

УДК 624.072.2

© 1994 г. Н. А. АЛФУТОВ, Б. Г. ПОПОВ

КОНТИНУАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ РЕГУЛЯРНЫХ ФЕРМЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Для оценки напряженно-деформированного состояния крупногабаритных ферменных панелей, построенных из набора регулярных стержневых ячеек, используется прием энергетического осреднения жесткостных характеристик. Далее на основе модели деформирования многослойной панели рассмотрен прием получения матриц жесткости конечных элементов смешанного типа.

1. Воспользуемся простейшей моделью деформирования, позволяющей учитывать деформации поперечных сдвигов в многослойных панелях [1, 2]. Будем считать, что нормальное перемещение панели v_3 не изменяется вдоль нормальной координаты z , т. е.

$$v_3(x_1, x_2, z) = w(x_1, x_2) \quad (1.1)$$

что в линейном представлении соответствует гипотезе о несжимаемости панели в поперечном направлении. В качестве второй кинематической гипотезы примем предположение о линейном распределении по толщине панели касательных перемещений v_1, v_2 :

$$v_i(x_1, x_2, z) = u_i + z\theta_i \quad (1, 2) \quad (1.2)$$

где $u_i = u_i(x_1, x_2)$ — касательное перемещение вдоль оси x_i координатной поверхности в процессе деформирования; $\theta_i = \theta_i(x_1, x_2)$ — угол поворота сечения в плоскости $0x_1z$; обозначение (1, 2) здесь и в дальнейшем указывает на возможность циклической перестановки индексов.

Перемещения (1.1), (1.2) позволяют представить распределение линейных деформаций в следующем виде:

$$\varepsilon_{1(z)} = \varepsilon_1 + z\chi_1 \quad (1, 2) \quad (1.3)$$

$$\gamma_{12(z)} = \gamma_{12} + z\chi_{12}, \quad \gamma_{13(z)} = \psi_1 \quad (1, 2)$$

Воспользовавшись деформационными соотношениями для пологих оболочек, запишем

$$\varepsilon_1 = u_{1,1} + k_1 w \quad (1, 2) \quad (1.4)$$

$$\gamma_{12} = u_{2,1} + u_{1,2}, \quad \chi_1 = \theta_{1,1} \quad (1, 2)$$

$$\chi_{12} = \theta_{2,1} + \theta_{1,2}, \quad \psi_1 = \theta_1 + w_{,1} \quad (1, 2)$$

Здесь $(\cdot)_{,1} = \partial/\partial x_1(\cdot)$; k_1, k_2 — главные кривизны (предполагается, что оси x_1, x_2 параллельны линиям главных кривизн).

В матричной форме записи деформационные соотношения (1.4) можно представить так

$$\varepsilon = Lu \quad (1.5)$$

$$\varepsilon = \|\varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_{12}, \kappa_1, \kappa_2, \chi_{12}, \psi_1, \psi_2\|^T, \quad \mathbf{u} = \|u_1, u_2, w, \theta_1, \theta_2\|^T$$

$$L = \begin{vmatrix} \nabla_1 & 0 & k_1 & 0 & 0 \\ 0 & \nabla_2 & k_2 & 0 & 0 \\ \nabla_2 & \nabla_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \nabla_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \nabla_2 \\ 0 & 0 & 0 & \nabla_2 & \nabla_1 \\ 0 & 0 & \nabla_1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \nabla_2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Здесь $\nabla_i = \partial/\partial x_i$ (1, 2), верхний индекс (т) обозначает транспонирование.

