

УДК 533.6.013.42

© 1995 г. Я. С. БУЛЧИНСКИЙ, А. С. ЛИБЕРЗОН

## СТАЦИОНАРНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УПРУГИХ ЛОПАТОК ТУРБОМАШИН С ПРОСТРАНСТВЕННЫМ ПОТОКОМ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

Разнообразие задач, относящихся к изучению взаимодействия упругих конструкций с жидкостью или газом, отражено, например, в [1—7]. Наиболее популярны в исследовании аэроупругого взаимодействия акустические модели течений [1], имеющие естественные ограничения в разрешающей способности численного моделирования, свойственные линейризованным теориям. Общий подход на базе нелинейной теории к исследованию нестационарных упругих реакций модельных идеализированных объектов на воздействие плоской волны сильного разрыва обсуждался в [2, 3]. Нестационарное взаимодействие лопатки компрессора авиационного газотурбинного двигателя с плоскопараллельным дозвуковым потоком газа исследовалось в [4] на базе линейной аэродинамической модели и теории упругих анизотропных оболочек. Стационарные задачи взаимодействия течений с деформируемыми объектами изучались в [5—7] на основе вариантов последовательных приближений.

Ниже рассматривается задача стационарного взаимодействия лопаток турбомашин с пространственным потоком идеального газа. Следует отметить, что именно стационарные процессы в проточной части венцов являются определяющими при оценке эффективности и формировании облика лопаточных машин [8]. В случае трансзвуковых течений упругие смещения и раскрутка поперечных сечений лопатки, изменяя критическое сечение канала, способны заметно перераспределить параметры потока на обтекаемых газом граничных поверхностях. Расчеты нагрузок, передаваемых системе со стороны окружающей среды, должны вестись в этом случае одновременно с исследованием деформаций объекта. Последнее приобретает особую ценность для авиационных конструкций из композитных материалов, обладающих пониженной жесткостью. Используемая в работе математическая модель основывается на линейной теории упругих неполигих анизотропных оболочек переменной толщины, обтекаемых трансзвуковым пространственным потоком идеального газа. Нагрузки, передаваемые оболочке, содержат составляющие, вызванные обтеканием жесткой несущей поверхности, наряду с составляющими, обусловленными деформацией упругих элементов. Приводятся результаты численного параметрического анализа и оценки деформативности композитной лопатки винтовентилятора авиационного газотурбинного двигателя.

1. Рассматривается пространственное течение газа в изолированном венце произвольной формы, вращающемся с угловой скоростью  $\omega$ . Расчетной областью является канал, образованный наружным и внутренним обводами проточной части, граничными поверхностями упруго деформируемых лопаток, а также поверхностями, ограничивающими расчетную область перед и за венцом. Нестационарные уравнения Эйлера, записанные в дивергентной форме относительно цилиндрической системы координат, имеют вид (точка означает дифференцирование по времени, индекс после запятой — дифференцирование по соответствующей координате)

$$\dot{Q} + F_{,i} = f \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.1)$$

где вектор зависимых переменных  $Q$ , векторы потоков  $F_i$  и объемные составляющие  $f$  вычисляются по формулам

$$Q = \begin{vmatrix} p \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho u_3 \\ e \end{vmatrix}, F_1 = \begin{vmatrix} \rho u_1 \\ p + \rho u_1^2 \\ \rho u_1 u_2 \\ \rho u_1 u_3 \\ (2e + q^2) u_1 \end{vmatrix}, F_2 = \begin{vmatrix} \rho u_2 \\ \rho u_1 u_2 \\ p + \rho u_2^2 \\ \rho u_2 u_3 \\ (2e + q^2) u_2 \end{vmatrix} \quad (1.2)$$

$$F_3 = \begin{vmatrix} \rho u_3 \\ \rho u_1 u_3 \\ \rho u_2 u_3 \\ p + \rho u_3^2 \\ (2e + q^2) u_3 \end{vmatrix}, f = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ p + \rho (u_3 + \omega r)^2 \\ -\rho u_2 (u_3 + 2\omega r)^2 \\ 2\rho r^2 \omega^2 u_2 \end{vmatrix}$$

Здесь  $p$  — давление,  $\rho$  — плотность,  $u_i$  — составляющие скорости в продольном ( $i=1$ ), радиальном ( $i=2$ ) и окружном ( $i=3$ ) направлениях,  $q$  — модуль вектора скорости,  $q^2 = u_1^2 + u_2^2 + u_3^2$ ,  $r$  — радиальная координата.

