

УДК 539.4.01

© 1994 г. А. А. ВАКУЛЕНКО

О ВЛИЯНИИ ЭЛЕКТРОННОЙ СТРУКТУРЫ МЕТАЛЛОВ НА ХАРАКТЕРНЫЕ ОСОБЕННОСТИ ИХ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ

История использования металлов человеком, как известно, началась задолго до того, как были открыты электричество и магнетизм и обнаружилась большая электропроводность металлов. Дело в том, что металлы обладают и уникальными механическими свойствами. Одно из наиболее важных среди них — сочетание больших прочности и пластичности, для Al, Au, Cu, Cd и других типичных металлов сохраняющееся, как выяснилось с развитием криогенной техники, вплоть до самых низких из достижимых температур [1, 2]. Это дает основание говорить о том, что наряду с вязкопластичностью, которая присуща всем материалам и обуславливается тепловым размягчением тела, металлам присуща также «атермическая» (или «холодная») пластичность, т. е. пластичность, в механизме которой тепловые флуктуации участвуют разве лишь в качестве мешающего фактора.

Кроме атермической пластичности металлам, в особенности достаточно чистым, свойственно большое внутреннее трение, в десятки раз превышающее внутреннее трение диэлектриков [3].

Как и особенности электрических свойств металлов, все особенности макроскопических механических их свойств связаны, разумеется, с особенностями их внутреннего строения, главная из которых касается электронной структуры: известно, что обычно в удовлетворительном приближении металлический кристалл можно рассматривать как систему, образованную положительными ионами в узлах решетки (с ионными радиусами порядка размеров атома) и «ферми-газом» или «ферми-жидкостью» из электронов проводимости.

Как это ни странно, фактически первым намеком на существенность влияния электронного «ферми-газа» в металлах на их механические свойства были опыты не над металлами, а опыты Бейкера и Кармана, проведенные в 1910—1912 гг., в которых подвергались растяжению цилиндрические образцы из мрамора и некоторых сортов гранита. Как свойственно типично хрупким материалам, при испытании в обычных лабораторных условиях эти образцы разрушались при относительных удлинениях не больше 0,01. Точно такое же растяжение в гидростате изменяло картину разрушения: при наложении на простое растяжение гидростатического давления до 5000 МПа разрушение образцов из мрамора и других упомянутых обычно хрупких материалов было не хрупким — остаточное удлинение перед разрывом достигало значений 0,1—0,2, т. е. было таким, как и у металлов в обычных условиях. Эксперименты подобного рода ставились и позднее [4]. В результате возникло представление, что каждый элементарный сдвиг (малое перемещение дислокации или их группы) в плоскости скольжения стремится расколоть кристалл по этой плоскости. Достаточно большое гидростатическое давление предотвращает это раскалывание, позволяя хрупкому в обычных условиях кристаллу испытывать значительные пластические деформации. Стало очевидным также, что у металлов эту роль вместо гидростатического давления каким-то образом играет электронный «ферми-газ». По мнению Ю. Н. Работнова [5] этот отрицательно заряженный газ просто сжимает плоскости скольжения, не давая кристаллу раскалываться по ним. Но нужно иметь в виду, что как и все кристаллографические плоскости, каждая плоскость скольжения содержит не только положительные ионы и что в отсутствие внешнего электрического поля заряд каждого электрона проводимости нейтрализуется ионами в близлежащих узлах решетки. Поэтому дело обстоит далеко не так просто, как это может показаться на первый взгляд. Не объясняет эта упрощенная точка зрения и причин характерного для металлов большого внутреннего трения, равно как и многое другое.

В настоящей статье намечены пути объяснения причин атермической пластичности металлов и других особенностей механических их свойств на основе принципов современной электронной теории твердых тел.