В качестве обобщенных силовых факторов для обобщенных деформаций ε выступают мембранные силы N_1, N_2, N_{12} ; изгибающие моменты M_1, M_2, M_{12} и поперечные силы Q_1, Q_2 , которые можно представить в виде компонент вектор-столбца \mathbf{N} :

$$\mathbf{N} = \|N_1, N_2, N_{12}, M_1, M_2, M_{12}, Q_1, Q_2\|^T \quad (1.6)$$

Физические соотношения, связывающие внутренние силовые факторы \mathbf{N} (1.6) с обобщенными деформациями ε (1.5), запишем в матричной форме

$$\mathbf{N} = \mathbf{D}\varepsilon \quad (1.7)$$

где матрица \mathbf{D} для случая, когда оси упругой симметрии материалов слоев параллельны плоскости Ox_1, x_2 , но не совпадают по направлениям с осями x_1, x_2 , имеет следующий вид:

$$\mathbf{D} = \begin{vmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 \\ & B_{22} & B_{23} & C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 \\ & & B_{33} & C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 \\ & & & D_{11} & D_{12} & D_{13} & 0 & 0 \\ & & & & D_{22} & D_{23} & 0 & 0 \\ & & & & & D_{33} & 0 & 0 \\ & & & & & & K_{11} & K_{12} \\ \text{sym} & & & & & & & K_{22} \end{vmatrix} \quad (1.8)$$

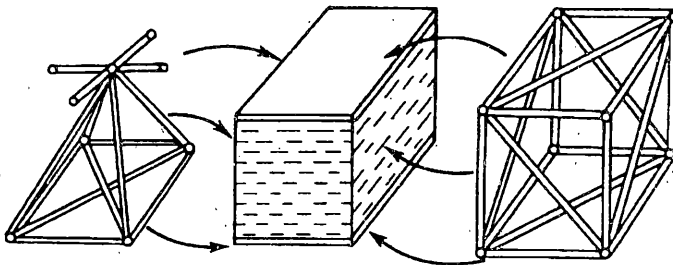
Жесткостные коэффициенты B_{ij} называют мембранными, C_{ij} — смешанными (изгибно-мембранными); D_{ij} — изгибными и K_{ij} — сдвиговыми.

Рассмотрим общий случай силового нагружения панели, ограниченной гладким контуром G . Будем считать, что на поверхности панели S действуют распределенные силы p_1, p_2, p_3 , направление которых совпадает с направлениями осей Ox_1, Ox_2, Oz ; на контуре G_σ действуют погонные силы $\bar{N}_1, \bar{N}_2, \bar{Q}$, совершающие работу на перемещениях u_1, u_2, w , и моменты \bar{M}_1, \bar{M}_2 , совершающие работу на углах поворота θ_1, θ_2 . На контуре $G_u = G - G_\sigma$ заданы нулевые кинематические условия. Воспользовавшись математической формулировкой принципа возможных перемещений с учетом (1.7), запишем

$$\int_S \delta \varepsilon^T \mathbf{D} \varepsilon dS = \int_S \delta u^T p dS + \int_{G_\sigma} \delta u^T \bar{\mathbf{N}} dG. \quad (1.9)$$

$$p = \|p_1, p_2, p_3, 0, 0\|^T, \quad \bar{\mathbf{N}} = \|\bar{N}_1, \bar{N}_2, \bar{Q}, \bar{M}_1, \bar{M}_2\|^T, \quad dS = dx_1 dx_2$$

где dS компоненты вектор-столбцов обобщенных деформаций ε и обобщенных



Фиг. 1

перемещений u определены для выражения (1.5); аналогичные компоненты имеют вектор-столбцы возможных деформаций $\delta \epsilon$ и возможных перемещений δu , причем

$$\delta \epsilon = L \delta u \quad (1.10)$$

В варианте метода перемещений в (1.9) подставляют деформационные соотношения (1.5) и (1.10). В этом случае формулировка задачи статики выглядит так: требуется найти такие перемещения u , для которых (1.9) выполняется для любых допустимых перемещений δu .

2. Рассмотрим прием энергетического осреднения жесткостных характеристик крупногабаритных ферменных панелей, построенных из набора регулярных стержневых ячеек [3]. Задача состоит в вычислении приведенных коэффициентов матрицы D (1.8), определяющей физические соотношения для континуальной модели. Для этого выделим в ферменной конструкции стержни, которые по терминологии трехслойных оболочек формируют промежуточный и несущие слои. Замкнутые силовые наборы стержневых решеток, параллельных плоскости Ox_1x_2 , назовем несущими слоями. Соединительный слой стержневого набора, связывающий несущие слои, будем называть промежуточным (фиг. 1).