Система (1.1) замыкается уравнением состояния идеального газа

$$p = (\gamma - 1) \rho e \quad (1.3)$$

где  $e$  — внутренняя энергия единицы массы газа,  $\gamma$  — показатель адиабаты.

Граничные условия непротекания ставятся на жестких торцевых поверхностях межлопаточного канала и упруго деформируемых поверхностях лопаток. Учет деформации граничных поверхностей в условиях сложной картины взаимодействия скачков уплотнения на трансзвуковых режимах обтекания венца может существенно уточнить расчетную картину течения и, в частности, распределение аэродинамического давления по наружным поверхностям лопатки. На искусственно задаваемых внешних проницаемых границах параметры полагаются равными их значениям в невозмущенном потоке, либо обеспечиваются условия периодичности в окружном направлении [9].

Система уравнений (1.1)–(1.3) описывает нестационарное распространение волн при наличии сильных разрывов, когда теплопроводностью и вязкостью газа можно пренебречь. Стационарные решения находятся путем интегрирования по времени уравнений Эйлера до установления стационарных параметров течения и интегральных аэродинамических характеристик.

Быстрая неявная релаксационная схема строится при помощи линеаризации уравнений (1.1) с последующей процедурой приближенной факторизации линеаризованного оператора

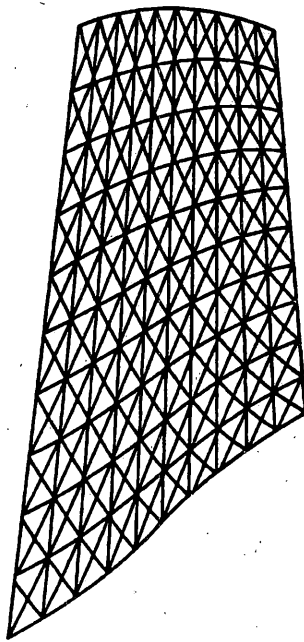
$$\prod_{l=1}^3 [I + \tau \theta A_l] \Delta Q^{n+1} = -\tau (F_{l,l} - f) \quad (1.4)$$

Здесь  $\tau$  — шаг по временной координате,  $\theta$  — параметр семейства релаксационных схем,  $\Delta Q^{n+1} = Q^{n+1} - Q^n$ ,  $n$  — соответствует номеру временного слоя,  $A_l = dF_l/dQ$  — матрицы Якоби, соответствующие 3-ем координатным направлениям ( $i=1, 2, 3$ ). При  $\theta = 0$  получаем явную схему типа Годунова, используемую для расчета нестационарного аэроупругого взаимодействия в [2]. В отличие от явной схемы счет на установление при  $\theta = 1/2$ , либо  $\theta = 1$  снимает ограничение, диктуемое требованием устойчивости, на шаг интегрирования по времени, обеспечивая более чем на порядок ускоренное достижение стационарного режима.

Последующее упрощение обрабатываемого оператора в (1.4) связано с привлечением преобразования подобия

$$A_l = S_l^{-1} \Lambda_l S_l, \quad \Lambda_l = \text{diag} (u_l, u_l, u_l, u_l - c, u_l + c) \quad (1.5)$$

где  $\Lambda_l$  — диагональная матрица собственных значений,  $c = (\gamma p / \rho)^{1/2}$  — скорость



Фиг. 1.

