

УДК 532.546

© 1994 г. Ю. Н. ГОРДЕЕВ, А. Ф. ЗАЗОВСКИЙ

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ЗАДАЧА О СИЛЬНО ВЫТЯНУТОЙ И ЧАСТИЧНО ЗАКРЕПЛЕННОЙ ТРЕЩИНЕ ГИДРОРАЗРЫВА

Рассматривается пространственная задача теории упругости об определении раскрытия сильно вытянутой в горизонтальном направлении вертикальной трещины гидроразрыва [1, 2], частично заполненной закрепителем. Закладка закрепителя предполагается идеально жесткой. Наличие в трещине закрепителя препятствует ее полному смыканию. В результате в пласте образуется «канал» повышенной гидравлической проводимости, позволяющий интенсифицировать добычу углеводородов из пласта.

Задача решается асимптотическим методом, развитым в [3]. В качестве нулевого приближения используется аналитическое решение плоской задачи о частично закрепленной трещине гидроразрыва при неоднородном распределении по высоте бокового горного давления в массиве. Численно эта задача решалась в [4—6]. Поправки к нулевому приближению позволяют учесть нелокальные эффекты, связанные с конечностью длины трещины и неоднородностью распределений давления и закрепителя по ее длине.

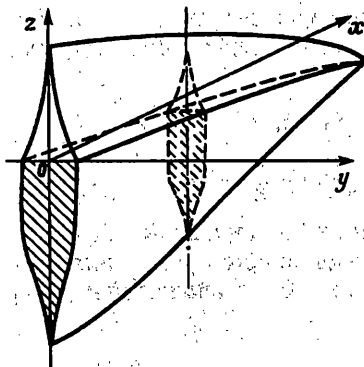
Приводятся примеры расчетов, выполненных в рамках схемы «мгновенного» закрепления трещины. Анализируются форма и гидравлическая проводимость закрепленной трещины после снижения давления в ней. Обсуждаются возможные стратегии гидроразрыва и закрепления трещин.

1. Постановка задачи. Закрепление трещин — одна из наиболее ответственных стадий гидравлического разрыва пласта, так как именно формой и гидравлической проводимостью закрепленной трещины определяется успешность операции гидроразрыва в целом. Обычно она осуществляется путем закачки в трещину на завершающей стадии разрыва высоковязкой суспензии, содержащей закрепитель во взвешенном состоянии. После этого скважина выдерживается закрытой в течение некоторого времени, необходимого для дезактивации удерживающей способности рабочей жидкости и выпадения закрепителя в трещине.

Во время выдержки происходит сгущение суспензии и частичное смыкание поверхностей трещины за счет фильтрационных утечек жидкости через ее поверхности. Кроме того, после закрытия скважины процесс гидроразрыва, как правило, продолжается. Это приводит к дополнительному перераспределению давления в трещине и уменьшению ее раскрытия. Таким образом, процесс формирования закладки закрепителя в трещине растянут во времени и происходит при непрерывном изменении раскрытия трещины.

Ниже эта стадия гидроразрыва рассматривается в приближении мгновенного закрепления. Она моделируется последовательностью четырех событий: образованием трещины при возрастающем давлении жидкости в ней; частичным смыканием трещины из-за снижения давления; выпадением закрепителя, образующего жесткую закладку, препятствующую сближению части поверхностей трещины; дальнейшим смыканием трещины при снижении в ней давления жидкости.

При образовании трещины ее длина и давление жидкости считаются известными, а высота трещины находится из условий предельного равновесия [7]. Последующим снижением давления моделируются фильтрационные утечки жидкости разрыва из трещины. Полученной на этом этапе формой трещины и



Фиг. 1

заданной концентрацией закрепителя в жидкости определяется форма закрепленной части трещины. Далее считается, что закладка закрепителя образует плотную массу, обладающую идеальной жесткостью и фиксированной проницаемостью. После очередного снижения давления определяются новая форма трещины и ее гидравлическая проводимость.

Такой подход можно рассматривать как модель элементарного акта закрепления трещины, а весь процесс закрепления — как последовательность элементарных актов, сопровождающихся поочередным снижением давления жидкости в трещине и выпадения порций закрепителя.

2. Раскрытие трещины. Рассмотрим симметричную относительно скважины вертикальную трещину конечной высоты $2H(x)$ и большой протяженности в горизонтальном направлении $2L \gg 2H$, занимающую в плоскости $y=0$ область $G(|x| < L, H^-(x) < z < H^+(x), H^+ - H^- = 2H)$ (фиг. 1). Трещина вскрывает продуктивный пласт ($|z| < z_0$) и прилегающие к нему горные породы ($|z| > z_0$). Упругие постоянные пласта и горных пород считаются одинаковыми, длина трещины $2L$ и распределение давления жидкости в ней $p(x, z)$ известными. Заданными также считаются распределения бокового горного давления в массиве $\sigma(x, z)$ и модуля сцепления $K(z)$ [8], характеризующего трещиностойкость пласта и окружающих его пород. Отсканию подлежат вертикальные координаты концов трещины $H^\pm(x)$ и ее нормальное раскрытие $2w(x, z)$. Функции $H^\pm(x)$, $p(x, z)$, $\sigma(x, z)$ являются медленно меняющимися по переменной x . Это обстоятельство позволяет использовать для решения задачи асимптотические методы [9].

Заметим, что в дальнейшем основной интерес будут представлять распределения давления в трещине, однородные в каждом ее вертикальном сечении $x = \text{const}$, т. е. $p = p(x)$ при $|x| < L$, и распределения бокового горного давления в массиве, зависящие только от глубины $\sigma = \sigma(z)$.

Первое связано с вытянутостью трещины, так как вертикальные перераспределения давления в ней должны происходить намного быстрее, чем по длине трещины.

Второе обстоятельство обусловлено спецификой выбора объектов для проведения гидроразрыва. Из-за опасности неконтролируемого распространения трещины в вертикальном направлении обычно выбирают продуктивные пласты, находящиеся в зоне с пониженным по сравнению с окружающими породами боковым горным давлением. Зависимость же σ от горизонтальной координаты, как правило, проявляется лишь в небольшой прискважинной зоне (зоне разгрузки) и потому для сильно вытянутых трещин в первом приближении может в расчет не приниматься. Имея в виду указанные обстоятельства, далее до некоторого момента времени p и σ для общности считаются функциями двух переменных x и z .

Предположим, что вертикальный размер трещины $2H(x) = H^+(x) - H^-(x)$

известен. Тогда определение раскрытия трещины $2w(x, z)$ сводится к решению уравнений равновесия упругой среды при следующих условиях на границах трещины:

$$\sigma_{yy}(x, z, 0) = \sigma(x, z) - p(x, z), \quad (x, z) \in G \quad (2.1)$$

$$\sigma_{xy}(x, z, 0) = \sigma_{xz}(x, z, \pm 0), \quad (x, z) \in G \quad (2.2)$$

где σ_{yy} , σ_{xy} и σ_{xz} — компоненты напряжений. Задача (2.1), (2.2) эквивалентна решению интегродифференциального уравнения относительно смещения поверхности трещины $w(x, z) \geq 0$, совпадающей с границей полупространства $y > 0$ [9]:

$$\Delta_{xz} \int_G \int \frac{w(\xi, \zeta) d\xi d\zeta}{((x - \xi)^2 + (z - \zeta)^2)^{3/2}} = 2\pi\beta [p(x, z) - \sigma(x, z)] \quad (2.3)$$

$$\Delta_{xz} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad \beta = \frac{2(1 - \nu^2)}{E}, \quad (x, z) \in G$$

где E и ν — модуль Юнга и коэффициент Пуассона пласта и вмещающих его пород.