Будем считать, что несущие слои воспринимают только мембранные нагрузки, а промежуточный слой — сдвиговые. Согласно модели деформирования многослойной панели (1.3) для срединной поверхности несущего слоя с координатой $z_{[i]}$, отсчитываемой от координатной поверхности (за поверхность $z=0$ можно принять срединную поверхность промежуточного слоя), мембранные деформации будут равны

$$\epsilon_{1[i]} = \epsilon_1 + z_{[i]} \chi_1 \quad (1,2), \quad \gamma_{12[i]} = \gamma_{12} + z_{[i]} \chi_2 \quad (2.1)$$

Деформации поперечных сдвигов в промежуточном слое согласно (1.3) будут постоянными

$$\gamma_{13[i]} = \psi_1 \quad (1,2) \quad (2.2)$$

Следует отметить, что в выражениях (2.1), (2.2) индексом i , заключенным в квадратные скобки, можно указывать номер стержня в повторяющейся ячейке.

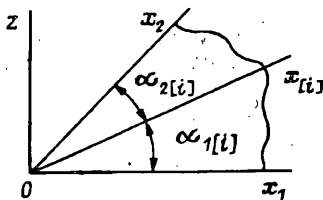
Воспользовавшись связью деформаций, записанных в исходной и повернутой системах координат, можно установить, что относительное удлинение в направлении прямой линии $Ox_{[i]}$ на поверхности несущего слоя (фиг. 2) равно

$$\epsilon_{[i]} = l_{1[i]}^2 \epsilon_{1[i]} + l_{2[i]}^2 \epsilon_{2[i]} + l_{1[i]} l_{2[i]} \gamma_{12[i]} \quad (2.3)$$

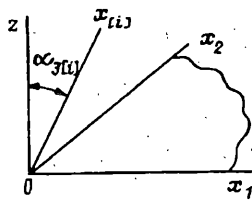
$$l_{1[i]} = \cos(x_{[i]}^\wedge, x_1) = \cos \alpha_{1[i]} \quad (1,2)$$

Будем считать, что такое же удлинение возникает в i -м стержне, если его ось совпадает с направлением $Ox_{[i]}$.

Для стержней промежуточного слоя, в котором основными считаются дефор-



Фиг. 2



Фиг. 3

мации поперечных сдвигов (2.2), относительное удлинение вдоль прямой $Ox_{[i]}$ (фиг. 3) вычисляется следующим образом:

$$\varepsilon_{[i]} = l_{3[i]}l_{1[i]}\gamma_{13[i]} + l_{3[i]}l_{2[i]}\gamma_{23[i]}, \quad l_{3[i]} = \cos(x_{[i]}^{\wedge}, z) = \cos \alpha_{3[i]} \quad (2.4)$$

Для i -го стержня, имеющего длину $L_{[i]}$, направляющие косинусы удобно вычислять по координатам конечного и начального узлов

$$l_k = (x_{k(2)} - x_{k(1)})/L \quad (k = 1, 2, 3)$$

$$L = \left(\sum_{k=1}^3 (x_{k(2)} - x_{k(1)})^2 \right)^{1/2}$$

(Индекс $[i]$ опущен, для $k=3$ считается $x_3 = z$.)

Таким образом, на основании соотношений (2.1)–(2.4) можно получить связь относительного удлинения i -го стержня с обобщенными деформациями континуальной модели панели

$$\varepsilon_{[i]} = T_{[i]}\varepsilon \quad (2.5)$$

где для стержня в несущем слое $T_{[i]} = \|l_1^2, l_2^2, l_1l_2, z_{[i]}l_1^2, z_{[i]}l_2^2, z_{[i]}l_1l_2, 0, 0\|^T$, для стержня в промежуточном слое $T_{[i]} = \|0, 0, 0, 0, 0, 0, l_3l_1, l_3l_2\|^T$. (Индекс $[i]$ для направляющих косинусов l_k ($k = 1, 2, 3$) опущен.)

