МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 2 • 1995

СЕМИНАР ПРИ НАУЧНОМ СОВЕТЕ РАН ПО МЕХАНИКЕ СИСТЕМ И НАУЧНОМ СОВЕТЕ РАН ПО ПРОБЛЕМАМ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ И НАВИГАЦИИ ПОД РУКОВОДСТВОМ А. Ю. Ишлинского, Д. М. Климова.

24.10.1994 (436-е заседание). **А. А. Меликян** (Москва). *Сингулярные характеристик уравнений в частных производных первого порядка и некоторые их приложения.*

Известно, что при выполнении некоторых условий регулярности локальное построение решения уравнения в частных производных первого порядка (УЧПП) сводится к интегрированию характеристической системы обыкновенных уравнений. Во многих задачах теории управления и дифференциальных игр, геометрической оптики и механики необходимы построения решения УЧПП в большом (не локальные). Дано определение обобщенного (глобального) решения УЧПП, введены понятия регулярных и сингулярных точек (поверхностей) данного решения. Показано, что некоторые сингулярные поверхности не могут быть построены на основе классических (регулярных) характеристик. Доказано, что для трех типов сингулярных поверхностей построения можно свести к системе обыкновенных уравнений, названной системой сингулярных характеристик (СХ). Дана общая схема построения уравнений СХ. В инвариантной форме получены необходимые условия сингулярности и уравнения СХ. Эффективность подхода продемонстрирована построением обобщенного решения для конкретного двумерного уравнения с сингулярностями трех типов. Отмечена следующая аналогия: сингулярные поверхности в той же мере завершают описание нелинейного УЧПП, как, например, особые решения для динамической нелинейной системы на плоскости.

31.10.1994 (437-е заседание). **В. Ф. Журавлев** (Москва). *Новый алгоритм нормализации по Биркгофу в гамильтоновых системах.*

Дано инвариантное определение нормальной формы Биркгофа возмущенных гамильтонианов. Построен основанный на этом определении, тоже инвариантный, алгоритм приведения к ней. Как и в методе Хори алгоритм основан на использовании рядов Ли, однако поиск нормализованного и производящего гамильтонианов осуществляется не в терминах их тейлоровских разложений, а в терминах кольца асимптотик. В результате сложные многомерные рекуррентные алгоритмы метода Хори удалось свести к единственной рекуррентной формуле.

Получено в инвариантной форме общее решение гомологического уравнения, избавляющее от необходимости искать производящий гамильтониан в виде суммы нерезонансных членов с неизвестными коэффициентами.

5.12.1994 (438-е заседание). **Л. Д. Акуленко, С. В. Нестеров** (Москва). *Новый метод решения задачи Штурма — Лиувилля.*

Для нахождения собственных чисел и собственных функций задачи Штурма — Лиувилля

$$u'' + (\lambda r - q)u = 0, \quad u(0) = u(1) = 0$$

где r и q заданные функции, предлагается следующий метод. На первом этапе с помощью принципа Релея — Ритца определяется верхняя оценка первого собственного числа λ_1^*, причем $\lambda_1 \le \lambda_1^*$. Далее решается задача Коши

$$W'' + (\lambda_1^* r - q)W = 0, \quad W(0) = 0, \quad W'(0) = 1$$

Решение задачи Коши является также одновременно решением задачи Штурма — Лиувилля $W(0) = W(\xi) = 0$, где $\xi \le 1$. Критерием близости λ_1^* к λ_1 является выполнение неравенства $1 - \xi = \varepsilon << 1$. С помощью теории возмущений дается уточненное значение первого собственного числа $\lambda_1 = \lambda_1^* \xi_1^2 (1 + \varepsilon \nu_1 + \varepsilon^2 \ldots)$, где поправка ν_1 вычисляется с помощью квадратур. Доказан ряд теорем, позволяющих дать весьма узкие оценки сверху и снизу для λ_1. Приведенные численные примеры демонстрируют большую точность и эффективность предложенного метода. Полученные результаты распространяются на случай краевых условий II-го и III-го рода, а также для нахождения последующих собственных чисел $\lambda_2, \ldots, \lambda_n$.