Асимптотический метод решения уравнения (2.3) [3] основан на разложении интегродифференциального оператора по малому параметру $\varepsilon = H/L$, характеризующему степень вытянутости трещины ($2H_0$ — характерный вертикальный размер трещины). Для того чтобы этот параметр вошел явно в уравнение (2.3), достаточно перейти в нем к безразмерным переменным

$$X = x/L, \quad Z = z/(\varepsilon L), \quad \varepsilon = H_0/L, \quad W = w/(\varepsilon L \beta \sigma_\infty), \quad \psi = (p - \sigma)/\sigma_\infty,$$

где σ_∞ — характерное значение бокового горного давления σ . В результате получим

$$\Delta_{XZ} \int_{G'} \int \frac{W(\xi, \zeta) d\xi d\zeta}{((X - \xi)^2 + \varepsilon^2 (Z - \zeta)^2)^{3/2}} = 2\pi\Psi(X, Z) \quad (2.4)$$

$$\Delta_{XZ} = \varepsilon^2 \partial^2 / \partial X^2 + \partial^2 / \partial Z^2$$

где G' — область G в новых переменных X, Z .

С использованием преобразования Фурье по переменным X и Z и аппарата обобщенных функций уравнение (2.4) преобразуется к виду, удобному для построения асимптотического разложения решения [10]:

$$\Phi(X, Z, \varepsilon) * W(X, Z, \varepsilon) = -2\pi\Psi(X, Z), \quad (X, Z) \in G' \quad (2.5)$$

$$\Phi * W = \int \int_{G'} \Phi(\xi - X, \zeta - Z, \varepsilon) W(\xi, \zeta, \varepsilon) d\xi d\zeta$$

$$\Phi(X, Z, \varepsilon) = \Phi_0(X, Z) + \varepsilon^2 \ln(2/\varepsilon) \delta''(X) + \varepsilon^2 \Phi_2(X, Z) + o(\varepsilon^2) \quad (2.6)$$

$$\Phi_0(X, Z) = -2\delta(X) \frac{\partial}{\partial Z} P \frac{1}{Z},$$

$$\Phi_2(X, Z) = \delta''(X) (1 - \ln|z|) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial X^2} P \frac{1}{|X|}$$

Здесь $\delta(X)$ — дельта-функция Дирака, $\delta''(X)$ — ее вторая производная, а $P(\dots)$ — сингулярная обобщенная функция, действующая по правилам [10]:

$$\left(P \frac{1}{|X|}, \varphi\right) = \int_{-\infty}^{\infty} dZ \int_{-\infty}^{\infty} [\varphi(X, Z) - \theta(X, Z) \varphi(0, Z)] \frac{dX}{|X|} \quad (2.7)$$

$$\left(P \frac{1}{Z}, \varphi\right) = \int_{-\infty}^{\infty} dX \int_{-\infty}^{\infty} [\varphi(X, Z) - \theta(X, Z) \varphi(X, 0)] \frac{dZ}{Z}$$

где $\theta(X, Z)$ — характеристическая функция носителя, равная 1 в области G' и 0 вне ее, а $\varphi(X, Z)$ — обобщенная функция из пространства основных обобщенных функций [10].

Решение уравнения (2.5) будем искать в виде разложения искомой функции $W(X, Z)$ в ряд по ε :

$$W(X, Z, \varepsilon) = W_0(X, Z) + \varepsilon W_1(X, Z) + \varepsilon^2 \ln(2/\varepsilon) V(X, Z) + \varepsilon^2 W_2(X, Z) + U(X, Z, \varepsilon), \quad (X, Z) \in G \quad (2.8)$$

Согласно [3], функция $U(X, Z, \varepsilon) = O(\varepsilon^3)$ в любой замкнутой подобласти G' , не содержащей концов трещины $X = \pm 1$.

Подставляя (2.8) в уравнение (2.5) и приравнявая члены одинакового порядка, получаем систему уравнений [3]:

$$\begin{aligned} \Phi_0 * W_0 &= 2\pi\Psi, \quad W_1 = 0, \quad \Phi_0 * W_2 = -\Phi_2 * W_0 \\ \Phi_0 * V &= -\delta''(X) * W_0 = -\frac{d^2}{dX^2} \int_{z^-(X)}^{z^+(X)} dZW_0(X, Z) \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$Z^\pm(X) = H^\pm(LX)/H_0$$

Каждое из уравнений (2.9) представляет собой уравнение плоской задачи теории упругости о прямолинейной трещине нормального отрыва со специфическими распределениями нагрузок вдоль берегов. Переменная X входит в каждое уравнение как параметр, и учет нелокальных эффектов осуществляется только через правые части последних двух уравнений, содержащих операторы свертки. Система (2.9) решается последовательно: сначала из первого уравнения находится $W_0(X, Z)$, а затем из последних двух соответственно $W_2(X, Z)$, $V(X, Z)$.

Итак, все уравнения (2.9) можно записать в одинаковом виде

$$\Phi_0 * u = -f(X, Z), \quad (X, Z) \in G' \quad (2.10)$$

где $u(X, Z)$ — одна из неизвестных функций W_0 , W_1 или V , а $f(X, Z)$ — соответствующая правая часть.

Подстановка выражения для Φ_0 из (2.6) в (2.10) дает

$$2 \int_{z^-(X)}^{z^+(X)} \frac{u z'(X, \eta) d\eta}{\eta - Z} = f(X, Z), \quad u z' = \frac{\partial}{\partial Z} u \quad (2.11)$$

Сингулярное интегральное уравнение (2.11) при каждом $X = \text{const}$ имеет аналитическое решение [11]:

$$u z'(X, Z) = \frac{1}{2 [(Z-Z^-)(Z^+-Z)]^{1/2}} \left[\int_{z^+(X)}^{z^-(X)} \frac{[(\eta-Z^-)(Z^+-\eta)]^{1/2} f(X, \eta) d\eta}{\eta - Z} + C_u(X) \right] \quad (2.12)$$

Здесь интеграл понимается в смысле главного значения, а $C_u(X)$ — произвольная постоянная (параметрически зависящая от X), выбираемая из условия обращения в нуль $u(X, Z)$ на обоих концах трещины $Z = Z^\pm(X)$, т. е.

$$u(X, Z) = \int_{z^-(X)}^z d\eta \mu z'(X, \eta) \quad (2.13)$$

Таким образом, используя (2.12), (2.13), получим решение плоской задачи W_0 (первое уравнение (2.9)):

$$W_0(X, Z) = \frac{2}{\pi} \int_{z_c}^{z^+} d\eta \Psi(X, \eta) \ln \frac{[(Z^+ - \eta)(Z - Z^-)]^{1/2} + [(Z^+ - Z)(\eta - Z^-)]^{1/2}}{[(Z^+ - Z^-)(Z - \eta)]^{1/2}} \quad (2.14)$$

После подстановки $W_0(X, Z)$ в правые части остальных уравнений (2.9) найдем поправки к нулевому приближению, используя формулы обращения (2.12), (2.13).

