицированной задачи методом пристрелки и методом Рунге — Кутта показало отсутствие другого решения задачи, удовлетворяющего всем вышеперечисленным условиям.

Уравнения равновесия и кинетическое уравнение для параметра поврежденности в случае плоско-напряженного состояния идентичны соответствующим уравнениям для плоской деформации, но условие совместности в напряжениях будет выглядеть иначе. В этом случае вспомогательная функция y_5 будет иметь вид $y_5 = 6(n\lambda + 1)y_3 + (y_2 - 2y_4)' + (n - 1)(y_2 - 2y_4)z'/z$, где $z = (y_3^2 + (y_2^2 + y_4^2 - y_2y_4)/3)^{1/2}$, а система уравнений для $y_1(\varphi), \ldots, y_5(\varphi)$, запишется в виде

$$y_1' = (\mu y_1 \cos\varphi - y_e^n)/\sin\varphi, \quad y_2' = -(\lambda + \mu + 2)y_3 - y_2y_1'/y_1$$

$$y_3' = y_2 - (\lambda + \mu + 1)y_4 - y_3y_1'/y_1 \tag{2.10}$$

$$2y_4' = y_2' - \frac{(y_5 - 6(n\lambda + 1)y_3)z^2 + (n - 1)(2y_4 - y_2)(y_3y_3' + y_2y_2'/4)}{nz^2 - (n - 1)(y_3^2 + y_2^2/4)}$$

$$y_5' = n\lambda((2n\lambda + 3)y_2 - (n\lambda + 3)y_4) - (n - 1)y_5z'/z$$

$$y_e = (2 - \alpha - 2\beta)(y_2 + y_4)/2 + \alpha y + \beta z$$

Аналогично решению задачи для плоской деформации при нахождении решения системы (2.10) с граничными условиями (2.3)—(2.7) была использована модифицированная постановка задачи на промежутке $[0, \varphi_0]$ с дополнительными условиями (2.8). Численное решение для плоского напряженного состояния методом пристрелки и методом Рунге — Кутта показало, что решение также существует лишь для $\lambda = 0$, $\varphi_0 = \pi/2$ и $Y = \sqrt{3}$. Для данных значений параметров удалось найти аналитическое решение задачи в виде

$$y_1 = \psi_0 \cos\varphi, \quad y_2 = \sqrt{3}\cos^2\varphi, \quad y_3 = \sqrt{3}\sin 2\varphi, \quad y_4 = \sqrt{3}\sin^2\varphi$$

$$y_5 = 0, \quad y = \sqrt{3}/2, \quad z = 1, \quad y_e = \sqrt{3} + (1 - \sqrt{3})\beta$$

$$\psi_0 = (\sqrt{3} + (1 - \sqrt{3})\beta)^m \tag{2.11}$$

На промежутке $[\pi/2, \pi]$ решение, в соответствии с модифицированной постановкой задачи, доопределялось нулевыми значениями, что не противоречило основным требованиям к условию непрерывности поля напряжений [19].

Возвращаясь к размерным переменным, запишем полученное решение в следующем виде:

$$\psi = \varkappa^m(C^*/BI_n)^{m/q}(A/v)^{(n+1)/q}rg^{(1)}(\varphi) \tag{2.12}$$

$$\sigma_{ij}/\psi = \varkappa(AC^*/vBI_n)^{1/q}f_{ij}^{(1)}(\varphi)$$

где $f_{ij}^{(1)}(\varphi)$ и $g^{(1)}(\varphi)$ задаются выражениями (2.9) и (2.11) в зависимости от вида задачи.

Заметим, что безразмерный параметр $\varkappa$ и текущая скорость роста трещины $v(t)$ в выражениях (2.12) являются неопределенными и могут быть найдены при численном решении задачи во всем диапазоне изменения переменных $0 < r < \infty$, $0 < t < \infty$, $0 < \varphi < \pi$. Приближенный способ оценки величин $\varkappa$ и $v(t)$ был предложен в [20].