Приведенные жесткостные характеристики ферменной панели определим, приравняв работы внутренних сил на возможных деформациях дискретной и континуальной моделей. Пусть повторяющаяся ячейка дискретной модели содержит n стержней и ее проекция на плоскость Ox_1x_2 ограничена контуром, площадь которого равна S_0 , тогда

$$\sum_{i=1}^n \delta\varepsilon_{[i]} (EA)_{[i]}\varepsilon_{[i]}L_{[i]} = S_0\delta\varepsilon^T D\varepsilon$$

где $(EA)_{[i]}$ — жесткость i -го стержня на растяжение-сжатие. С учетом (2.5) это равенство работ можно переписать в виде

$$\delta\varepsilon^T \sum_{i=1}^n T_{[i]}^T (EA)_{[i]}T_{[i]}L_{[i]}\varepsilon = S_0\delta\varepsilon^T D\varepsilon$$

Отсюда следует, что матрица приведенных жесткостных характеристик будет определяться следующим образом:

$$D = \frac{1}{S_0} \sum_{i=1}^n (EAL)_{[i]}T_{[i]}^T T_{[i]} \quad (2.6)$$

Необходимо отметить, что при вычислении матрицы D (2.6) для тех стержней, которые одновременно формируют j ячеек (являются общими) площади поперечных сечений стержней $A_{[i]}$ должны браться уменьшенными в j раз. После определения матрицы приведенных жесткостных характеристик D можно воспользоваться одним из приемов расчета континуальной модели панели, например, методом конечных элементов.

3. Рассмотрим основные процедуры получения матрицы жесткости конечного элемента многослойной панели, основанные на вариационной формулировке смешанного типа. В постановке задачи (1.9) подразумевается, что обобщенные деформации ϵ определены через обобщенные перемещения u (1.5). Если уравнение деформационных соотношений (1.5) использовать в качестве дополнительного условия связи $Lu - \epsilon = 0$, то потребовав равенства нулю интегральной невязки от этого уравнения по отношению к любым допустимым силовым факторам $D\delta\epsilon$, получим вариационную формулировку смешанного типа

$$\int_S \int (L\delta u)^T D\epsilon dS = f(\delta u) \quad (3.1)$$

$$\int_S \int \delta\epsilon^T D(Lu - \epsilon) dS = 0 \quad (3.2)$$

где функционал работы внешних сил на возможных перемещениях $f(\delta u)$ определяется правой частью уравнения (1.9). Таким образом, задачу удалось свести к следующей. Требуется определить такую пару векторов-функций u и ϵ из соответствующих множеств допустимых функций, для которых уравнения (3.1), (3.2) выполняются при любых δu , $\delta\epsilon$, принадлежащих тем же множествам.

При решении задачи статики многослойных панелей общего вида методом конечных элементов (МКЭ) на основе вариационных формулировок смешанного типа (3.1), (3.2) общие требования к выбору функций формы остаются такими же, как и в методе перемещений. В качестве функций формы конечного элемента наиболее часто используются алгебраические полиномы, порядок которых должен обеспечивать требуемую гладкость функций и их производных. В МКЭ важным требованием к функциям формы является требование воспроизводить в элементе однородное напряженно-деформированное состояние и, в частности, описывать смещение элемента как жесткого целого. Наиболее распространенный способ удовлетворения указанным требованиям состоит в повышении порядка аппроксимирующих полиномов. При этом используются полиномы более высокого порядка, чем это требуется, исходя из структуры вариационных уравнений, что приводит к увеличению обобщенных степеней свободы конечного элемента. Применение смешанных вариационных формулировок позволяет с помощью независимой аппроксимации деформаций и перемещений улучшить свойства конечных элементов.