звука,  $S_i$  — матрицы, образованные линейно независимыми собственными векторами [9]. Подставляя (1.5) в (1.4) с использованием направленных аппроксимаций производных, обеспечивающих хорошую обусловленность обращаемых операторов, найдем

$$\prod_{i=1}^3 (S_i^n)^{-1} \left[ I + \frac{\tau \theta}{h_i} (\Delta_i^- \Lambda_i^+ + \Delta_i^+ \Lambda_i^-) \right] S_i^n \Delta Q^{n+1} = -\tau (F_{i,i} - f) \quad (1.6)$$

Здесь  $h_i$  — шаг по  $i$ -ой координате,  $\Lambda_i^\pm = (|\Lambda_i| - \Lambda_i)/2$  знакоопределенные составляющие матрицы собственных значений. Односторонние разности  $\Delta_i^\pm$  соответствуют следящей аппроксимации первых производных в соответствии с направлением распространения возмущений в среде, что обеспечивает диагональное преобладание обращаемых трехдиагональных матриц. Высокая точность вычислений (3-й порядок на равномерной сетке) достигается при помощи специальных процедур интерполяции и экстраполяции параметров на границы ячеек [9]. Следствием этого является сохранение монотонности распределений рассчитываемых параметров, включая окрестности скачков уплотнений и минимальное размазывание поверхностей сильных разрывов. Частный выбор релаксационных параметров приводит к модифицированной схеме С. К. Годунова, используемой в [2] при решении двумерной нестационарной задачи аэроупругого взаимодействия.

2. Деформированное поведение лопатки исследуется на базе линейных уравнений равновесия непологих слоистых анизотропных оболочек переменной толщины. Расчет оболочки начинается с геометрической аппроксимации срединной поверхности совокупностью плоских треугольных элементов с последующим образованием четырехугольных суперэлементов из четырех простых (фиг. 1). Соответствующий принципиальный алгоритм расчета тонкостенной оболочки разработан в [10] и апробирован в [11]. Изложим основные особенности постановки двумерной задачи упругого деформирования слоистых анизотропных оболочек на базе дискретных аппроксимаций.

Порождающий функционал  $J$  записывается в виде суммы энергетического

функционала Лагранжа, соответствующего плоской задаче теории упругости  $J_L$ , и функционала Рейсснера применительно к задаче изгиба пластин  $J_R$ .

$$J = J_L + J_R \quad (2.1)$$

$$J_L = \iint_{\Omega_e} \left[ \frac{1}{2} \varepsilon \cdot \cdot \mathbf{B} \cdot \cdot \varepsilon - \mathbf{p} \cdot \mathbf{u} \right] d\Omega \quad (2.2)$$

$$J_R = \iint_{\Omega_e} \left[ -\mathbf{M} \cdot \cdot \nabla \nabla w - \frac{1}{2} \mathbf{M} \cdot \cdot \mathbf{D}^{-1} \cdot \cdot \mathbf{M} - qw \right] d\Omega + \oint_{\Gamma_e} M_s \partial w / \partial v d\Gamma \quad (2.3)$$

Здесь  $\Omega_e, \Gamma_e$  — область, занятая элементом, и его граничный контур с внешней нормалью  $\mathbf{v}$ ;  $\mathbf{u}, w$  — вектор перемещений в плоскости элемента и прогиб;  $\varepsilon$  — тензор деформаций плоской задачи;  $\mathbf{B}, \mathbf{D}$  — тензоры мембранных и изгибных жесткостей симметричного по толщине пакета слоев;  $\mathbf{M}$  — тензор моментов;  $\mathbf{p}, q$  — компоненты внешней нагрузки в плоскости элемента и по нормали;  $\nabla$  — векторный оператор Гамильтона; точка означает процедуру свертки тензоров. Условие непрерывности нормальных углов поворота смежных треугольных элементов удовлетворяется смягченно. Функции прогиба должны быть согласованы в классе  $C^0$  на границах элементов. Предполагается однородность краевых условий на внешнем контуре оболочки.