Окончательные выражения для поправок W_2 и V к нулевому приближению W_0 принимают вид

$$W_2(X, Z; Z_* = Z^-(X)) = \frac{1}{2\pi} [(Z - Z_*)(Z^+ - Z)]^{1/2} \gamma_2(X) + \quad (2.15)$$

$$+ \frac{1}{2\pi} \int_{z_*(X)}^{z^+(X)} d\xi \ln \frac{[(Z^+ - \xi)(Z - Z_*)]^{1/2} + [(Z^+ - Z)(\xi - Z_*)]^{1/2}}{[(Z^+ - Z_*)(Z - \xi)]^{1/2}}$$

$$\int_{z_*(X)}^{z^+(X)} d\eta \ln \frac{e}{|\xi - \eta|} \frac{\partial^2}{\partial X^2} W_0(X, \eta) \quad (2.15)$$

$$V(X, Z; Z_* = Z^-(X)) = \frac{1}{2\pi} [(Z - Z_*)(Z^+ - Z)]^{1/2} \frac{d^2}{dX^2} \langle W_0 \rangle$$

$$\langle W_0 \rangle = \int_{z^-(X)}^{z^+(X)} dZ W_0(X, Z), \quad \gamma_2(X) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{d\xi}{|X - \xi|} \frac{d\xi}{d\xi^2} \langle W_0(\xi, Z) \rangle \quad (2.16)$$

а сингулярный интеграл в формулах (2.16) для $\gamma_2(X)$ понимается в смысле главного значения по Коши.

Таким образом, полное раскрытие закрепленной трещины представляется в виде

$$W(X, Z, \varepsilon) = W_0(X, Z) + \varepsilon^2 \ln(2/\varepsilon) V(X, Z; Z^-) + \varepsilon^2 W_2(X, Z; Z^-) \quad (2.17)$$

Вертикальный размер трещины $2H = H^+ - H^-$ заранее неизвестен и подлежит определению. Для отыскания H^+ и H^- надо воспользоваться условиями предельного равновесия трещины: коэффициенты интенсивности напряжений на нижней $N^-(x)$ и верхней $N^+(x)$ кромках трещины должны принимать критические значения [7]:

$$N^\pm(x) = \pi^{-1} K(H^\pm) \quad (2.18)$$

Используя определение [7]:

$$N^{\pm}(x) = \lim_{z \rightarrow H^{\pm}} \frac{w(x, z)}{2\beta |z - H^{\pm}(x)|^{1/2}} \quad (2.19)$$

после перехода к безразмерным переменным из (2.18) получаем два уравнения относительно $Z^{\pm}(X)$:

$$\lim_{z \rightarrow Z^{\pm}(X)} W(X, Z) |Z - Z^{\pm}(X)|^{-1/2} = \frac{2\sqrt{L} K [\varepsilon LZ^{\pm}(X)]}{\pi \sigma_{\infty} H_0} \quad (2.20)$$

В [8] было показано, что в задачах подземной гидродинамики при достаточно больших глубинах модулем сцепления можно пренебречь $K \approx 0$. При этом условие разрушения (2.20) с учетом (2.17) может быть приведено к виду

$$S_1^-(Z^-) + \varepsilon^2 \ln(2/\varepsilon) S_2^-(Z^-) + \varepsilon^2 S_3^-(Z^-) = 0 \quad (2.21)$$

$$S_1^+(Z^+) + \varepsilon^2 \ln(2/\varepsilon) S_2^+(Z^+) + \varepsilon^2 S_3^+(Z^+) = 0$$

$$S_1^{\pm}(Z^*) = \frac{2}{\pi} \int_{Z^*}^{Z^{\pm}} dZ \left(\frac{Z - Z^*}{Z^+ - Z} \right)^{\pm 1/2} \Psi(X, Z), \quad S_2^{\pm}(Z^*) = \frac{1}{2\pi} (Z^+ - Z^*) \frac{d^2}{dX^2} \langle W_0 \rangle$$

$$S_3^{\pm}(Z^*) = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{Z_0^{\pm}(X)}^{Z^{\pm}(X)} dZ \left(\frac{Z - Z^*}{Z^+ - Z} \right)^{\pm 1/2} \int_{Z_0^{\pm}(X)}^{Z^{\pm}(X)} d\eta \ln \frac{e}{|Z - \eta|} \frac{\partial^2}{\partial X^2} W_0(X, \eta) + \right. \\ \left. + \gamma_2(X) (Z^+ - Z^*) \right]$$

Решение системы уравнений (2.21) может быть представлено в виде разложения

$$Z^{\pm} = Z_0^{\pm} + \varepsilon^4 \ln^2(2/\varepsilon) Z_1^{\pm}(Z^-) + \varepsilon^4 \ln(2/\varepsilon) Z_2^{\pm}(Z^-) + \varepsilon^4 Z_3^{\pm}(Z^-) \quad (2.22)$$

$$Z_1^{\pm}(Z^*) = (S_2^{\pm}(Z^*))^2 / (4\Psi(X, Z^{\pm})),$$

$$Z_2^{\pm}(Z^*) = S_2^{\pm}(Z^*) S_3^{\pm}(Z^*) / (4\Psi(X, Z^{\pm}))$$

$$Z_3^{\pm}(Z^*) = (S_3^{\pm}(Z^*))^2 / (4\Psi(X, Z^{\pm}))$$

Здесь величины Z_0^{\pm} находятся из решения нелинейных уравнений (2.21) при $\varepsilon = 0$ с использованием того или иного метода последовательных приближений.

3. Смыкание незакрепленной трещины. Снижение давления в трещине приводит к уменьшению ее раскрытия. Если снижение давления невелико, то уменьшение раскрытия не сопровождается изменением высоты трещины. Однако при определенной степени снижения внутреннего давления коэффициенты интенсивности напряжений на верхнем и нижнем концах трещины последовательно или одновременно обращаются в нуль. Это означает плавное смыкание соответствующих концов трещины. При дальнейшем снижении давления будет происходить налегание поверхностей трещины, которое можно интерпретировать как уменьшение ее высоты. Такое поведение трещины обусловлено неоднородностью бокового горного давления по глубине массива с минимумом в области разрываемого пласта.

Рассмотрим, как видоизменяется схема расчета раскрытия трещины при образовании областей налегания ее поверхностей. В силу отмеченной выше специфики распределения горного давления в массиве области налегания, как правило, локализируются вблизи концов трещины. Поэтому параметры областей

налегания задаются координатами их верхней (у нижнего конца трещины) $h^-(x)$ и нижней (у верхнего конца) $h^+(x)$ границ.