Воспользуемся общим видом аппроксимации перемещений конечного элемента

$$u = \Phi q \quad (3.3)$$

Аппроксимацию обобщенных деформаций ϵ запишем следующим образом:

$$\epsilon = \omega \alpha \quad (3.4)$$

где Φ , ω — матрицы функций форм аппроксимаций, q — вектор-столбец обобщенных узловых перемещений элемента; α — вектор-столбец коэффициентов аппроксимации обобщенных деформаций. Вариационная формулировка задачи (3.1), (3.2) с учетом (3.3), (3.4) позволяет получить уравнения $\delta q^T (G^T \alpha - P - t) = 0$, $\delta \alpha^T (Gq - H\alpha) = 0$. Отсюда, учитывая произвольность коэффициентов δq , $\delta \alpha$, следует, что

$$G^T \alpha - P - t = 0 \quad (3.5)$$

$$Gq - H\alpha = 0 \quad (3.6)$$

$$G = \int_S \int \omega^T D B dS, \quad H = \int_S \int \omega^T D \omega dS \quad (3.7)$$

$$P = \int_S \Phi^T p dS, \quad t = \int_{G_\alpha} \Phi^T \bar{N} dG, \quad B = L\Phi$$

Здесь S обозначает площадь конечного элемента, \bar{N} — вектор-столбец реакций соседних элементов, t — вектор-столбец приведенных реакций в узлах конечного элемента.

После исключения из уравнения (3.6) коэффициентов α уравнение (3.5) примет вид $t = Kq - P$, $K = G^T H^{-1} G$, где K определяет матрицу жесткости конечного элемента.

Обсудим некоторые вопросы, связанные с порядками аппроксимирующих функций. Поскольку число независимых смещений конечного элемента в пространстве, как твердого тела, равно шести, то ранг матрицы жесткости K должен равняться $n_q - 6$, где n_q — размерность вектора обобщенных узловых перемещений элемента. Это условие будет выполняться при выборе аппроксимаций для ϵ такой, что $n_\alpha = n_q - 6$, где n_α — размерность вектор-столбца коэффициентов аппроксимации α (см. (3.4)). После анализа различных конфигураций конечных элементов, числа степеней свободы и порядков аппроксимирующих функций для u и ϵ , можно установить, что для согласованной аппроксимации перемещений (3.3) и деформаций (3.4) подходит треугольный конечный элемент с шестью узлами. Суммарное число обобщенных узловых перемещений n_q в этом случае будет равно 30, и каждый из пяти компонентов вектор-столбца u можно аппроксимировать полным полиномом второго порядка. Суммарное число независимых компонент вектор-столбца α (см. (3.4)) будет равно 24, и каждый из восьми компонент вектор-столбца ϵ можно аппроксимировать полным полиномом первого порядка. Разработанные на основе таких аппроксимаций конечные элементы многослойных оболочек общего вида достаточно хорошо зарекомендовали себя в расчетной практике [2, 4].

4. При решении задач устойчивости и колебаний крупногабаритных регулярных стержневых конструкций панельного типа можно также воспользоваться континуальной моделью. Простейшая линеаризованная постановка задач получается при следующих допущениях. Исходное напряженное состояние определяется решением линейной задачи статики. При составлении уравнений движения в окрестности исходного состояния учитывается начальное напряженное состояние. При линеаризации в деформационных соотношениях кроме линейных составляющих будем учитывать нелинейные слагаемые, связанные с дополнительными углами поворота нормалей. Действующие на конструкцию внешние нагрузки при движении системы не изменяются ни по величине, ни по направлению. В целом систему, включая внешние нагрузки, граничные связи и поведение материала, будем считать консервативной.