1. **Функции Блоха.** Как известно, развитие электронной теории металлов, начавшееся с работ Друде (1900 г.) и относящихся тоже к началу века работ А. Зоммерфельда, почти прекратилось к середине 20-х годов — ко времени становления квантовой механики. Зато сразу по появлении основополагающих работ по принципам последней стало понятным и почти все, что не могла объяснить теория Друде.

Первый из наиболее важных шагов был сделан Ф. Блохом, достаточно убедительно показавшим (1928 г.), почему электроны проводимости в металлическом кристалле могут проходить фактически макрорасстояния без столкновений с ионами в узлах решетки. С учетом принципа Паули прояснились во многом также причины сравнительно редких столкновений электронов и друг с другом, что послужило (и служит до сих пор), в свою очередь, основанием для широкого использования в электронной теории кристаллов «одночастичного» приближения, т. е. уравнения Шредингера для одного электрона:

$$\left((-1/2\hbar^2/m) \nabla^2 + U \right) \psi = E\psi \quad (1.1)$$

где функция $U = U(r)$ — потенциал, в котором движется электрон, E — энергия электрона в соответствующем собственной функции $\psi = \psi(r)$ его состоянии. Потенциал U , определяемый, вообще говоря, с учетом взаимодействия рассматриваемого электрона проводимости с другими такими электронами по методу самосогласования, должен быть периодической функцией с периодами решетки (для простоты которую будем считать решеткой Бравэ), так что $U(\mathbf{R} + \mathbf{r}) = U(\mathbf{r})$ для любого вектора \mathbf{R} с началом и концом в узлах решетки. Легко доказывается (см., например, [6]), что оператор трансляции $T_{\mathbf{R}}$ решетки ($T_{\mathbf{R}}f(\mathbf{r}) = f(\mathbf{r} + \mathbf{R})$) коммутирует с оператором Гамильтона, входящим в левую часть (1.1). Поэтому полную систему собственных функций последнего можно выбрать так, что все они будут собственными функциями и оператора $T_{\mathbf{R}}$: $T_{\mathbf{R}}\psi = \lambda\psi$. Учитывая, что $T_{\mathbf{R}}T_{\mathbf{S}} = T_{\mathbf{R}+\mathbf{S}}$ и действуя оператором $T_{\mathbf{R}}$ на функцию ψ последовательно n раз получим $T_{\mathbf{R}}^n\psi = \lambda^n\psi \Rightarrow \psi(\mathbf{r} + n\mathbf{R}) = \lambda^n\psi(\mathbf{r})$; при $|\lambda| > 1$ и как угодно большом целом n отсюда следовало бы, что с удалением от точки \mathbf{r} функция ψ неограниченно возрастает по модулю, при $|\lambda| < 1$ то же самое было бы с удалением от точки \mathbf{r} в направлении, противоположном вектору \mathbf{R} . Вследствие (1.1) и периодичности решетки ни то, ни другое не должно иметь места и поэтому $|\lambda| = 1$. А поскольку собственное число λ оператора $T_{\mathbf{R}}$ должно зависеть (как и сам оператор $T_{\mathbf{R}}$) от вектора \mathbf{R} , имеем $\lambda = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}}$, так что

$$T_{\mathbf{R}}\psi = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}}\psi \Leftrightarrow \psi(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}}\psi(\mathbf{r}), \quad \forall \mathbf{r} \in E_3 \quad (1.2)$$

(и для любого вектора решетки \mathbf{R}). Каждая из этих эквивалентных формул выражает теорему Блоха в общем ее виде. Если определить функции ψ соотношением

$$\psi(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \quad (1.3)$$

то при условии периодичности функции $u_{\mathbf{k}}$ с периодами решетки $u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$, выполняется (1.2). Функции (1.3) принято называть функциями Блоха. Эти функции можно получить и независимо от соотношения (1.2), используя так называемые условия Борна — Кармана [6]. Наоборот, из (1.3) и условия периодичности функции $u_{\mathbf{k}}$ следует (1.2).