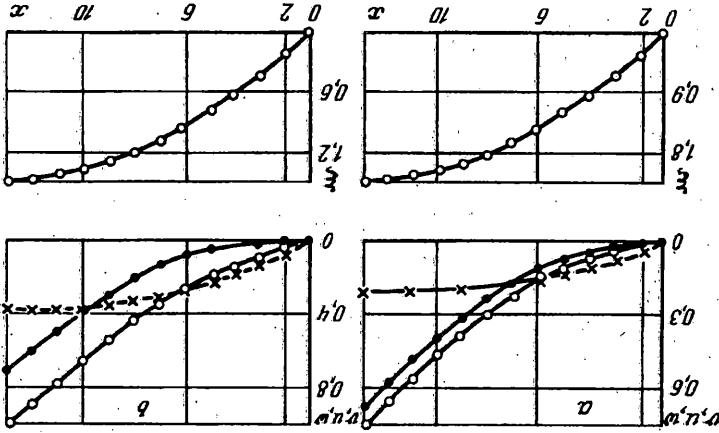
В силу двукратной дифференцируемости прогиба в выражении для плотности функционала (2.3) распределения  $w$  внутри элемента должны по крайней мере соответствовать классу  $C^1$ . Это требование можно смягчить, преобразовав (2.3) к соответствующей слабой форме. Окончательный результат, полученный с использованием тождества Грина, выглядит следующим образом ( $s$  — тангенциальная координата к контуру элемента,  $M_s$  — крутящий момент на границе)

$$J_R = \iint_{\Omega_e} \left[ (\nabla \cdot \mathbf{M}) \cdot \nabla w - \frac{1}{2} \mathbf{M} \cdot \cdot \mathbf{D}^{-1} \cdot \cdot \mathbf{M} - qw \right] d\Omega - \oint_{\Gamma_e} M_s \partial w / \partial s d\Gamma \quad (2.4)$$

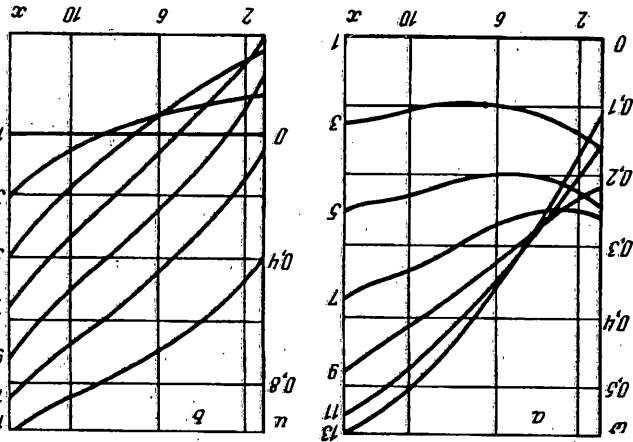
Используемый в работе способ аппроксимации переменных, соответствующих функционалу (2.1), основан на представлении перемещений и компонент тензора моментов линейными в пределах элемента функциями форм. Последние выражаются на границе через нормальные к сторонам треугольного элемента моменты с целью автоматического удовлетворения условиям моментного сопряжения соседних элементов. Для обеспечения кинематической совместимости узловые смещения  $\mathbf{u}, w$ , относящиеся к локальным элементным координатам, выражаются через перемещения срединной поверхности в исходном цилиндрическом базисе. Поскольку для всех трех компонент смещений используются одни и те же функции форм, условия межэлементной непрерывности удовлетворяются тождественно. В результате конечно-элементная система уравнений, полученная на базе (2.1) варьированием узловых значений перемещений и нормальных моментов, выражает условие равновесия в исходном цилиндрическом базисе и интегральные физические соотношения, связывающие моменты с прогибами. Треугольный элемент, полученный описанным образом, имеет 15 степеней свободы. Четыре таких элемента соединяются в единый элемент, не являющийся в общем случае плоским. Исключение неизвестных во внутренних узлах (конденсация) приводит к построению 4-х угольного суперэлемента с 20 степенями свободы. Впервые смешанный суперэлемент подобного типа был построен в [10].