Неизвестные функции $h^\pm(x)$, определяющие нижнюю ($|x| < L$, $H^-(x) < z < h^-(x)$) и верхнюю ($|x| < L$, $h^+(x) < z < H^+(x)$) области налегания (если таковые существуют), подлежат отысканию одновременно с новым раскрытием трещины. Принцип их определения такой же, как при нахождении высоты трещины во время разрыва. Только теперь условия (2.18) заменяются на следующие:

$$h^+(x) \equiv H^+(x) \text{ при } N^+(x) > 0$$

$$h^+(x) \leq H^+(x) \text{ при } N^+(x) = 0$$

$$h^-(x) \geq H^-(x) \text{ при } N^-(x) = 0 \quad (3.1)$$

Причем параметры $Z^\pm(X)$, фигурирующие в формулах (2.9) — (2.13), в данном случае выражаются через $h^\pm(x)$: $Z^\pm(X) = h^\pm(LX)/H_0$.

Таким образом, вместо условий (2.16) будем иметь

$$\lim_{z \rightarrow z^\pm(x)} W(X, Z) |Z - Z^\pm|^{-1/2} = 0 \quad (3.2)$$

Раскрытием, определяемым на этой стадии, фактически задается форма закрепленной части трещины.

4. Закрепление трещины. Будем считать, что выпадение закрепителя происходит в каждом сечении трещины $x = \text{const}$ независимо. Пусть раскрытие трещины $2w(x, z)$ фиксировано и известна объемная концентрация закрепителя в жидкости $c(x, z)$. Закрепитель при выпадении концентрируется в нижней части трещины. Координата верхней границы зоны закрепления $z_c(x)$ находится из уравнения

$$\frac{1}{1 - m_*} \int_{h^-(x)}^{h^+(x)} dz c(x, z) w(x, z) = \int_{h^-(x)}^{z_c(x)} dz w(x, z) \quad (4.1)$$

где m_* — пористость укладки закрепителя в плотную массу, принимаемая постоянной; ей соответствует предельная концентрация закрепителя в суспензии $c_* = 1 - m_*$.

При таком определении $z_c(x)$ не учитывается эффект неполного проникновения закрепителя до нижнего конца трещины, обусловленный тем, что раскрытие трещины вблизи ее конца становится сопоставимым с размером частиц закрепителя. Для учета этого обстоятельства необходимо скорректировать нижний предел интегрирования в интеграле, стоящем в правой части уравнения (4.1). Если a — средний диаметр частиц закрепителя, то вместо (4.1) будем иметь

$$\int_{h^-(x)}^{h^+(x)} dz c(x, z) w(x, z) = c_* \int_{h^-(x)}^{z_c(x)} dz w(x, z), \quad w(x, h^-) = a \quad (4.2)$$

Однако при многослойном заполнении трещины частицами закрепителя, т. е. когда среднее раскрытие трещины в закрепленной части $2w_* \gg 2a$, эффектами неравномерного заполнения трещины частицами закрепителя, очевидно, можно пренебречь.

Уравнение (4.2) после перехода к безразмерным переменным преобразуется к виду

$$\int_{z^-(x)}^{z^+(x)} dZc(X, Z) W(X, Z) = c_* \int_{z^*(x)}^{z_c(x)} dZW(X, Z) \quad (4.3)$$

$$Z^\pm = h^\pm/H_0, \quad Z^* = h^*/H_0, \quad Z_c = z_c/H_0.$$

Далее раскрытие трещины в закрепленной части будем обозначать $w_c(x, z)$, $h^-(x) \leq z \leq z_c(x)$, или в безразмерных переменных $W_c(X, Z)$, $Z^-(X) \leq Z \leq Z^+(X)$, где $W_c = w_c/(\varepsilon L \beta \sigma_m)$.

5. Смыкание закрепленной трещины. Обозначим область в плоскости (x, z) , на которую проектируется закрепленная часть трещины, через G_c , а ее образ в безразмерных переменных X и Z — через G_c' . Соответственно верхнюю и нижнюю области налегания поверхностей трещины в исходных и безразмерных переменных будем обозначать G_+ и G_- .

Раскрытие трещины $2w(x, z)$ при снижении давления в ней после выпадения закрепителя должно находиться из решения уравнений равновесия упругой среды при следующих граничных условиях на поверхностях трещины [9]:

$$\sigma_{yy}(x, z, \pm 0) = \sigma(x, z) - p(x, z), \quad w(x, z, +0) = -w(x, z, -0) \geq 0$$

$$(x, z) \in G_0 = G \setminus (G_c \cup G_+ \cup G_-) \quad (5.1)$$

$$\sigma_{yy}(x, z, \pm 0) \geq \sigma(x, z) - p(x, z), \quad w(x, z, \pm 0) = 0 \quad (x, z) \in G_+ \cup G_- \quad (5.2)$$

$$\sigma_{xy}(x, z, \pm 0) = \sigma_{xz}(x, z, +0) \quad (x, z) \in G \quad (5.3)$$

$$w(x, z, +0) = -w(x, z, -0) = w_c(x, z) \quad (x, z) \in G \quad (5.4)$$

Условия (5.1) аналогичны (2.1), однако верхняя область налегания G_+ , вообще говоря, заранее неизвестна, и потому наряду с заданием нормальных напряжений добавляются условия в виде неравенств на смещения поверхностей трещины.

Условия (5.2) означают, что в областях налегания из-за действия сил реакции контактирующих поверхностей трещины нормальные напряжения могут быть больше (а по модулю — меньше, так как сжимающие напряжения считаются отрицательными) приложенных нагрузок.

Условия (5.3) совпадают с (2.2). Наконец, условия (5.4) ставятся на закрепленных поверхностях трещины и следуют из того, что плотная масса закрепителя в трещине считается идеально жесткой.

Задача (5.1) — (5.4) относится к классу смешанных краевых задач теории упругости с неизвестной границей, методы решения которых, основанные на их вариационных формулировках, хорошо разработаны [12]. Однако в данном случае в силу вытянутости трещины и известной структуры областей налегания в применении универсального вычислительного аппарата [13] нет необходимости. В самом деле, после закрепления трещины по всей длине нижняя зона налегания G_- вообще не оказывает влияния на поведение раскрытия при понижении давления в трещине; размер же верхней зоны налегания G_+ может быть определен, как и выше, из условия обращения в нуль коэффициента интенсивности напряжений методом последовательных приближений.

Применение асимптотического метода [3] к задаче (5.1) — (5.4) осуществляется по прежней схеме, которая снова приводит к разложению (2.8) и уравнениям (2.9). Некоторая модификация процедуры построения решения требуется из-за усложнения граничных условий на поверхности трещины.

Рассмотрим разложение (2.8) искомой функции $W(X, Z, \varepsilon)$. Для того чтобы удовлетворить условиям (5.4), положим

$$W_0 = W_c, \quad W_2 = V = 0, \quad (X, Z) \in G_c' \quad (5.5)$$

Таким образом, неизвестные функции $W_0(X, Z)$, $W_2(X, Z)$ и $V(X, Z)$, удовлетворяющие уравнениям (2.9), фактически подлежат отысканию лишь в области $G_0' = G' \setminus (G_c' \cup G_+' \cup G_-')$.