Как и всякую квазичастицу, электрон можно рассматривать и как частицу и как волну. Возвращаясь к соотношению (1.2) обратим внимание еще раз на то, что перемещения на как угодно большие расстояния $n\mathbf{R}$ в решетке влечет лишь появление у волновой функции электрона множителя $\lambda^n = e^{i\mathbf{k}\cdot n\mathbf{R}}$ с модулем $|\lambda^n| = 1$, т. е. не изменяет состояния электрона. Но это и значит, что в идеальной решетке электрон перемещается без каких-либо столкновений с ионами в узлах решетки.

В реальном кристалле, конечно, дело обстоит несколько иначе. Тепловое движение в каждый момент стохастически деформирует решетку кристалла, препятствуя тем самым чисто блоховскому (фактически соответствующему сверхпроводимости) движению электронов. Препятствуют свободному перемещению электронов проводимости и междоузельные атомы, вакансии, а также дислокации.

2. Таммовские состояния. В [7] отмечается: «надо признать, что за пятнадцать лет упорных научных исследований, нацеленных на выяснение свойств неупорядоченных систем, все же не удалось выявить математического принципа, столь же мощного, как теорема Блоха». Но благодаря именно мощи этой теоремы, как можно видеть из изложенного в [7] и работах других авторов, в ряде случаев при построении моделей неупорядоченных систем с проводимостью удается использовать подходящим образом модифицированные функции Блоха. Истоки важного класса таких случаев восходят к идеям И. Е. Тамма об электронных состояниях вблизи границ конечного или полубесконечного кристалла (1932 г.).

Дело в том, что для этих случаев число n в соотношении $T_R^n \psi = \lambda^n \psi$ (n !) не может быть как угодно большим при перемещении по нормали к границе кристалла и поэтому для ячеек вблизи границы не необходимо, чтобы было $|\lambda| = 1$. При этом волновой вектор в (1.2) и (1.3) может быть комплексным, так что (1.3) принимает вид

$$\psi(\mathbf{r}) = (e^{ik \cdot \mathbf{r}} u_k(\mathbf{r})) e^{-\kappa \cdot \mathbf{r}} \quad (2.1)$$

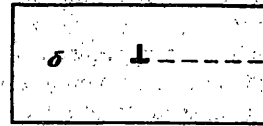
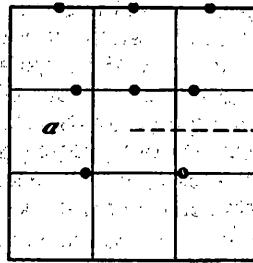
где вектор κ нормален или почти нормален к граничной поверхности. Вне кристалла у граничной поверхности эти волновые функции сшиваются с решениями уравнения для вакуума, т. е. при $U=0$ в (1.1) (иначе получилось бы, что вызываемое электронами у границы поле не исчезает быстро, а возрастает с удалением от кристалла). С определенными оговорками это сшивание оказывается возможным при конкретизации функций u_k в (2.1) для точек внутри кристалла, например, по методу почти свободных электронов, но, как и следовало ожидать, лишь для дискретного множества векторов κ .

Недеформированная ячейка решетки в отсутствие внешнего электрического поля электрически нейтральна, центры положительных и отрицательных зарядов в ней совпадают, так что равен нулю дипольный момент. При наличии у решетки центра инверсии равны нулю и два следующих члена мультипольного разложения полного заряда ячейки, которое тем самым начинается со слагаемого со скоростью убывания не менее r^{-3} . Для деформированной ячейки, как вытекает из (2.1), не равен нулю уже дипольный момент.