Для исследования гармонического движения системы относительно начального напряженного (но недеформированного) состояния воспользуемся принципом возможных перемещений, записанного для смежного равновесного состояния. Учитывая, что начальное напряженное состояние равносильно, и, сохраняя только квадратичную форму записи, для отдельного конечного элемента можно получить [1, 2]:

$$\int_S ((L\delta u)^T D \epsilon + \Lambda \delta \Omega^T N_0 \Omega - \omega^2 \delta u^T \mu u) dS = \delta q^T t \quad (4.1)$$

где Λ — параметр нагружения, ω — круговая частота гармонических колебаний, δq — вектор-столбец возможных узловых обобщенных перемещений, t — вектор-столбец обобщенных узловых реакций (дополнительных)

$$N_0 = \begin{vmatrix} N_1^0 & N_{12}^0 \\ N_{12}^0 & N_2^0 \end{vmatrix}$$

определяет матрицу начальных усилий, коэффициенты которой представляют

погонные мембранные силовые факторы, определенные решением задачи статики континуальной модели при $\Lambda = 1$ (нагружение считается пропорциональным); $\Omega = \|\omega_1, \omega_2\|^T$ — вектор-столбец углов поворота нормали,

$$\omega_1 = -\partial w / \partial x_1 \quad (1,2) \quad (4.2)$$

углы поворота нормали

$$\mu = \begin{vmatrix} B_p & 0 & 0 & C_p & 0 \\ & B_p & 0 & 0 & C_p \\ & & B_p & 0 & 0 \\ & & & D_p & 0 \\ \text{sym} & & & & D_p \end{vmatrix} \quad (4.3)$$

матрица приведенных инерционных характеристик многослойного пакета континуальной модели. Для повторяющейся стержневой ячейки общего вида коэффициенты матрицы μ определяются следующими выражениями:

$$B_p = \frac{1}{S_0} \sum_{i=1}^n (\rho AL)_{[i]}, \quad C_p = \frac{1}{2S_0} \sum_{i=1}^n (\rho AL)_{[i]} (z_{(1)} + z_{(2)})_{[i]}$$

$$D_p = \frac{1}{3S_0} \sum_{i=1}^n (\rho AL)_{[i]} (z_{(1)}^2 + z_{(1)}z_{(2)} + z_{(2)}^2)_{[i]}$$

где $z_{(1)[i]}$, $z_{(2)[i]}$ — нормальные координаты начального и конечного узлов i -го стержня, $\rho_{[i]}$ — удельная плотность материала i -го стержня.

Вариационная формулировка (4.1) совместно с (3.2) и аппроксимациями (3.3), (3.4) позволяет получить

$$t = (K + \Lambda S - \omega^2 M) q \quad (4.4)$$

$$S = \int \int R^T N_0 R dS, \quad M = \int \int \Phi^T \mu \Phi dS$$

Коэффициенты матрицы R определяются соотношениями $\Omega = Rq$, которые получаются на основании (4.2) и (3.3).

После стандартных операций сборки конечных элементов получим однородную систему алгебраических уравнений относительно узловых перемещений

$$(K_\Sigma + \Lambda S_\Sigma - \omega^2 M_\Sigma) q_\Sigma = 0 \quad (4.5)$$

где нижним индексом Σ обозначены соответствующие глобальные матрицы. Обобщенная задача на собственные значения (4.5) позволяет анализировать устойчивость и колебания конструкции. Для задачи устойчивости следует положить в (4.5) $\omega = 0$ и определить критический параметр нагружения как наименьшее по модулю собственное значение параметра Λ . Для определения частот колебаний вычисления собственных значений ω выполняются при $\Lambda = \text{const}$. В частном случае при $\Lambda = 0$ определяются частоты ненагруженной системы.

5. Рассмотрим один простейший расчетный случай, результаты анализа которого могут быть полезны при проектировании стержневых конструкций панельного типа. Будем считать, что панель имеет симметричное строение и находится в безмоментном напряженном состоянии: $N_1 \neq 0$, $N_2 \neq 0$, $N_{12} = 0$, причем погонные усилия N_1 и N_2 одного знака. В этом случае достаточно просто получить соотношения между жесткостными характеристиками, которые обеспечивают равномерное деформирование стержней в несущих слоях.

