МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 6 • 1994

УДК 534.13

© 1994 г. А. В. СТЕПАНОВ

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ГАСИТЕЛЕЙ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Гашение колебаний различных упругих систем при помощи присоединяемых к ним упруго-вязкими связями точечных масс рассматривалось в [1—6]. В [1] полностью решена задача об оптимальном гашении свободных колебаний массы M, подвешенной к неподвижному основанию пружиной жесткости C; к этой массе (ниже называемой главной) пружиной жесткости c и демпфером с коэффициентом вязкого трения h присоединяется точечная масса m (фиг. 1; для данного случая предполагается, что связь жесткости c_0 между массой m и неподвижным основанием отсутствует). Необходимо в зависимости от M, C и m найти такие значения c и h, чтобы максимизировать минимальный из декрементов затухания свободных колебаний рассматриваемой системы.

В публикуемой работе рассматривается аналогичная задача для случая, когда масса m связана пружиной жесткости c_0 с неподвижным основанием. Этот общий случай может быть сведен к упомянутому частному случаю $c_0 = 0$.

Пусть λ — характеристический показатель рассматриваемой системы; тогда ее характеристическое уравнение при помощи безразмерных величин $r = -\lambda\sqrt{MC^{-1}}$, $\sigma = cM(mC)^{-1}$, $z = hm^{-1}\sqrt{MC^{-1}}$, $\theta = mM^{-1}$, $\sigma_0 = c_0M(mC)^{-1}$ может быть записано в виде

$$p(r, \theta, \sigma, z, \sigma_0) = r^4 - z(1+\theta)r^3 + [1 + \sigma_0 + (1+\theta)\sigma]r^2 -$$
$$- z(1+\theta\sigma_0)r + \sigma_0 + (1+\theta\sigma_0)\sigma = 0 \qquad (1)$$

Это уравнение можно получить, рассматривая дифференциальные уравнения движения масс M и m или используя передаточные функции [7]. Ниже не будем предполагать, что σ и σ_0 одновременно положительные. Однако потенциальная энергия рассматриваемой системы может быть неотрицательной только при $1 + \theta\sigma_0 > 0$. Если это условие выполняется, то заменами

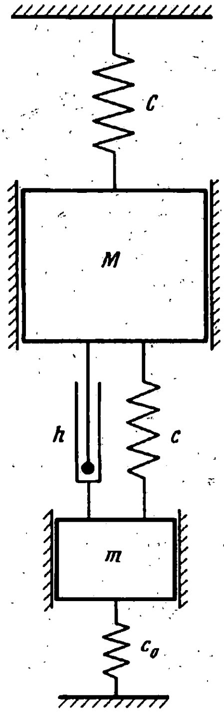
$$\theta' = [(1-\sigma_0)(1+\theta\sigma_0)^{-1}]^2\theta$$
$$\sigma' = [\sigma_0 + (1+\theta\sigma_0)\sigma]\,[(1+\theta\sigma_0)(1+\theta\sigma_0^2)^{-1}]^2$$
$$z' = z\sqrt{(1+\theta\sigma_0)^5(1+\theta\sigma_0^2)^{-3}}, \quad r' = r\sqrt{(1+\theta\sigma_0)(1+\theta\sigma_0^2)^{-1}} \qquad (2)$$

уравнение (1) может быть преобразовано к виду

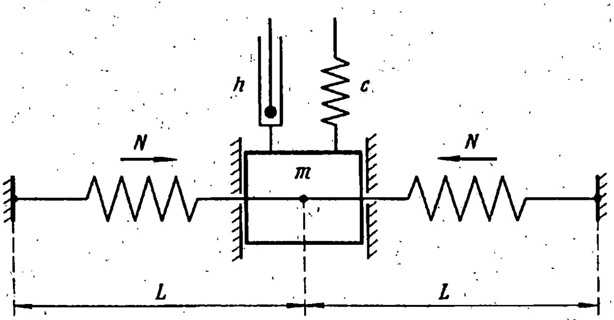
$$p(r', \theta', \sigma', z', 0) = 0 \qquad (3)$$

