МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 1 • 1995

УДК 539.374

 Г. Г. БУЛЫЧЕВ

ПОСТРОЕНИЕ МАТРИЧНОЙ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ФОРМЫ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИКИ АНИЗОТРОПНЫХ УПРУГОВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИХ СРЕД

При численном исследовании волновых процессов в деформируемых твердых телах часто применяются методы, использующие характеристическую форму представления исходных дифференциальных уравнений. Математические модели сред, взятые за основу при разработке таких методов, сами методы, их достоинства и недостатки, а также их приложения обсуждались, например, в [1].

Серьезное затруднение, ограничивающее возможности этих методов возникало при построении характеристической формы уравнений динамики сред сложной структуры. Это затруднение было преодолено в [2, 3] при помощи оригинальной матричной формы представления исходных дифференциальных уравнений и соответствующего аппарата матричных преобразований; в [4] алгоритмы, построенные на базе матричных характеристических уравнений, использовались при анализе динамики разрушения волокнистого композита.

В публикуемой работе проводится дальнейшее развитие метода [2, 3] построения матричной характеристической формы уравнений динамики анизотропных упруговязкопластических сред. Основное построение проводится с помощью тождественных преобразований, приводящих операторные матрицы, образующие нормальную (по Куранту [5]) форму, к матрицам производных по направлениям, вдоль которых происходит ветвление решений, т. е. выполняются все признаки характеристической формы уравнений [5]. Такой подход снимает вопрос о том, какие типы разрывов описывают полученные уравнения. Построение проводится в ортогональной криволинейной системе координат, что позволяет получить явный вид так называемых геометрических членов, как в исходной матричной инвариантной, так и в матричной характеристической форме; оказывается, что для их записи достаточно R и S матриц, введенных в [2, 3]. В заключение рассматривается случай, когда матрицей сингулярного подобия является матрица перестановок. Этот случай соответствует ортотропной, трансверсально-изотропной и изотропной среде: для таких сред матричные характеристические уравнения на движущихся разрывах распадаются на пары скалярных уравнений, определяющие пары скалярных переменных (напряжение и скорость частиц) вдоль осей координат на площадке, нормальной к направлению распространения волны, а три уравнения на неподвижных разрывах определяют, независимо друг от друга, три оставшихся напряжения. Такое строение характеристических уравнений значительно облегчает их численную реализацию.

Исходная система уравнений динамики анизотропной неоднородной упруговязкопластической среды в криволинейной ортогональной системе координат $\{a^i\}$, $i = 1, 2, 3$ с базисом $\{\tau_i\}$ состоит из уравнений движения

$$\nabla_j \sigma^{ji} - \rho \partial_t v^i = f^i \quad (i, j = 1, 2, 3) \tag{1}$$

условий аддитивности деформаций

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon^e_{ij} + \varepsilon^v_{ij} + \varepsilon^p_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3) \tag{2}$$

соотношений Коши для скоростей частиц среды

$$\partial_t \varepsilon_{ij} = 0{,}5\,(\nabla_i v_j + \nabla_j v_i) \quad (i, j = 1, 2, 3) \tag{3}$$

закона пластического течения с условиями независимости скоростей вязких и пластических деформаций от производных деформаций, напряжений и скоростей частиц

$$\partial_t (\varepsilon_{ij}^v + \varepsilon_{ij}^p) = F_{ij} (\varepsilon_{kl}^e, \varepsilon_{kl}^v, \varepsilon_{kl}^p, v_k, \sigma^{kl}, \xi_1, \ldots, \xi_N, t), \quad N \geq 1 \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3) \tag{4}$$

и закона Гука для упругих деформаций

$$\sigma^{ij} = c^{ijkl}\varepsilon_{kl}^e \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3) \tag{5}$$

где $\rho = \rho(a)$ — плотность среды; v_i и v^i — ковариантные и контрвариантные компоненты вектора скоростей частиц v; σ^{ij} — контрвариантные компоненты тензора напряжений σ; f^i — контрвариантные компоненты вектора массовых сил f; ε_{ij}, ε_{ij}^e, ε_{ij}^v, ε_{ij}^p — ковариантные компоненты тензоров полных, упругих, вязких и пластических деформаций ε, ε^e, ε^v и ε^p; F_{ij} — ковариантные компоненты недифференциального тензора F; $c^{ijkl} = c^{ijkl}(a)$ — контрвариантные компоненты тензора жесткости среды c (ξ_k, $k = 1, \ldots, N$) — структурные (деформационные или термические [1]) параметры среды; ∇_j — ковариантная производная по a^j; $\partial_t = \partial/\partial t$; по повторяющимся индексам i, j, k, l здесь и далее проводится суммирование.