Пусть закрепленной и незакрепленной частям трещины (или областям G_0' и G_c') соответствуют изменения Z в диапазонах $Z^- (X) < Z < Z_c (X)$ и $Z_c (X) < Z < Z^+ (X)$. Рассмотрим сначала первое уравнение (2.9) относительно функции $W_0(X, Z)$, которое сводится к уравнению вида (2.11). Однако в данном случае воспользоваться непосредственно формулой обращения (2.12) нельзя, так как на части поверхности трещины $Z_c < Z < Z^+$ задана нагрузка, а на другой части $Z^- < Z < Z_c$ — смещение W_c . Чтобы удовлетворить первому уравнению (2.9) и граничным условиям (5.1), (5.4), необходимо найти решение соответствующей смешанной плоской задачи теории упругости. Искомое решение имеет вид

$$\begin{aligned} W_0(X, Z) = & \\ = \frac{2}{\pi} \int_{Z_c}^{Z^+} d\eta \Psi(X, \eta) \ln \frac{[(Z^+ - \eta)(Z - Z_c)]^{1/2} + [(Z^+ - Z)(\eta - Z_c)]^{1/2}}{[(Z^+ - Z_c)|Z - \eta|]^{1/2}} + & \\ + \frac{1}{\pi} \int_{Z^-}^{Z_c} d\eta W_{cz}'(X, \eta) \arccos \frac{(Z^+ - \eta)(Z - Z_c) + (Z^+ - Z)(\eta - Z_c)}{(Z^+ - Z_c)|Z - \eta|} & \quad (5.6) \end{aligned}$$

$$W_{cz}' = dW/dZ \text{ и } Z_c < Z < Z^+$$

Теперь можно подставить $W_0(X, Z)$ с учетом первого условия (5.5) в правые части остальных уравнений (2.9) и найти поправки к нулевому приближению. В силу остальных условий (5.5) свертки в левых частях уравнений фактически берутся по области G_0' . В результате оба уравнения сводятся к виду (2.11) с той лишь разницей, что вместо Z^- в нижнем пределе интегрирования должно стоять Z_c . Соответствующим образом модифицируются и формулы обращения (2.12), (2.13).

Окончательные выражения для поправок W_2 и V к нулевому приближению W_0 принимают вид (2.15): $W_2(X, Z; Z_* = Z_c(X))$, $V(X, Z; Z_* = Z_c(X))$.

Полное раскрытие закрепленной трещины также представляется в виде (2.8). Для типичных значений высоты трещины порядка 10 м и ее длины 100 м получаем $\varepsilon = 0,1$. По этому вклад полученных уточнений раскрытия оказывается достаточно мал — порядка 0,03 для члена $\varepsilon^2 \ln(2/\varepsilon)$ и 0,01 для чисто степенного члена ε^2 . Тем не менее учет этих поправок может быть существен на стадии разрыва и закрепления трещины, так как при ошибке в вычислении раскрытия трещины порядка 5% ошибка в расчете ее гидравлической проводимости (которая пропорциональна кубу раскрытия) оказывается уже порядка 15%. Координата границы области налегания $Z^+(X)$, определяющая положение верхнего конца трещины, находится из условия (3.2), которое с учетом соотношения (5.6) и обозначений (2.21) принимает вид

$$\frac{2}{\pi} \int_{Z^-}^{Z_c} dZ \left(\frac{Z_c - Z}{Z^+ - Z} \right)^{1/2} W_{cz}'(X, Z) + S_1^+(Z_c) + \varepsilon^2 \ln \left(\frac{2}{\varepsilon} \right) S_2(Z_c) + \varepsilon^2 S_3^+(Z_c) = 0 \quad (5.7)$$

Решение уравнения (5.7) с учетом (2.22) может быть представлено в виде разложения

$$Z^+ = Z_0^+ + \varepsilon^4 \ln^2 (2/\varepsilon) Z_1^+ (Z_c) + \varepsilon^4 \ln (2/\varepsilon) Z_2^+ (Z_c) + \varepsilon^4 Z_3^+ (Z_c) \quad (5.8)$$

Здесь величины Z_0^+ находятся из решения нелинейного уравнения (5.7) при $\varepsilon = 0$ методом последовательных приближений.

Если же налегание еще не произошло, то верхний конец трещины остается фиксированным в положении, отвечающем максимальному давлению разрыва внутри трещины.

6. Плоская задача об определении раскрытия закрепленной трещины. Решение этой задачи используется в качестве нулевого приближения при построении асимптотического разложения решения пространственной задачи об определении раскрытия сильно вытянутой трещины.

Рассмотрим произвольное вертикальное сечение трещины $x = \text{const}$. Введем новую систему координат ξ, η , начало которой находится в верхнем конце трещины

$$\xi = h^+ - z, \quad \eta = y \quad (6.1)$$

и воспользуемся представлением напряжений $\sigma_{\eta\eta}, \sigma_{\eta\xi}$ и нормального смещения w через функцию Вестергарда $\Lambda(\zeta)$, $\zeta = \xi + i\eta$ [14]:

$$\sigma_{\eta\eta} = \text{Re } \Lambda + \eta \text{Im } \Lambda', \quad \sigma_{\eta\xi} = -\eta \text{Re } \Lambda' \quad (6.2)$$

$$w' = E^{-1} [2(1 - \nu^2) \text{Im } \Lambda - \eta(1 + \nu) \text{Re } \Lambda']$$

где штрих означает производную по комплексной переменной ζ . Зависимости параметров задачи и искомых функций от координаты x далее всюду опускаются.

Пусть $\xi_c = h^+ - z_c$ — высота незакрепленной части трещины, а $\xi^- = h^+ - H^-$ — общая высота трещины, включая ее закрепленную часть. Тогда на границе полуплоскости $\eta > 0$ будем иметь следующие условия:

$$w = 0 \quad (\xi < 0), \quad w' = w_c'(\xi) \quad (\xi_c < \xi < \xi^-) \\ w' = 0 \quad (\xi > \xi^-), \quad \sigma_{\eta\eta} = \sigma - p \quad (0 < \xi < \xi_c) \quad (6.3)$$

$$\sigma_{\eta\xi} = 0 \quad (-\infty < \xi < \infty)$$

В результате получим смешанную краевую задачу для полуплоскости $\eta \geq 0$ относительно аналитической функции $\Lambda(\zeta)$:

$$\text{Im } \Lambda = 0 \quad (-\infty < \xi < 0), \quad \text{Re } \Lambda = \sigma - p \quad (0 < \xi < \xi_c)$$

$$\text{Im } \Lambda = \begin{cases} \beta^{-1} w_c'(\xi), & \xi_c < \xi < \xi^- \\ 0, & \xi > \xi^- \end{cases} \quad (6.4)$$

Ее решение дается формулой Келдыша — Седова [14]:

$$\Lambda(\zeta) = \frac{1}{[\zeta(\zeta - \xi_c)]^{1/2}} \left[\frac{1}{i\pi} \int_0^{\xi_c} \frac{d\tau [\tau(\xi_c - \tau)]^{1/2} \text{Re } \Lambda(\tau)}{\tau - \zeta} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\pi} \int_{\xi^-}^{\xi_c} \frac{d\tau [\tau(\tau - \xi_c)]^{1/2} \text{Im } \Lambda(\tau)}{\tau - \zeta} + C_\Lambda \right] = \\ = \frac{1}{[\zeta(\zeta - \xi_c)]^{1/2}} \left[-\frac{1}{\pi} \int_0^{\xi_c} \frac{d\tau [\tau(\xi_c - \tau)]^{1/2} (p - \sigma)}{\tau - \zeta} + \right.$$

$$+ \frac{1}{\pi\beta} \int_{\xi}^{\xi_c} \frac{d\tau [\tau(\tau - \xi_c)]^{1/2} w_c'(\tau)}{\tau - \xi} + C_A \quad (6.5)$$