3. Холодная пластичность металлических монокристаллов. При квазистатическом растяжении монокристаллического металлического образца остаточная его деформация нарастает за счет взаимного необратимого сдвига («скольжения») блоков кристалла вдоль одной или нескольких «систем скольжения» (фиг. 1, где изображено действие одной такой системы). Напомним также, что характерный вид изображенной на фиг. 1 картины деформации монокристалла привел Я. И. Френкеля к мысли вычислить предел упругости при сдвиге, рассматривая перемещение лежащей выше некоторой кристаллографической плоскости части кристалла относительно нижележащей вдоль заданного направления в этой же плоскости [8]. Очень большое (на несколько порядков превышающее экспериментально наблюдаемое) значение полученного таким путем в [8] предела упругости побудило многих исследователей почти сразу заняться уточнениями этих расчетов (1926—32 гг.), но при использовании всех ухищрений тогда удалось получить теоретическое значение предела упругости, превышающее наблюдаемые его значения «всего» в 30—40 раз [1, 6]. Становилось очевидным, что скольжение происходит не сразу по всей плоскости скольжения, а постепенно, в результате перемещения в этой плоскости подходящих дефектов кристаллической решетки, которые и стали называть дислокациями. Вывод о существовании этих дефектов и их роли в механизме пластической деформации почти одновременно был



Фиг. 1



Фиг. 2

сделан в 1934 г. Дж. Тэйлором, Орованом и Поляни. И уже к началу 40-х годов теория дислокаций получила значительное развитие, став фактически основой физики пластичности, хотя экспериментально дислокации начали наблюдаться более чем через десять лет после теоретического их открытия.

4. О взаимоотношении дискретных и сплошнородных моделей дислокации. Атомную модель любой из наиболее простых и важных дислокаций — прямолинейных трансляционных дислокаций, можно получить, разрезав решетку идеального кристалла по полуплоскости между соседними одноименными кристаллографическими плоскостями и взаимно сместив последние по сторонам разреза в новое равновесное положение. В окрестности края разреза взаимные смещения атомов намного превосходят допускающие гармоническое (линейное) приближение динамической теории решеток и имеет место значительный беспорядок (фиг. 2, а), существенно отличающий эту окрестность от строения кристалла вдали от нее.

Напомним также, что удовлетворительные модели дислокаций можно получить и в рамках механики сплошной среды, где их называют дислокациями Вольтерра, задолго до начала развития современной физики пластичности открывшем их в качестве источников «собственных» напряжений в неоднородных линейно упругих телах. Вообразив неограниченное упругое сплошное тело (упругое пространство) с разрезом по полуплоскости (отмеченной штрихом на фиг. 2, б), сместим стороны этого разреза друг относительно друга и скрепим (склеим) их в новом положении. При условии, что стороны разреза взаимно смещаются как недеформируемые поверхности, тензор деформации (а потому и тензор напряжения) непрерывно продолжают через поверхность, бывшую поверхностью разреза (это вытекает из «теоремы Вейнгартена» [9, 10]). Эта поверхность, таким образом, ничем себя не обнаруживает, остается только линия ее края, на которой поле тензора напряжения сингулярно. Эта линия (ее след на плоскости фиг. 2, б обозначен символом \perp) и называется дислокацией или осью дислокации. Дислокация называется краевой, когда вектор взаимного смещения сторон разреза (вектор Бюргерса) лежит в плоскости разреза и нормален оси дислокации, и винтовой, когда этот вектор касателен к оси дислокации.

Существенно, что имеет место вполне определенное соответствие дискретных и сплошнородных моделей дислокаций: в пределе длинноволнового приближения динамические уравнения кристаллической решетки с дислокацией приводят при прочих равных условиях к полям напряжения, аналогичным непосредственно даваемым второй моделью, т. е. дислокацией Вольтерра. Но здесь необходима оговорка: все это опробовано и оказывается удовлетворительным

не слишком близко к оси дислокации, поскольку сплошноредные модели дислокаций пока практически всегда строятся в рамках линейной теории упругости.