Введем матрицы-строки $\Sigma = \|\Sigma_{11}, \Sigma_{22}, \Sigma_{33}, \Sigma_{12}, \Sigma_{13}, \Sigma_{23}\|$, $E = \|E_{11}, E_{22}, E_{33}, E_{12}, E_{13}, E_{23}\|$, $E^\alpha = \|E_{11}^\alpha, E_{22}^\alpha, E_{33}^\alpha, E_{12}^\alpha, E_{13}^\alpha, E_{23}^\alpha\|$, $\Phi = \|\Phi_{11}, \Phi_{22}, \Phi_{33}, \Phi_{12}, \Phi_{13}, \Phi_{23}\|$, $V = \|V_1, V_2, V_3\|$, $\varphi = \|\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3\|$, в которых компонентами являются физические компоненты σ_{ij}^*, ε_{ij}^*, $(\varepsilon_{ij}^*)^\alpha$ F_{ij}^*, v_i^* и f_i^* тензоров σ, ε, ε^α, F и векторов v и f:

$$\Sigma_{ii} = \sigma_{ii}^*, \quad \Sigma_{ij} = \sigma_{ij}^*, \quad E_{ii} = \varepsilon_{ii}^*, \quad E_{ij} = 2\varepsilon_{ij}^*, \quad E_{ii}^\alpha = (\varepsilon_{ii}^*)^\alpha, \quad E_{ij}^\alpha = 2(\varepsilon_{ij}^*)^\alpha$$

$$\Phi_{ii} = F_{ii}^*, \quad \Phi_{ij} = 2F_{ij}^*, \quad V_i = v_i^*; \quad \varphi_i = f_i^* \quad (i = 1, 2, 3; \ j = 2, 3; \ i < j; \ \alpha = e, v, p)$$

Введем также симметричную невырожденную матрицу жесткостей C, связывающую Σ и E^e в законе Гука и состоящую из физических компонент тензора c.

Используя Σ, E, E^α, Φ, V, φ и C запишем уравнения (1)—(5) в виде системы матричных уравнений

$$\begin{gathered}
\{\partial_i + \partial_i \ln(g_0/h_i) + \epsilon^{ijk}S_j\partial_k \ln h_i\} R_i\Sigma^T = \rho\partial_t V^T + \varphi^T \\
E = E^e + E^v + E^p, \qquad \partial_t E^T = R_i^T\{\partial_i + \epsilon^{ijk}S_j^T\partial_k \ln h_i\} V^T \\
\partial_t (E^v + E^p) = \Phi, \qquad \Sigma^T = C(E^e)^T
\end{gathered} \tag{6}$$

где $h_i = |\mathrm{grad}\, a^i|^{-1}$ — коэффициенты Ламе, $g_0 = h_1h_2h_3$, ϵ^{ijk} $(i, j, k = 1, 2, 3)$ — единичный псевдотензор Леви — Чивита, $\partial_i = h_i^{-1}\partial/\partial a^i$, значок T справа от матрицы обозначает ее транспонирование, δ_{ij} — символ Кронекера

$$R_i = \begin{Vmatrix} \delta_{1i} & 0 & 0 & \delta_{2i} & \delta_{3i} & 0 \\ 0 & \delta_{2i} & 0 & \delta_{1i} & 0 & \delta_{3i} \\ 0 & 0 & \delta_{3i} & 0 & \delta_{1i} & \delta_{2i} \end{Vmatrix}, \quad S_i = \begin{Vmatrix} 0 & -\delta_{3j} & \delta_{2j} \\ \delta_{3j} & 0 & -\delta_{1j} \\ -\delta_{2j} & \delta_{1j} & 0 \end{Vmatrix} \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