Подставляя (6.5) в (6.2), находим производную $w' = \partial w / \partial \xi$ смещения поверхности трещины ($\eta = 0$) в ее незакрепленной части ($0 < \xi < \xi_c$):

$$w' = \beta \operatorname{Im} \Lambda = \frac{1}{[\xi(\xi_c - \xi)]^{1/2}} \left[\frac{\beta}{\pi} \int_0^{\xi_c} \frac{d\tau [\tau(\xi_c - \tau)]^{1/2} (p - \sigma)}{\tau - \xi} - \right. \\ \left. - \frac{1}{\pi} \int_{\xi}^{\xi_c} \frac{d\tau [\tau(\tau - \xi_c)]^{1/2} w_c'(\tau)}{\tau - \xi} + C_A \right] \quad (6.6)$$

Константу C_A здесь следует положить равной нулю. Интегрируя соотношение (6.6) и изменяя порядок интегрирования, получаем

$$w(\xi) = \frac{\beta}{\pi} \int_0^{\xi_c} d\tau [\tau(\xi_c - \tau)]^{1/2} (p - \sigma) \int_0^{\xi} \frac{dt}{(\tau - t) [t(\xi_c - t)]^{1/2}} - \\ - \frac{1}{\pi} \int_{\xi}^{\xi_c} d\tau [\tau(\tau - \xi_c)]^{1/2} w_c'(\tau) \int_0^{\xi} \frac{dt}{(\tau - t) [t(\xi_c - t)]^{1/2}} = \\ = \frac{2\beta}{\pi} \int_0^{\xi_c} d\tau (p - \sigma) \ln \frac{[\tau(\xi_c - \xi)]^{1/2} + [\xi(\xi_c - \tau)]^{1/2}}{[\xi_c - \xi - \tau]^{1/2}} - \\ - \frac{1}{\pi} \int_0^{\xi_c} d\tau w_c'(\tau) \arccos \frac{\tau(\xi_c - \xi) + \xi(\xi_c - \tau)}{\xi_c - \xi - \tau} \quad (6.7)$$

Возвращаясь к исходным переменным, связанными с ξ соотношениями (6.1), а затем используя нормировку (2.4), получаем в каждом сечении трещины $X = \text{const}$ формулу (5.6).

Рассмотрим один частный случай, когда трещина при гидроразрыве не распространяется через кровлю и подошву пласта, а боковое горное давление σ в пределах пласта фиксировано и равно σ_∞ . В этом случае задача о закреплении трещины имеет аналитическое решение. Пусть $p^0 > \sigma_\infty$ — максимальное давление при гидроразрыве. Тогда трещина имеет эллиптическую форму. Полагая в (6.7) $\xi_c = \xi^-$, получаем

$$w_c(\xi) = \frac{2\beta}{\pi} (p^0 - \sigma) [\xi(H^+ - H^- - \xi)]^{1/2} \quad (6.8)$$

Поскольку боковое горное давление в породах кровли и подошвы пласта обычно ненамного превышает боковое горное давление в пласте, то условие непроникания трещины через кровлю и подошву пласта будет иметь вид

$$0 < p^0 / \sigma_\infty - 1 \ll 1 \quad (6.9)$$

После введения в трещину суспензии закрепителя и осаждения последнего в нижней части трещины давление жидкости в трещине снижается до начального пластового давления $p_0 \approx 0,4 \sigma_\infty$. При этом трещина «садится» на песчаную пробку и частично закрывается. Форму незакрепленной части трещины можно найти из (6.7), если подставить вместо $w_c(\xi)$ форму песчаной пробки (6.8). Имеем

$$w_c(\xi) = \frac{2\beta}{\pi} (p_0 - \sigma_\infty) [\xi(l - \zeta)]^{1/2} + \frac{4\beta}{\pi} (p_0 - \sigma_\infty) \left[\frac{\xi(l - \zeta)}{(l - l_0)(H^+ - H^- - l_0)} \right]^{1/2} \times \\ \times \{ \Pi(q_2(\zeta), k) - \Pi(q_1, k) \}, \quad \zeta = \xi - H^+ + H^- + l + l_0 \quad (6.10)$$

$$k = \left(\frac{l_0 (H^+ - H^- - l_0 - l)}{(l + l_0) (H^+ - H^- - l_0)} \right)^{1/2}, \quad q_1 = \frac{l_0}{l_0 - H^+ + H^-},$$

$$q_2(\zeta) = \frac{l_0 (H^+ - H^- - l - l_0 + \zeta)}{(H^+ - H^- - l_0) (l + l_0 - \zeta)}$$

где $l_0 = z_c - H^-$ — высота песчаной пробки, $l = H^+ - z_c$ — высота незакрепленной части трещины после сброса давления в ней до величины пластового давления, а $\Pi(q, k)$ — эллиптический интеграл третьего рода аргумента q с модулем k .

Величина l определяется из условия плавного смыкания поверхностей трещины (3.2), которое после некоторых преобразований может быть записано в виде

$$\frac{\sigma_\infty - p_0}{p^0 - \sigma_\infty} = \frac{2 [\Pi(k^2, k) - \Pi(q_1, k)]}{\pi^2 [(l + l_0) (H^+ - H^- - l_0)]^{1/2}} \quad (6.11)$$

Из условия (6.9) и тождества $\Pi(k^2, k) = (1 - k^2) E(k)$, где $E(k)$ — полный эллиптический интеграл второго рода, следует, что корень уравнения (6.12) l/l_0 удовлетворяет неравенству $0 < l/l_0 \ll 1$. При этом для k выполняется соотношение $0 < 1 - k \ll 1$. Оставляя главные члены разложения правой части (6.12) по $(1 - k)$ и l/l_0 , получаем

$$l \approx \frac{[l_0 (H^+ - H^- - l_0)]^{1/2} (p^0 - \sigma_\infty)}{\pi^2 (\sigma - p_0)} \quad (6.12)$$

Пусть, например, в трещину введена суспензия с концентрацией закрепителя $c = 0,275$, а его осаждению в трещине соответствует концентрация $c_* = 0,55$. В том случае высота песчаной пробки может быть вычислена из соотношения (4.2), принимающего вид

$$c \int_0^{H^+ - H^-} d\xi w_c(\xi) = c_* \int_{H^+ - H^- - l_0}^{H^+ - H^-} d\xi w_c(\xi) \quad (6.13)$$

Интегрируя (6.14), приходим к уравнению

$$\pi c/8 = c_* [\pi/16 - (1/2 - L_0) [(1 - L_0) L_0]^{1/2} - 1/8 \arcsin(1 - 2L_0)] \quad (6.14)$$

$$L_0 = l_0 / (H^+ - H^-)$$

относительно величины L_0 . Подставляя в него $c_* = 0,55$, $c = 0,275$, находим $L_0 = 0,5$. Используя определение L , получаем