3. Исследование стационарного взаимодействия упругой оболочки с пространственным потоком идеального газа основывается на итерационном процессе расщепления, позволяющем свести исходную задачу к последовательности независимых газодинамических и упругих задач. Исходным приближением является решение нелинейной пространственной задачи газодинамики в канале, ограниченной вращающимися недеформируемыми лопатками. Давление, вычисленное в текущем приближении, вызывает упругое перемещение, возмущающее исходную конфигурацию проточной части. Уточненные значения газодинамических пара-

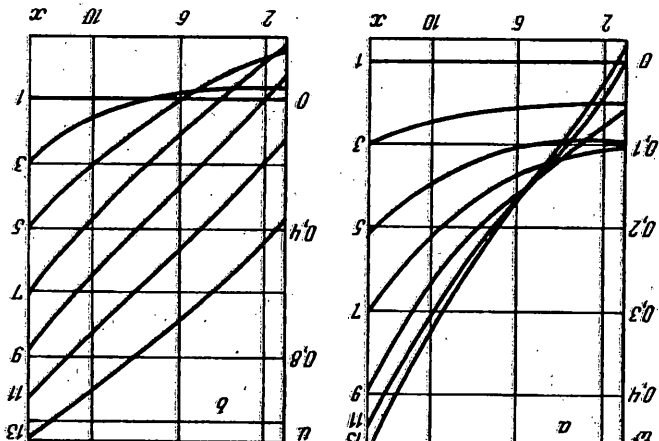
Фиг. 4

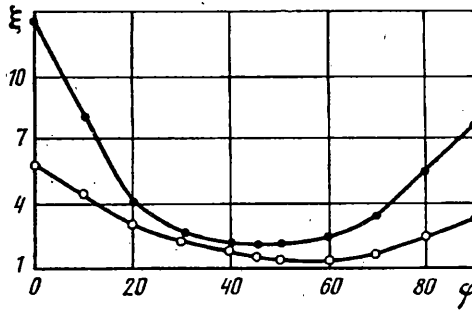


Фиг. 3



Фиг. 2





Фиг. 5

метров находятся из соответствующего нелинейного модуля расчета течений в возмущенной области с последующей коррекцией нагрузок и перемещений до сходимости результатов.

Примеры расчетов касались исследований деформативности лопаток винтовентилятора газотурбинного двигателя, изготовленных из металла и углепластика, на трансзвуковых режимах обтекания. Считалось, что схема профилирования углепластиковой лопатки идентична металлическому прототипу. При формировании структуры композитной оболочки слои располагались симметрично относительно срединной поверхности, укладываясь чередующимися слоями с углами  $\pm \varphi$  относительно радиального направления. Механические характеристики углепластиковых слоев принимались следующими ( $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G$  — модуль упругости в направлении основы, поперечном направлении и модуль сдвига,  $\mu_{21}$  — коэффициенты Пуассона,  $\rho$  — плотность материала):  $E_1 = 1,3 \cdot 10^2$  Гпа,  $E_2 = 0,12 \cdot 10^2$  Гпа,  $G = 0,5 \cdot 10^1$  Гпа,  $\mu_{21} = 0,19$ ,  $\rho = 1,5 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

Исходной геометрической информацией служат углы установки, координаты поперечных сечений лопатки и меридиональные обводы проточной части. Газодинамические расчеты проводились на сетке из 12000 узлов, деформативность рассчитывалась на сетке из 144 суперэлементов (фиг. 1). Как показывает опыт, дальнейшее увеличение мощностей расчетных сеток практически не приводит к изменениям результатов расчета.