Исключая деформации E, E^e, E^v, E^p из (6) получаем матричную систему, состоящую из девяти скалярных уравнений и определяющую девять скалярных переменных, заданных матрицами-строками Σ и V:

$$\begin{gathered}
R_i\partial_i\Sigma^T - \rho\partial_t V^T = \varphi_0^T, \qquad R_i^T\partial_i V^T - C^{-1}\partial_t\Sigma^T = \Phi_0^T \\
\varphi_0^T = \varphi^T - \{\partial_i \ln(g_0/h_i) + \epsilon^{ijk}S_j\partial_k \ln h_i\} R_i\Sigma^T, \qquad \Phi_0^T = \Phi^T + \epsilon^{ijk}R_i^T S_j \{\partial_k \ln h_i\} V^T
\end{gathered} \tag{7}$$

Умножим первое уравнение (7) на некоторую невырожденную матрицу w, а второе на произведение матриц $wR_\alpha C$, где α одно из чисел 1, 2, 3, и приведем полученные уравнения к виду

$$\partial_\alpha wR_\alpha\Sigma^T - \rho\partial_t wV^T + \partial_j wR_j\Sigma^T = \varphi_0^T + (\partial_k w) R_k \Sigma^T \tag{8}$$

$$\partial_\alpha \Lambda w V^T - \partial_t w R_\alpha \Sigma^T + \partial_j \gamma R_j^T V^T = (\partial_k \gamma) R_k^T V^T + \gamma \Phi_0^T$$

$$\Lambda = w R_\alpha C R_\alpha^T w^{-1}, \quad \gamma = w R_\alpha C \quad (j, k = 1, 2, 3; \quad j \neq \alpha)$$

Для определения матрицы w потребуем выполнения условия

$$\Lambda = \mathrm{diag}\,(\Lambda_1, \Lambda_2, \Lambda_3), \quad \Lambda_i > 0 \quad (i = 1, 2, 3) \tag{9}$$

Для выполнения условия (9) необходимо [6], чтобы матрица w была ортонормированной вещественной матрицей O_α, осуществляющей сингулярное разложение симметричной вещественной матрицы $R_\alpha C R_\alpha^T$; при этом диагональные элементы матрицы Λ совпадают с модулями собственных значений — λ_i ($i = 1, 2, 3$) матрицы $R_\alpha C R_\alpha^T$; величины λ_i не равны нулю и определяются аналитически из кубического уравнения $\det(R_\alpha C R_\alpha^T - \lambda I_3) = 0$, где I_3 — единичная матрица третьего порядка. Запишем Λ в виде

$$\Lambda = \rho \Delta^2, \quad \Delta = \pm D, \quad D = \mathrm{diag}\,(D_1, D_2, D_3), \quad D_i = \sqrt{\Lambda_i/\rho} > 0 \tag{10}$$

Умножим второе уравнение (8) слева на Δ^{-1} и сложим первое и второе уравнения (8); пользуясь тождественными преобразованиями и условиями (9) и (10) получим векторное уравнение, содержащее матричный бихарактеристический оператор $(I_3 \partial_\alpha \mp D^{-1} \partial_t)$ и эквивалентное (7) на поверхностях разрыва, движущихся со скоростями D_i ($i = 1, 2, 3$) в обе стороны вдоль оси e_α, касательной к τ_α в рассматриваемой точке.

Это уравнение имеет вид

$$(I_3 \partial_\alpha \mp D^{-1} \partial_t)(O_\alpha R_\alpha \Sigma^T \pm \rho D O_\alpha V^T) + \partial_j (O_\alpha R_j \Sigma^T \pm D^{-1} \gamma R_j^T V^T) = \tag{11}$$

$$= (\partial_k O_\alpha) R_k \Sigma^T + O_\alpha \varphi_0^T \pm \{(\partial_k D^{-1} \gamma) R_k^T V^T + D^{-1} \gamma \Phi_0^T\}$$

где $j, k = 1, 2, 3$ ($j \neq \alpha$); выбор знаков определяется знаком Δ.