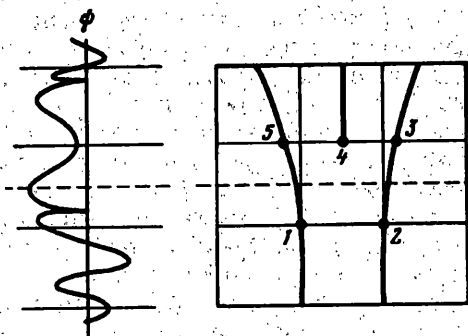
Соответствие моделей дислокаций может быть сформулировано и в иной форме. Представим себе, что в упругом сплошном теле до деформации (до внесения в тело дислокации) как-то отмечены точки, соответствующие узлам решетки рассматриваемого кристалла. Соотношение размеров ячейки так образованной в сплошной среде решетки и ячейки решетки исходного кристалла устанавливается при помощи вектора Бюргерса, который должен быть одинаковым в обоих случаях. Основное предположение состоит в том, что по внесении дислокации в упругую сплошную модель кристалла с указанным образом намеченной решеткой Бравэ искажение последней не слишком близко к оси дислокации совпадает с искажением этой решетки такой же дислокацией в атомной модели кристалла.

Современная теория дислокаций почти целиком опирается на это предположение, поскольку обычно в расчетах используются сплошноредные модели дислокаций, т. е. дислокации Вольтерра. Весьма важно поэтому, что, как показано недавно в [11, 12], теорема Вейнгартена справедлива и в нелинейной теории упругости. Поэтому и понятие дислокации Вольтерра естественным образом обобщается на упругие тела с как угодно большими деформациями и нелинейной упругостью [11, 12], что, в свою очередь, расширяет возможности использования сформулированного выше основного предположения.

Однако для реализации этих возможностей нужно располагать достаточно точным не только при малых деформациях законом упругости материала. Получить же такой закон для металлов пока не удается.

Действительно, в обычных механических испытаниях металлических образцов переход при монотонном нагружении от линейной (соответствующей закону Гука) к нелинейной части диаграммы испытания, как известно, связан с началом макропластической деформации. Никому и никогда не удавалось наблюдать в таких испытаниях действительно нелинейную упругую деформацию металлического тела. Если в достаточной степени повысить точность измерения сил и деформаций, то практически не будет линейной и начальная часть диаграммы, но снова не из-за нелинейной упругости, а вследствие большой подвижности дислокаций в металлах: в металлическом кристалле дислокации начинают перемещаться между точками закрепления под действием почти что самых малых из допускающих контроль извне сил [1, 3]. Для того, чтобы наблюдать нелинейную упругость металлов «в чистом виде» нужны образцы без дислокаций. Образцы почти без дислокаций сейчас умеют изготавливать лишь в виде очень тонких стержней — «усов». Но столь тонкие стержни непригодны для обоснованной конкретизации упругого потенциала уже потому, что на их свойства заметное влияние оказывают поверхностные эффекты.

5. Электрические силы вблизи оси дислокации. Возвращаясь к плоской задаче о равновесии тела с прямолинейной дислокацией, ограничимся далее случаем краевой дислокации. Напомним, что последняя в идеальном сначала кристалле может быть получена не только путем при помощи упомянутого в начале п. 4 разреза решетки, но и путем вставления в нее (или изъятия) атомной полуплоскости. С учетом этого нетрудно убедиться, что все ячейки металлического кристалла содержат в отсутствие внешнего электрического поля электроны проводимости. Не составляют исключения и ячейки вблизи дислокации, в том числе и самые «испорченные». Наоборот, в этих ячейках электроны проводимости удерживаются в известном смысле сильнее, чем в недеформированных ячейках. На фиг. 2, а эти (как и все другие) электроны не показаны — изображенные там частицы суть положительные ионы, точнее — «остовы» атомов, остающиеся по удалении электронов проводимости. Поскольку на ребрах верхней грани наиболее «испорченной» ячейки эти «остовы» расположены теснее, чем на ребрах нижней грани (фиг. 2, а), средняя плотность содержащихся в них электронов на верхней грани этой ячейки выше, чем на нижней. Поэтому электроны



Фиг. 3

проводимости оттесняются к низу в этой ячейке, в то время как центр положительных зарядов расположен заметно ближе к верхней грани. Тем самым в этой ячейке образуется электрический диполь, разноименные заряды которого расположены по разные стороны плоскости скольжения (проходящей через ось дислокации и, следовательно, примерно по середине охватывающей эту ось, т. е. наиболее «испорченной» ячейки).