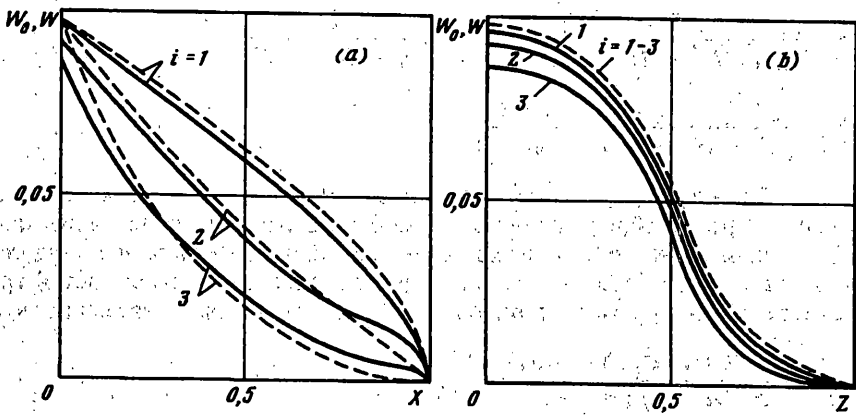
$$l/l_0 \approx \pi^{-2} (p^0 - \sigma_\infty) / (\sigma - p_0) \quad (6.15)$$

Для типичных значений $p_0 = 0,4$, и $p^0 = 1,05$ при гидравлическом разрыве пласта находим $l \approx 0,008 l_0$.

Таким образом, для реальных параметров гидроразрыва трещина практически полностью закрывается после сброса давления в ней до величины пластового давления, т. е. принимает форму песчаной пробки.

7. Результаты расчетов. Формулы, полученные в работе, позволяют исследовать влияние нелокальных эффектов, связанных с неоднородностью распределения давления жидкости разрыва и закрепителя по длине трещины, на решение задачи о вертикальной трещине гидроразрыва Перкинса — Керна.

Распределение бокового горного давления в массиве аппроксимировалось кусочно-постоянной зависимостью. Операция гидроразрыва проводится при условии, когда боковое давление в продуктивном пласте $\sigma_2 = \sigma_\infty$ меньше бокового давления в породах кровли (σ_1) и подошвы (σ_3). При этом максимальное давление разрыва



Фиг. 2

$p^0(x)$ выбиралось из интервала $\sigma_2 < p^0 < \min(\sigma_1, \sigma_3)$, что гарантировало контролируемое внедрение трещины в породы кровли и подошвы (устойчивость трещины).

Предполагалось также, что в каждом фиксированном вертикальном сечении $X = \text{const}$ давление разрыва не зависит от Z .

В первой серии расчетов исследовалось влияние неоднородности распределения давления жидкости разрыва вдоль трещины на ее раскрытие. Рассматривались три типа распределений давления жидкости разрыва в трещине:

$P_i(X) = p^0(X)/\sigma_2 = 1 + 0,05 * (1 - X)^{i-2}$ ($i = 1$ — выпуклое распределение давления; $i = 2$ — линейное; $i = 3$ — вогнутое распределение). При этом кривые на фигурах, соответствующие этим давлениям $P_i(X)$, обозначались индексом i .

В этом случае нагрузка на берега трещины может быть представлена в виде ($i = 1, 2, 3$):

$$\Psi_i(X, Z) = \sum_{j=1}^3 A_{ij} [\Theta(Z - Z_j^-) - \Theta(Z - Z_j^+)], \quad A_{ij} = P_i(X) - \sigma_j/\sigma_2 \quad (7.1)$$

$$Z_1^+ = Z^+, \quad Z_1^- = Z_p^+ \quad \text{при } j = 1; \quad Z_2^+ = Z_p^+, \quad Z_2^- = Z_p^- \quad \text{при } j = 2$$

$$Z_3^+ = Z_p^-, \quad Z_3^- = Z^- \quad \text{при } j = 3$$

где Z^+, Z^- — координаты верхнего и нижнего концов трещины в каждом сечении $X = \text{const}$, Z_p^+, Z_p^- — координаты кровли и подошвы пласта; $\Theta(z)$ — функция Хэвисайда.

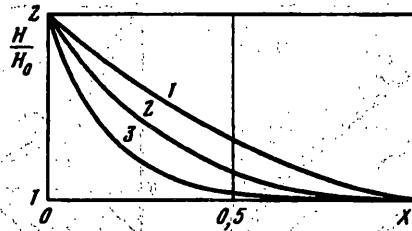
При этом раскрытие трещины в нулевом приближении выражается в элементарных функциях

$$W_0(X; Z) = \frac{2}{\pi} \sum_{j=1}^3 A_{ij}(X) \{ \kappa(Z, Z_j^-) - \kappa(Z, Z_j^+) \} \quad (7.2)$$

$$\kappa(Z, \eta) = (Z - \eta) \ln \frac{[(Z^+ - \eta)(Z - Z^-)]^{1/2} + [(Z^+ - Z)(\eta - Z^-)]^{1/2}}{[(Z^+ - Z^-)|Z - \eta|]^{1/2}}$$

Затем по формулам (2.15), (2.16) вычислялись поправки к раскрытию трещины $W_0(X, Z)$, связанные с неоднородностью распределения давления жидкости разрыва вдоль оси X . В расчетах принималось $\sigma_1 = \sigma_3 = 1,075\sigma_2$, $\varepsilon = 0,1$.

На фиг. 2 приведены профили полуоткрытия трещины без поправки, связанной с неоднородностью давления $P_i(X)$ вдоль трещины $W_0(X)$, (2.14) (штриховые



Фиг. 3

кривые) и с учетом этой поправки $W'(X)$ (2.17) (сплошные линии), соответственно в сечениях $Y = 0$ (фиг. 2, а) и $X = 0$ (фиг. 2, б). Из графиков видно, что для выпуклого профиля давления $P_2(X)$ поправка приводит к уменьшению раскрытия трещины по всей ее длине.

Для линейного профиля $P_2(X)$ поправка дает уменьшение раскрытия трещины вблизи центра (скважины) и увеличение около ее вершины. Аналогичный результат имеет место и для вогнутого профиля давления $P_2(X)$, однако в этом случае область, в которой раскрытие трещины увеличивается, расширяется.

В силу симметрии рассматриваемой задачи на фиг. 3 относительно оси $Z = 0$ показан только профиль верхней кромки трещины $Z^+(X)$.

Здесь $Z^+(X) \approx Z_0^+(X)$, так как в соответствии с (5.8) поправка к координате верхней кромки трещины пропорциональна ε^4 .