В силу того, что матрицы R_i — прямоугольные, уравнения (11) позволяют определить только те компоненты Σ, которые лежат на площадке с нормалью e_α, т. е. $R_\alpha \Sigma^T$.

Для определения оставшихся компонент матрицы-строки Σ введем матрицу

$$N_\alpha = \begin{Vmatrix} 0 & \delta_{3\alpha} & \delta_{2\alpha} & 0 & 0 & \delta_{1\alpha} \\ \delta_{3\alpha} & 0 & \delta_{1\alpha} & 0 & \delta_{2\alpha} & 0 \\ \delta_{2\alpha} & \delta_{1\alpha} & 0 & \delta_{3\alpha} & 0 & 0 \end{Vmatrix}$$

являющуюся зеркальным отображением матрицы R_α и удовлетворяющую условиям

$$N_\alpha R_\alpha^T = 0, \quad N_\alpha N_\alpha^T = I_3, \quad R_\alpha^T R_\alpha + N_\alpha^T N_\alpha = I_6 \tag{12}$$

где I_6 — единичная матрица шестого порядка.

Умножим второе уравнение (7) слева на N_α и, исключая, в силу (12), $R_\alpha^T \partial_\alpha V^T$, получим матричное уравнение

$$N_\alpha (R_j^T \partial_j V^T - C^{-1} \partial_t \Sigma^T - \Phi_0) = 0 \quad (j = 1, 2, 3; \ j \neq \alpha) \tag{13}$$

которое является характеристической формой (7) на неподвижных разрывах; в этом уравнении бихарактеристики — вырожденные, ими являются производные ∂_t.

Пользуясь третьим тождеством (12) уравнение (13) легко привести к виду

$$\partial_t \{N_\alpha \Sigma^T + K (R_\alpha \Sigma^T)\} = (N_\alpha C^{-1} N_\alpha^T)^{-1} N_\alpha (R_j^T \partial_j V^T - \Phi_0) \tag{14}$$

наиболее удобному для определения оставшихся компонент Σ. Здесь $K = (N_\alpha C^{-1} N_\alpha^T)^{-1} (N_\alpha C^{-1} R_\alpha^T)$; матрица $N_\alpha C^{-1} N_\alpha^T$ невырождена в силу невырожденности матрицы C и того, что ранг матрицы N_α равен трем.

Уравнения (11) и (14) представляют собой матричную систему, состоящую из девяти скалярных уравнений для определения девяти скалярных переменных, заданных матрицами-строками Σ и V, эти уравнения полностью эквивалентны (7) и являются ее матричной характеристической формой.

Рассмотрим важный частный случай, когда ρ и C не зависят от координат, а матрица $R_\alpha C R_\alpha^T$ — диагональна при всех $\alpha = 1, 2, 3$; согласно [2] такая ситуация реализуется в случае матрицы C вида

$$C = \begin{Vmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{22} & c_{23} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{Vmatrix} \tag{15}$$

т. е. для ортотропных, трансверсально-изотропных и изотропных сред.

В качестве матрицы O_α введем матрицу перестановок

$$P_\alpha = \begin{Vmatrix} \delta_{1\alpha} & \delta_{2\alpha} & \delta_{3\alpha} \\ \delta_{2\alpha} + \delta_{3\alpha} & \delta_{1\alpha} & 0 \\ 0 & \delta_{3\alpha} & \delta_{1\alpha} + \delta_{2\alpha} \end{Vmatrix}$$

Умножение этой матрицы слева на вектор приводит к тому, что компонента вектора с индексом α ставится на первое место, а остальные — упорядочиваются по возрастанию индексов.