Потребуем, чтобы в каждом стержне несущего слоя относительные удлинения равнялись $[\varepsilon]$. Согласно (2.3) это возможно при

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = [\varepsilon], \quad \gamma_{12} = 0 \quad (5.1)$$

Воспользовавшись соотношениями упругости (1.7) и требованиями (5.1), получим

$$N_1 = (B_{11} + B_{12}) [\varepsilon], \quad N_2 = (B_{12} + B_{22}) [\varepsilon]$$

Отсюда следует, что для однородного деформирования приведенные мембранные жесткости панели должны удовлетворять условиям

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{B_{12} + B_{22}}{B_{11} + B_{12}}, \quad \frac{N_1 + N_2}{[\varepsilon]} = B_{11} + 2B_{12} + B_{22} \quad (5.2)$$

Как следует из (2.6), вычисление мембранных жесткостей B_{ij} ($i, j = 1, 2$) можно выполнить следующим образом:

$$B_{11} = \sum_{i=1}^m b_{[i]} \cos^4 \alpha_{[i]}, \quad B_{12} = \sum_{i=1}^m b_{[i]} \cos^2 \alpha_{[i]} \sin^2 \alpha_{[i]} \quad (5.3)$$

$$B_{22} = \sum_{i=1}^m b_{[i]} \sin^4 \alpha_{[i]}, \quad \alpha_{[i]} = \alpha_{1[i]}, \quad b_{[i]} = (EAL)_{[i]} / S_0$$

В выражениях (5.3) считается, что суммирование идет только по стержням несущих слоев и m — суммарное число стержней в несущих слоях.

Подстановка выражений (5.3) в (5.2) дает следующие условия, которым должны удовлетворять параметры стержней:

$$\sum_{i=1}^m b_{[i]} \sin^2 \alpha_{[i]} / \sum_{i=1}^m b_{[i]} \cos^2 \alpha_{[i]} = N_2 / N_1 \quad (5.4)$$

$$\sum_{i=1}^m b_{[i]} = (N_1 + N_2) / [\varepsilon] \quad (5.5)$$

Аналогичные (5.4) и (5.5) условия используются в оптимальном проектировании волокнистых пластиков [5], когда принимается «нитяная» модель композита.

Следует отметить, что в том случае, когда погонные усилия N_1 и N_2 являются растягивающими, задавать допустимый уровень деформаций $[\varepsilon]$ можно, ориентируясь на деформацию текучести материала ε_T . Для случая сжимающих погонных усилий нужно учитывать возможность потери устойчивости отдельного стержня. Поскольку для сжатого шарнирно опертого стержня критическая деформация равна $\varepsilon_c = \pi^2 / \lambda^2 < \varepsilon_T$ (где $\lambda = L/r$, $r = (J/A)^{1/2}$, J — момент инерции сечения стержня), то для выбранного уровня относительного сжатия $[\varepsilon] < \varepsilon_T$ максимальная гибкость стержня будет ограничена значением $\lambda = \pi [\varepsilon]^{-1/2}$. Значение $[\varepsilon]$ должно быть также согласовано со значением деформации, соответствующей общей потере устойчивости континуальной модели панели.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алфутов Н. А., Зиновьев П. А., Попов Б. Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1984. 264 с.

2. Композиционные материалы: Справочник/В. В. Васильев, В. Д. Протасов, В. В. Болотин и др./Под ред. В. В. Васильева, Ю. М. Тарнопольского. М.: Машиностроение, 1990. 512 с.
3. Усюкин В. И. Строительная механика конструкций космической техники. М.: Машиностроение, 1988. 392 с.
4. Попов Б. Г., Быков Е. В. Конечный элемент многослойной композитной оболочки//Расчеты на прочность. М.: Машиностроение. 1990. 25 с.
5. Основы проектирования и изготовления конструкций летательных аппаратов из композиционных материалов: Учебное пособие/Под ред. В. В. Васильева. М.: МАИ, 1985. 218 с.

Москва

Поступила в редакцию
29.IV.1993