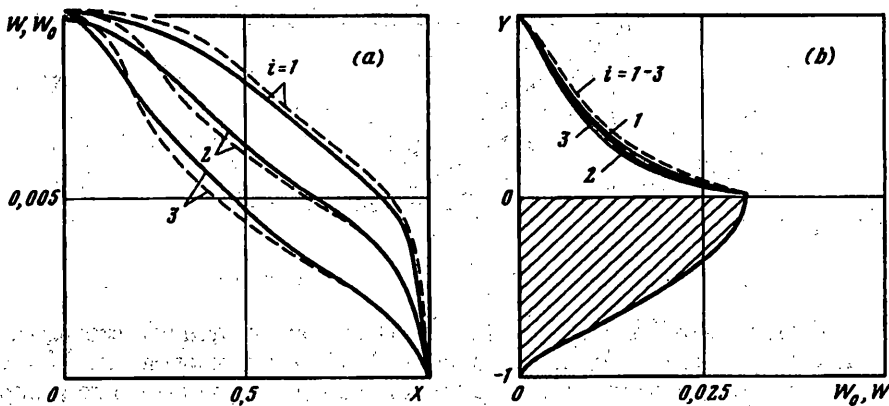
Из полученных результатов видно, что в среднем вклад неоднородности распределения давления вдоль оси $Z = 0$ в раскрытие трещины при заданных параметрах задачи порядка 5—8%. Однако коэффициент проводимости пропорционален кубу раскрытия (W^3), поэтому эта поправка дает в него вклад уже порядка 15—20%, что может повлиять на гидродинамику, а следовательно, и на сам процесс формирования трещины гидроразрыва.

Вторая серия расчетов была выполнена для исследования влияния неоднородности распределения закрепителя в закрепленной трещине гидроразрыва на ее раскрытие. В этой серии расчетов давление разрыва принималось однородным по длине трещины $p^0/\sigma_2 = 1,03$, а боковые горные давления в породах кровли и подошвы — $\sigma_1 = \sigma_3 = 1,075\sigma_2$.

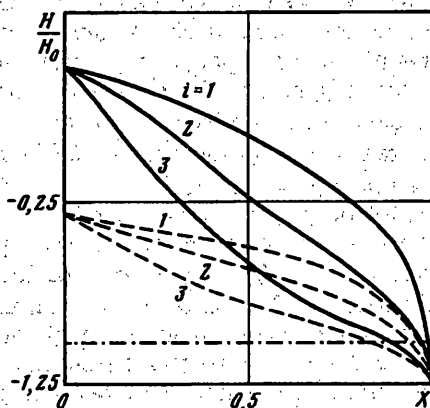
После разрыва в трещину вводился закрепитель. Расчеты проводились для трех типов начальных распределений концентрации закрепителя вдоль трещины: $c_i(X) = 0,25(1 - X)^{2i-2}$. Здесь также кривые на фигурах, соответствующих концентрациям $c_i(X)$, обозначались индексом i . Предельная концентрация закрепителя c_* , отвечающая его сгущению в плотную массу принималась равной 0,55.

Если после выпадения закрепителя, т. е. его сгущения до предельной концентрации c_* , давление жидкости разрыва сбрасывалось до начального пластового давления p^0 , которое принималось равным $0,4\sigma_2$, то, как и в оценках, проведенных выше в п. 7, расчеты показали, что трещина почти полностью садится на закрепитель. При этом локальная гидравлическая проводимость закрепленной трещины определяется количеством выпавшего в трещине закрепителя и пропорциональна площади поперечного сечения закрепленной трещины. Поэтому исследование влияния неоднородности распределения закрепителя вдоль трещины на ее раскрытие проводилось для случая, когда после выпадения закрепителя давление жидкости сбрасывалось незначительно $p^0/\sigma_2 = 0,99$. При этом раскрытие незакрепленной трещины корректировалось на неоднородность распределения концентрации закрепителя вдоль трещины.

Раскрытие трещины без поправки на неоднородность распределения закрепителя W_0 (5.5) (штриховые линии) и с учетом этой поправки W сплошные



Фиг. 4



Фиг. 5

кривые) приведено на фиг. 4, а, б соответственно в плоскостях $Z = 0,4$ (фиг. 4, а) и $X = 0$ (фиг. 4, б). На фиг. 5 показана форма закрепленной трещины в плоскости $Y = 0$ (сплошные линии) и профиль осажденного закрепителя (штриховые линии). Штрихпунктирной линией показано положение подошвы пласта.

Здесь максимальная поправка на неоднородность распределения закрепителя в трещине составляет порядка 10% и, следовательно, она также дает вклад в гидродинамическую проводимость трещины ~30%.

Как видно из рисунков, трещина частично внедряется в кровлю и подошву пласта, поэтому часть песка оказывается между непроницаемыми поверхностями трещины. Ясно, что при этом проводимость трещины будет такой же, как при закреплении проницаемых поверхностей трещины тем же количеством песка, однако продуктивность скважины будет ниже.

С увеличением давления разрыва трещина сильно внедряется в кровлю и подошву. При этом масса песка опускается вниз, объем выпавшего закрепителя возрастает, но если пробка опустится слишком низко, то продуктивность скважины с такой трещиной гидроразрыва может уменьшиться, так как не будут закреплены проницаемые поверхности трещины.

При пониженном боковом горном давлении в породах подошвы пласта трещина уже на стадии разрыва становится несимметричной относительно пласта. Трещина, естественно, сильнее внедряется в породы подошвы, а масса закрепителя в зоне продуктивного пласта уменьшается.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Perkins T. K., Kern L. R. Widths of hydraulic fractures//J. Petrol. Technol. 1961. V. 13. No. 9. P. 937—949.
2. Nordgren R. P. Propagation of a vertical hydraulic fracture//Soc. Petrol. Eng. J. 1972. V. 12. No. 4. P. 306—314.
3. Гольдштейн Р. В., Корельштейн Л. Б. Асимптотическое решение задач теории упругости о трещинах, вытянутых вдоль пространственной кривой//ПММ. 1987. Т. 51. Вып. 5. С. 858—865.
4. Denesly A. A. On the design of vertical hydraulic fracture//J. Petrol. Technol. 1973. V. 25. No. 1. P. 83—97.
5. Settari A. Simulation of hydraulic fracturing processes//Soc. Petrol. Eng. J. 1980. V. 20. No. 6. P. 487—500.
6. Palmer I. D., Carrol H. B. Jr. Three-dimensional hydraulic fracture propagation in the presence of stress variation//Soc. Petrol. Eng. J. 1983. V. 23. No. 6. P. 870—878.
7. Баренблатт Г. И. Математическая теория равновесных трещин, образующихся при хрупком разрушении//ПМТФ. 1961. № 4. С. 3—56.
8. Баренблатт Г. И., Христианович С. А. О модуле сцепления в теории трещин//Изв. АН СССР: МТТ. 1968. № 2. С. 70—75.
9. Гольдштейн Р. В., Ентоз В. М. Качественные методы в механике сплошных сред. М.: Наука, 1989. 224 с.
10. Владимиров В. С. Обобщенные функции в математической физике. М.: Наука, 1976. 280 с.
11. Мухелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 707 с.
12. Гольдштейн Р. В., Спектор А. А. Вариационные оценки решений некоторых смешанных пространственных задач теории упругости с неизвестной границей//Изв. АН СССР: МТТ. 1978. № 2. С. 82—94.
13. Goldstein R. V., Zazovskii A. F. A numerical method for solving three-dimensional elasticity problems for bodies with flat cracks and flattened cavities with due respect of contact of their surfaces//Theor. Appl. Fracture Mech. 1984. V. 1. No. 3. P. 203—216.

Москва

Поступила в редакцию
26.XI.1991