Подставляя матрицу C вида (15) и P_α в (11) и (14) убеждаемся, что они распадаются на совокупность скалярных характеристических уравнений

$$\begin{aligned}
&(\partial_\alpha \mp c_1^{-1}\partial_t)(\Sigma_{\alpha\alpha} \pm \rho c_1 V_\alpha) + \partial_j(\Sigma_{\alpha j} \pm \rho c_1 \nu_1 V_j) + \partial_k(\Sigma_{\alpha k} \pm \rho c_1 \nu_2 V_k) = \\
&= (\varphi_0)_\alpha \pm \rho c_1 \left[(\Phi_0)_{\alpha\alpha} + \nu_1 (\Phi_0)_{jj} + \nu_2 (\Phi_0)_{kk}\right] \\
&(\partial_\alpha \mp c_2^{-1}\partial_t)(\Sigma_{\alpha j} \pm \rho c_2 V_j) + \partial_j(\Sigma_{jj} \pm \rho c_2 V_\alpha) + \partial_k \Sigma_{jk} = (\varphi_0)_j \pm \rho c_2 (\Phi_0)_{\alpha j} \\
&(\partial_\alpha \mp c_3^{-1}\partial_t)(\Sigma_{\alpha k} \pm \rho c_3 V_k) + \partial_j \Sigma_{jk} + \partial_k(\Sigma_{kk} \pm \rho c_3 V_\alpha) = (\varphi_0)_k \pm \rho c_3 (\Phi_0)_{\alpha k} \\
&\partial_t(\Sigma_{jj} - \nu_1 \Sigma_{\alpha\alpha}) = \eta_1(\partial_j V_j - (\Phi_0)_{jj}) + \eta_2(\partial_k V_k - (\Phi_0)_{kk}) \\
&\partial_t(\Sigma_{kk} - \nu_2 \Sigma_{\alpha\alpha}) = \eta_2(\partial_j V_j - (\Phi_0)_{jj}) + \eta_3(\partial_k V_k - (\Phi_0)_{kk}) \\
&\partial_t \Sigma_{jk} = c_{\varkappa\varkappa}(\partial_j V_k + \partial_k V_j - (\Phi_0)_{jk}) \quad (\alpha, j, k = 1, 2, 3;\ j \neq \alpha,\ k \neq \alpha,\ j < k) \\
&c_1 = \sqrt{c_{\alpha\alpha}/\rho}, \quad c_2 = \sqrt{c_{\beta\beta}/\rho}, \quad c_3 = \sqrt{c_{\gamma\gamma}/\rho}, \\
&\beta = \alpha + j + 1, \quad \gamma = \alpha + k + 1, \quad \varkappa = j + k + 1 \\
&\nu_1 = c_{\alpha j}/c_{\alpha\alpha}, \quad \nu_2 = c_{\alpha k}/c_{\alpha\alpha}, \quad \eta_1 = c_{jj} - \nu_1^2 c_{\alpha\alpha}, \quad \eta_2 = c_{kj} - \nu_1\nu_2 c_{\alpha\alpha}, \quad \eta_3 = c_{kk} - \nu_2^2 c_{\alpha\alpha} \\
&(\varphi_0)_\alpha = \varphi_\alpha - \{(\Sigma_{\alpha\alpha} - \Sigma_{jj})\,\partial_\alpha \ln h_j + (\Sigma_{\alpha\alpha} - \Sigma_{kk})\,\partial_\alpha \ln h_k + \\
&+ \Sigma_{\alpha j}\partial_j \ln(h_\alpha g_0/h_j) + \Sigma_{\alpha k}\partial_k \ln(h_\alpha g_0/h_k)\} \\
&(\varphi_0)_j = \varphi_j - \{(\Sigma_{jj} - \Sigma_{\alpha\alpha})\,\partial_j \ln h_\alpha + (\Sigma_{jj} - \Sigma_{kk})\,\partial_j \ln h_k + \\
&+ \Sigma_{j\alpha}\partial_\alpha \ln(h_j g_0/h_\alpha) + \Sigma_{jk}\partial_k \ln(h_j g_0/h_k)\} \\
&(\varphi_0)_k = \varphi_k - \{(\Sigma_{kk} - \Sigma_{\alpha\alpha})\,\partial_k \ln h_\alpha + (\Sigma_{kk} - \Sigma_{jj})\,\partial_k \ln h_j + \\
&+ \Sigma_{k\alpha}\partial_\alpha \ln(h_k g_0/h_\alpha) + \Sigma_{kj}\partial_j \ln(h_k g_0/h_j)\} \\
&(\Phi_0)_{\alpha\alpha} = \Phi_{\alpha\alpha} - V_j\partial_j \ln h_\alpha - V_k\partial_k \ln h_\alpha, \quad (\Phi_0)_{jj} = \Phi_{jj} - V_\alpha\partial_\alpha \ln h_j - V_k\partial_k \ln h_j \\
&(\Phi_{00})_{kk} = \Phi_{kk} - V_\alpha\partial_\alpha \ln h_k - V_j\partial_j \ln h_k, \quad (\Phi_0)_{\alpha j} = \Phi_{\alpha j} + V_\alpha\partial_j \ln h_\alpha + V_j\partial_\alpha \ln h_j
\end{aligned} \tag{16}$$