К такому же выводу приводят и расчеты при помощи функций Блоха вида (2.1). Если кристалл мысленно разрезать по плоскости скольжения, то получатся два полубесконечных кристалла с почти плоской границей. Для каждого из них при некоторой схематизации границы строятся описанные в п. 2 решения уравнения (1.1) — решения, получаемые сшиванием решений вида (2.1) с решениями для вакуума. Эти решения для «атомных полупространств» с общей границей затем, в свою очередь, сшиваются друг с другом, что при конкретизации функций u_k в (2.1) по-прежнему методом почти свободных электронов снова оказывается возможным лишь для дискретного множества поверхностных состояний и, кроме того, теперь еще и для малого интервала значений отношения длин верхнего и нижнего ребер ячеек, пересекаемых плоскостью скольжения (значение этого отношения принималось одинаковым для таких ячеек в некоторой окрестности оси дислокации, к чему и сводится упоминавшаяся схематизация границ полупространств). Изменение по нормали к плоскости скольжения так получающихся (при значении указанного равном 0,8) функций ψ , характеризующих вблизи дислокации таммовские состояния границы разделяемых плоскостью скольжения частей кристалла, показано на фиг. 3. Видно, что это изменение очень не симметрично относительно плоскости скольжения (след которой на фиг. 3 отмечен штрихом), соответствуя положению центра зарядов электронов ниже этой плоскости. Центр же положительных зарядов в наиболее «испорченной» ячейке (в ячейке 1, 2, 3, 4, 5 на фиг. 3) заведомо выше этой плоскости. Аналогичным образом обстоит дело и в примыкающих к этой слева и справа ячейках, хотя в них момент диполя и меньше. В результате на плоскости скольжения у оси дислокации образуется двойной электрический слой, сжимающий эту плоскость вблизи дислокации.

В только что описанных расчетах используется столько предположений не вполне известной точности, что оценить количественно упомянутое сжатие таким путем нельзя. Но получить представление о порядке чисел все же можно. Поскольку заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, то, полагая, что на каждую из пересекаемых плоскостью скольжения ячеек приходится по одному электрону проводимости и что средняя длина плеча диполя для этих ячеек вблизи оси дислокации $r = \text{Å} = 10^{-8}$ см, для среднего значения силы взаимодействия сторон слоя в пределах одной ячейки получим $F = ke^2/r^2 \approx 23 \cdot 10^{-9}$ Н. Если ребро ячейки $\approx 2\text{Å}$, а площадь грани, следовательно, $\approx 4 \cdot 10^{-16}$ см², то напряжение, сжимающее плоскость скольжения вблизи дислокации $\approx 5,6 \cdot 10^5$ МПа. Даже если

эта оценка завышена на два порядка, то и тогда это напряжение сжатия будет не менее теоретического сопротивления отрыву.

Может возникнуть вопрос о том, в какой мере это большое сжатие плоскости скольжения вблизи дислокации препятствует ее перемещению в этой плоскости (перемещению, которое и обуславливает «скольжение»). Такой вопрос кажется естественным потому, что атермическую пластичность часто уподобляют кулоновскому («сухому») трению. Но неоднократно отмечалось также, что при наличии действительно определенной аналогии между этими трением и пластичностью отождествлять их нельзя: в то время как сила «сухого» трения существенно зависит от давления, сопротивление металлов пластической деформации по данным П. Бриджмена [4], неизменно подтверждавшимся в экспериментах других исследователей, изменяется на 3—5% с переходом от испытаний в обычных условиях к испытаниям при гидростатическом давлении в 500 МПа и более. Разумеется, этого не было бы, если сопротивление дислокации скольжению сильно зависело бы от давления на плоскость скольжения. Тем более, что, в отличие от гидростатического давления, рассматривавшиеся выше силы сжатия плоскости скольжения локальны — сосредоточены вблизи дислокации и по природе своей не могут заметно и в этих местах влиять на размеры ячеек решетки.