Представление о характере деформирования металлической и композитной лопаток можно получить соответственно из фиг. 2, 3, где приведены распределения перемещений узлов вдоль поперечных сеточных линий (фиг. 1) в радиальном  $w(a)$  и окружном  $u(\theta)$  направлениях в мм. Нумерация линий соответствует номеру слоя, отсчитываемому от корневого сечения. На фиг. 4 представлены распределения по радиусу усредненных компонент перемещения поперечных сечений лопатки, а также углов закрутки  $\xi$  сечений для металлического ( $a$ ) и композитного при  $\varphi = \pm 45^\circ$  ( $\theta$ ) вариантов. Светлые точки соответствуют перемещениям в осевом направлении. Максимальное расчетное значение угла поворота периферийного сечения металлической лопатки составило  $2,15^\circ$ , что практически совпадает с экспериментальным значением, полученным в ЦИАМ.

На фиг. 5 представлена расчетная зависимость упругого угла поворота периферийного сечения лопатки из КМ от ориентации армирующих волокон (светлые точки). В силу пятикратного снижения плотности материала композитной лопатки по сравнению с металлическим прототипом и, как следствие, снижения суммарной инерционной нагрузки, приложенной к лопатке из углепластика, упругая раскрутка последней не превосходит в широком диапазоне углов армирования  $30^\circ < \varphi < 75^\circ$  соответствующих значений для традиционных металлических лопаток. Минимуму раскрутки соответствует ориентация волокон с углами  $\varphi \cong \pm 60^\circ$ . На этом же графике для сравнения приведено распределение углов упругой раскрутки вращающейся закрученной пластинки из углепластика, идентичной исходной лопатке по средним габаритным размерам и частоте вращения (темные точки). Расчетное минимальное значение раскрутки достигается в этом

случае при ориентации волокон  $\varphi = \pm 45^\circ$ , предсказываемой элементарной теорией. Отметим, что максимальное снижение давления на обтекаемых газом деформируемых поверхностях составило 8% по отношению к соответствующему значению при обтекании абсолютно жестких венцов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горшков А. Г. Взаимодействие ударных волн с деформируемыми преградами//Итоги науки и техники. Механика деформируемого твердого тела.: ВИНТИ, 1980. Т. 13. С. 105—186.
2. Григолюк Э. И., Колган В. П., Кузнецов Е. Б. Реакция трехслойной цилиндрической оболочки на действие воздушной ударной волны//Изв. АН СССР. МТТ. 1975. № 1. С. 62—68.
3. Липницкий Ю. М., Ляхов В. Н., Фельдштейн В. А. Взаимодействие упругой оболочки с волной сильного разрыва в газе//Тр. 9-й Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин. Ленинград, 1973. Л.: Судостроение, 1975. С. 198—199.
4. Вольмир А. С., Гуляев В. В., Михнев В. Ф., Пономарев А. Т. Динамика лопаток газотурбинных двигателей при нестационарном обтекании//Механика полимеров. 1978. № 2. С. 257—264.
5. Ершов Н. Ф., Шахверди Г. Г. Метод конечных элементов в задачах гидродинамики и гидроупругости. Л.: Судостроение, 1984. 240 с.
6. Киселев О. М., Рапопорт Э. Ф. К задаче о струйном обтекании упругой оболочки//Изв. вузов. Математика. 1976. № 10. С. 97—100.
7. Ильгамов М. А. Введение в нелинейную гидроупругость. М.: Наука, 1991. 198 с.
8. Холщевников К. В., Емин О. Н., Митрохин В. Т. Теория и расчет авиационных лопаточных машин. М: Машиностроение, 1986. 431 с.
9. Иванов М. Я., Либерзон А. С., Нигматуллин Р. З., Цястон А. П. Численное моделирование трансзвуковых пространственных течений невязкого газа с применением монотонных разностных схем повышенной точности//Конструирование алгоритмов и решение задач математической физики. 1989. С. 207—211.
10. Herrmann L. R., Campbell D. M. A finite element analysis for thin shells.//AIAA J. 1968. V. 6. № 10. P. 1842—1847.
11. Гуаццинто А. Е., Либерзон А. С. К решению задач оптимального растяжения и изгиба нелинейно деформируемых ортотропных пластин.//Механика конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1992. Вып. 1. С. 177—193.

Москва

Поступила в редакцию  
1. III. 1993