$$(\Phi_0)_{\alpha k} = \Phi_{\alpha k} + V_\alpha \partial_k \ln h_\alpha + V_k \partial_\alpha \ln h_k, \quad (\Phi_0)_{jk} = \Phi_{jk} + V_j \partial_k \ln h_j + V_k \partial_j \ln h_k$$

Первые три пары уравнений (16) описывают волновые процессы на движущихся поверхностях разрыва; в них вдоль бихарактеристик изменяются по две определяемых переменных. Во внутренней точке среды для каждой пары переменных имеются два уравнения, соответствующие волнам одного типа, но противоположных направлений. В точке соответствующей границе a^α — const три уравнения, описывающие движение волн извне внутрь среды, должны быть исключены и заменены граничными условиями вида

$$\zeta_i \Sigma_{\alpha i} + \omega_i V_i = \psi_i \quad (i = 1, 2, 3) \tag{17}$$

в которых ζ_i, ω_i, ψ_i могут быть функциями координат и времени.

Три последних уравнения (16) описывают волновой процесс на неподвижной поверхности разрыва, в этих уравнениях независимо друг от друга определяются три напряжения Σ_{jj}, Σ_{kk} и Σ_{jk}. Таким образом система (16) позволяет определить все напряжения и скорости частиц в рассматриваемой среде.

В заключение подчеркнем те свойства характеристической и матричной характеристической формы исходных уравнений, которые делают ее привлекательной для численной реализации:

Уменьшенное на единицу число независимых переменных; при этом резко снижается количество вычислений и объем требуемой памяти. Кроме того сближаются области зависимости дифференциальных уравнений и их конечноразностных аналогов, что позволяет увеличить точность расчетов.

Блочный вид дифференциальных уравнений; дифференциальная часть (11) и (14) полностью записывается в сопутствующей декартовой системе координат и не зависит от вида исходной криволинейной системы координат, правая часть состоит из отдельных блоков: блока массовых сил, блока связанного с реологией материала, блока связанного с неоднородностью среды и блока геометрических членов. Такое строение алгоритмизируемых уравнений позволяет создавать универсальные программы, состоящие из отдельных функциональных модулей и легко перестраиваемые при изменении вида анизотропии, реологии, неоднородности, массовых сил и кривизны координатной системы.

Для широкого и практически наиболее важного класса сред матричные характеристические уравнения распадаются на ряд независимых скалярных пар и отдельные скалярные уравнения, что сильно упрощает алгоритмизацию и сокращает объем вычислений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кукуджанов В. Н.* Численное моделирование динамических процессов деформирования и разрушения упругопластических сред//Успехи механики. 1995. Т. 8. № 4. С. 21—65.
2. *Булычев Г. Г.* Характеристическая форма уравнений динамики анизотропных упруговязкопластических тел//Докл. АН СССР. 1990. Т. 314. № 2. С. 312—315.
3. *Булычев Г. Г.* Характеристическая форма уравнений динамики композита в электромагнитном поле//Изв. РАН. МТТ. 1992. № 3. С. 118—124.
4. *Булычев Г. Г., Кукуджанов В. Н.* Динамическое разрушение предварительно-напряженного волокнистого композита, вызванное обрывом волокна//Изв. РАН. МТТ. 1993. № 3. С. 169—174.
5. *Курант Р.* Уравнения с частными производными. М.: Мир, 1964. 830 с.
6. *Хорн Р., Джонсон Ч.* Матричный анализ. М.: Мир, 1989. 655 с.

Москва

Поступила в редакцию
17.VIII.1993