Полученные результаты означают следующее: к берегам развивающейся в процессе ползучести трещины примыкает область полностью разрушенного материала в котором (с точностью до членов второго порядка малости относительно расстояния до берегов трещины) поля напряжений σ_{ij} и сплошности ψ нулевые, а поврежденность $\omega = 1$. Такое поле напряжений принципиально отличается от соответствующего (сингулярного) поля напряжений в несвязанной постановке задачи и является результатом влияния поврежденности на процесс ползучести материала. Полностью разрушенная область у берегов растущей трещины может быть интерпретирована, например, как область микроветвления, когда вдоль всей траектории развития магистральной трещины возникают ортогонально ориентированные к ней микротрещины. Скорость роста трещины является внутренним параметром задачи и может быть найдена при полном ее решении во всем диапазоне изменения переменных $0 < r < \infty$, $0 < t < \infty$ и $0 < \varphi < \pi$.

Авторы выражают признательность Министерству науки, высшей школы и технической политики за финансовую поддержку работы в 1992, 1993 гг. (грант 2-41-8-27).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Riedel H.* Recent advances in modelling creep crack growth//In: Adv. Fract. Res.: Proc. 7th Int. Conf Fract. (ICF7), Houston, 1989. Oxford: Pergamon Press, 1989. V. 2. P. 1495—1523.
2. *Riedel H.* Fracture at High Temperature. Berlin: Springer, 1987. 418 p.
3. *Hayhurst D. R., Brown P. R., Morrison C. J.* The role of continuum damage in creep crack growth// Phyl. Trans. Roy. Soc., London, 1984. V. A311. P. 131—158.
4. *Kubo S., Ohji K., Ogura K.* An analysis of creep crack propagation on the basis of the plastic singular stress field//Eng. Fract. Mech. 1979. V. 11. P. 315—329.
5. *Астафьев В. И.* О росте трещин при ползучести с учетом пластической зоны вблизи вершины трещины//ПМТФ. 1979. № 6. С. 154—158.
6. *Riedel H.* The extension of a macroscopic crack at elevated temperature by the growth and the coalescence of microvoids//In: Creep Structures: Proc. 3rd Symp., Leicester, 1980. Berlin: Springer, 1981. P. 504—519.
7. *Cocks A. C. F., Ashby M. F.* The growth of dominant crack in a creeping material//Scr. Metall. 1982. V. 16. P. 109—114.
8. *Астафьев В. И.* Закономерности подрастания трещин в условиях ползучести//Изв. АН СССР. МТТ. 1986. № 1. С. 127—134.
9. *Riedel H., Rice J. R.* Tensile crack in creeping solids//ASTM STP 700. 1980. P. 112—130.
10. *Hui C. Y., Riedel H.* The asymptotic stress and strain field near the tip of a growing crack under creep conditions//Int. J. Fract. 1981. V. 17. P. 409—425.
11. *Hayhurst D. R., Dimmer P. R., Chernuka M. W.* Estimates of the creep rupture lifetime of structures using finite element method//J. Mech. and Phys. Solids. 1975. V. 23. P. 335—355.
12. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
13. *Качанов Л. М.* О времени разрушения в условиях ползучести//Изв. АН СССР. ОТН. 1958, № 8. С. 26—31.
14. *Hayhurst D. R.* Creep rupture under multi-axial states of stress//J. Mech. and Phys. Solids. 1972. V. 20. P. 381—390.
15. *Hutchinson J. W.* Singular behaviour at the end of tensile crack in a hardening material//J. Mech. and Phys. Solids. 1968. V. 16. P. 13—31.

16. *Rice J. R., Rosengren G. F.* Plane strain deformation near a crack tip in power-law hardening material//J. Mech. and Phys. Solids. 1968. V. 16. P. 32—48.
17. *Астафьев В. И.* Асимптотика напряжений у вершины растущей в процессе ползучести трещины с учетом накопления поврежденности//Докл. АН СССР. 1984. Т. 279. № 6. С. 1327—1330.
18. *Astafjev V. I., Grigorova T. V., Pastukhov V. A.* Influence of continuum damage on stress distribution near a tip of growing crack under creep conditions//In: Mech. Creep Brittle Mater.— 2: Proc. 2nd Int. Colloq., Leicester, 1991. London: Elsevier, 1991. P. 49—61.
19. *Седов Л. И.* Механика сплошной среды. Т. 1. М.: Наука, 1976. 535 с.
20. *Астафьев В. И., Григорова Т. В., Пастухов В. А.* Влияние поврежденности материала на напряженно-деформированное состояние в окрестности вершины трещины при ползучести// ФХММ. 1992. Т. 28. № 1. С. 5—11.

Самара

Поступила в редакцию
1.XI.1993