19.12.1994 (439-е заседание). **П. Г. Русанов** (Москва). *Метод твердых тел и его применение в динамике деформируемых сред.*

Метод твердых тел (МТТ) — научная стратегия формирования дискретной расчетной схемы, в виде некоторой эквивалентной системы твердых тел (СТТ), для компьютерного анализа нестационарных задач динамики деформируемых сред (ДС), включая жидкости, газы и твердые тела из материалов с вязкоупругопластическими свойствами.

В объеме исследуемой ДС вводится подвижная математическая сетка — система инерционных реперов, выполняющих роль твердых тел и осредняющих пространственное движение локальных объемов среды. Доказывается, что при определенном количестве элементов дискретизации конечная подгруппа обобщенных координат инерционных реперов позволяет аппроксимировать кинематическое и деформационное состояние среды с точностью, приемлемой для технических приложений. В данном методе дискретизации каждый из макрообъемов ДС выступает как самостоятельный физический объект новой расчетной псевдосистемы, индивидуальное и совокупное движение частей которой подчинено законам механики СТТ.

Для жидкости и газа используется феноменологическая СТТ в виде множества однородных шариков. Их силовое взаимодействие между собой и с другими телами описывается контактной моделью Г. Герца с коэффициентом пропорциональности, обеспечивающим надлежащую скорость распространения звуковых волн.

Подчеркивается, что МТТ позволяет полностью адаптировать научный опыт компьютерного анализа динамики многостепенных СТТ к задачам динамики ДС. Приводятся примеры построения расчетных моделей МТТ для нестационарных задач динамики упругого тела, жидкости и газа.

26.12.1994 (440-е заседание). **Р. Ф. Нагаева** (Санкт-Петербург). *Устойчивость стационарных движений механических систем с сухим трением.*

Анализируются две основные причины неустойчивости стационарных движений и положений равновесия, которые состоят: в наличии «падающего» участка в зависимости коэффициента трения скольжения от скорости проскальзывания; в асимметрии матрицы позиционных сил, возникающей после исключения из уравнений движения нормальных реакций в парах сухого трения.

Показано, что нарушение условий устойчивости возможно при сколь угодно больших жесткостях некоторых присущих системе упругих элементов, в частности, изгибных жесткостей направляющих в парах скольжения. В соответствующих случаях можно говорить о некорректности динамической модели системы с абсолютно жесткими связями и неизбежности сингулярного возбуждения высокочастотных фрикционных автоколебаний.

30.01.1995 (441-е заседание). **В. В. Козлов** (Москва). *Об интегральных инвариантах уравнений динамики.*

Рассмотрена задача о существовании интегральных инвариантов динамических систем на трехмерных многообразиях с гладкой инвариантной мерой. Важным примером служат гамильтоновы системы с двумя степенями свободы на трехмерных энергетических поверхностях. Согласно одному старому результату Картана, при этих предположениях имеется локальный относительный интегральный инвариант. Установлено, что если имеется еще один интегральный инвариант, не пропорциональный инварианту Картана, то имеется нетривиальное поле симметрий. Более того, если фазовое пространство компактно, то имеется многозначный интеграл и дифференциальные уравнения интегрируются с помощью конечного числа дифференцирований и квадратур.

Из этих результатов выводится справедливость гипотезы Пуанкаре об отсутствии новых интегральных инвариантов в различных вариантах ограниченной задачи трех тел. В качестве следствия получается также существенное усиление известной теоремы Ли Хуа-Джуна об универсальных инвариантах: интегральные инварианты конкретных гамильтоновых систем со сложным строением фазовых траекторий пропорциональны интегральному инварианту Пуанкаре — Картана.

27.02.1995 (442-е заседание). **Л. Д. Акуленко, Г. В. Костин, С. В. Нестеров** (Москва). *Новый эффективный численно-аналитический метод определения собственных частот поперечных колебаний стержней.*

Методом Релея — Ритца определяется верхняя граница первого собственного числа стержня переменного сечения λ_1^*. Предложен критерий близости оценки сверху λ_1^* и точного первого собственного числа λ_1. На основе этого критерия вводится малый параметр и строится быстро сходящийся процесс последовательных приближений (типа Ньютона), дающий в пределе λ_1. Приведенные примеры показывают, что достаточно двух-трех итераций по предложенному алгоритму, чтобы обеспечить вычисление первого собственного числа с относительной погрешностью 10^{-8}.