Задача оптимизации c и h эквивалентна следующей: в зависимости от θ и σ_0 найти $n(\theta, \sigma_0) = \max\min \operatorname{Re} r_j$, а также σ и z, при которых этот максимум достигается; здесь $r_{1,\ldots,4}$ — корни уравнения (1), минимум берется по всем $j = 1, \ldots, 4$, а максимум — по всем σ и неотрицательным z. Так как θ' и r', в соответствии с (2), не зависят от σ и z, то $n(\theta, \sigma_0) = \sqrt{(1+\theta\sigma_0^2)(1+\theta\sigma_0)^{-1}}\, n'(\theta')$, где $n'(\theta') = \max\min \operatorname{Re} r_j'$, $r'_{1,\ldots,4}$ — корни уравнения (3), минимум берется по тем же j, а максимум — по всем σ' и неотрицательным z'. Показано [1], что при $\theta \le 4$ $n'(\theta') = \frac{1}{2}\sqrt{\theta'(1+\theta')^{-1}}$, тогда

$$n(\theta, \sigma_0) = \frac{|1-\sigma_0|}{2}\sqrt{\theta[(1+\theta)(1+\theta\sigma_0)]^{-1}} \qquad (4)$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Эти значения $n'(\theta')$ и $n(\theta, \sigma_0)$ достигаются при $\sigma' = (1 + \theta')^{-2}$, $z' = 2\sqrt{\theta'(1 + \theta')^{-3}}$, или, что равносильно, при

$$\sigma = (1 - \sigma_0)(1 - \theta\sigma_0^2)(1 + \theta\sigma_0)^{-1}(1 + \theta)^{-2}$$

$$z = 2|1 - \sigma_0|\sqrt{\theta(1 + \theta\sigma_0)^{-1}(1 + \theta)^{-3}} \qquad (5)$$

При этих условиях уравнения (1) и (3) имеют по паре двойных комплексно сопряженных корней с вещественными частями n и n' соответственно. Если $\theta' > 4$, то σ и z (или σ' и z') должны быть такими, чтобы эти уравнения имели тройные вещественные корни n (соответственно n').

Из (4) видно, что, если θ мало, то неравенство $n(\theta, \sigma_0) > n(\theta, 0)$ может выполняться только при $\sigma_0 < 0$ или $\sigma_0 > 2$, но во втором случае, как следует из (5), $\sigma < 0$.

Отрицательная жесткость, например c_0, может быть реализована помещением массы m между двумя или более предварительно сжатыми пружинами. Если N — сила, с которой сжата каждая из двух пружин (фиг. 2), L — длина каждой из них, а масса m сместилась на расстояние $\Delta x \ll L$ от точки равновесия, то на эту массу в направлении ее перемещения со стороны каждой пружины действует сила $N\Delta x L^{-1}$; поэтому $c_0 = -2NL^{-1}$.

Сжатые пружины можно рассматривать как внешний источник энергии. Из сказанного следует, что «активные» виброзащитные системы могут быть более эффективными, чем пассивные (не содержащие источников энергии — по терминологии М. Д. Генкина [8]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Нагаев Р. Ф., Степанов А. В.* Об оптимитизации коэффициента затухания свободных колебаний двухмассовой системы//Изв. АН СССР. МТТ. 1979. № 4. С. 24—28.
2. *Степанов А. В.* Об оптимальном линейном гасителе первой моды собственных колебаний консервативных систем//Динамика систем. Горький: Изд-е Горьк. ун-та, 1982. С. 80—95.
3. *Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У.* Колебания в инженерном деле. М.: Машиностроение, 1985. 472 с.

4. *Вульфсон М. Н.* К вопросу о выборе параметров динамического гасителя колебаний//Нелинейные колебания и переходные процессы в машинах. М.: Наука, 1972. С. 347—354.

5. *Коренев Б. Г., Резников Л. М.* Динамические гасители колебаний: Теория и технические приложения. М.: Наука, 1988. 303 с.

6. *Ден-Гартог Дж. П.* Механические колебания. М.: Физматгиз, 1960. 580 с.

7. *Степанов А. В.* О выводе характеристического уравнения линейной колебательной системы общего вида с затуханием//Изв. АН СССР. МТТ. 1989. № 1. С. 48—52.

8. *Генкин М. Д., Рябой В. М.* Упругоинерционные виброизолирующие системы: Предельные возможности, оптимальные структуры. М.: Наука, 1988. 191 с.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
19.XI.1992