Таким образом, перемещению дислокаций эти локальные силы сжатия плоскости скольжения не препятствуют. С другой стороны, давая напряжение сжатия вблизи дислокации $\approx 5,7 \cdot 10^3$ МПа или даже большее, препятствуют сколу по этой плоскости. А так как плотность электронов у типичных металлов при абсолютном нуле температуры не меньше, чем при обычных условиях, все сказанное по поводу этих сил электронной природы справедливо для случая как угодно низкой температуры. Но это и значит, что типичные металлы должны быть не хрупкими и вблизи абсолютного нуля, т. е. обладают атермической пластичностью, что и подтверждает эксперимент.

Подобно изложенному выше можно проанализировать электронные состояния в ядре винтовой дислокации и плоской дислокационной петли. Более трудной задачей является уточнение такого анализа путем использования более точных моделей ядра дислокации и более точных, чем метод почти свободных электронов, способов конкретизации функций u_k в (2.1). Эти уточнения, в свою очередь, смогли бы помочь уточнению значений «барьера Пайерлса», который по известным оценкам для типичных металлов оказывается очень небольшим — порядка 0,01 МПа и менее. Уточнения, о которых сейчас идет речь, скорее всего еще уменьшили бы эти оценки, хотя, возможно, и не много. Это важно потому, что наблюдаемое в опытах над достаточно чистыми монокристаллами типичных металлов начальное критическое напряжение сдвига (при действии сначала системы наиболее легкого скольжения) оказывается соответствующим еще меньшему, чем указанное, значению «барьера Пайерлса». С малостью последнего связаны трудности экспериментального изучения нелинейной упругости металлов, отмеченные в п. 4. С этим же связано большое внутреннее трение в металлах, особенно достаточно чистых, для которых оно превышает внутреннее трение в кварце в 40—50 раз [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хоникомб Р. Пластическая деформация металлов. М.: Мир, 1972. 408 с.
2. Клявин О. В. Физика пластичности при гелиевых температурах. М.: Наука, 1987. 255 с.
3. Труэлл Р., Эльбаум Ч., Чик Б. Ультразвуковые методы в физике твердого тела. М.: Мир, 1972. 307 с.
4. Бриджмен П. Исследование больших пластических деформаций и разрыва. М.: ИИЛ, 1955. 467 с.
5. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979. 744 с.
6. Ашкрофт Н., Мермин Н. Физика твердого тела. Т. 1. М.: Мир, 1979. 400 с.
7. Займан Дж. Модели беспорядка. М.: Мир, 1982. 591 с.

8. *Frenkel J. I.* Zur Theorie der Elastizitätsgrenze und Festigkeit kristallinischer Körper//Zs. für Phys. V. 37. 1926. S. 572—609.
9. *Ляв А.* Математическая теория упругости. М.— Л.: ОНТИ, 1935. 674 с.
10. *Де Вит Р.* Континуальная теория дисклинаций. М.: Мир, 1977. 208 с.
11. *Зубов Л. М.* О дислокациях Вольтерра в нелинейно упругих телах.//ДАН СССР. Т. 287. 1986. № 3.
12. *Зубов Л. М., Карякин М. И.* Многозначные смещения и дислокации Вольтерра в плоской нелинейной теории упругости//ПМТФ. 1987. № 6. С. 146—152.

Санкт-Петербург

Поступила в редакцию
3.III.1993