

УДК 531.383

© 1994 г. Я. Н. РОЙТЕНБЕРГ

О КОМПЕНСАЦИИ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ ДЕВИАЦИЙ ГИРОСКОПИЧЕСКИХ КОМПАСОВ И ГИРОГОРИЗОНТКОМПАСОВ ПРИ НАЛИЧИИ ДЕМПФИРОВАНИЯ

До настоящего времени при маневрировании корабля у гироскопических компасов выключается устройство для погашения колебаний. Это обусловлено тем, что методы компенсации баллистических девиаций, указанные Шулером и применяемые в гироскопах, способны предотвратить возникновение баллистических девиаций лишь при отсутствии у гироскопа демпфирования. При наличии же демпфирования, несмотря на выбор параметров гироскопа по теореме Шулера или по обобщенным вариантам этой теоремы, учитывающим относительную скорость корабля, при маневрировании корабля у гироскопа возникают баллистические девиации.

Как указывает Б. В. Булгаков [1], «это обстоятельство для гироскопов установлено Ролингсом (A. L. Rawlings) и имеет место для всех известных моделей этих приборов и всех известных методов погашения этих колебаний».

Далее, там же, Б. В. Булгаков отмечает: «однако общее утверждение о невозможности гироскопического компаса, совершающего затухающие колебания и не имеющего иных девиаций, кроме скоростных, до настоящего времени никем не доказано».

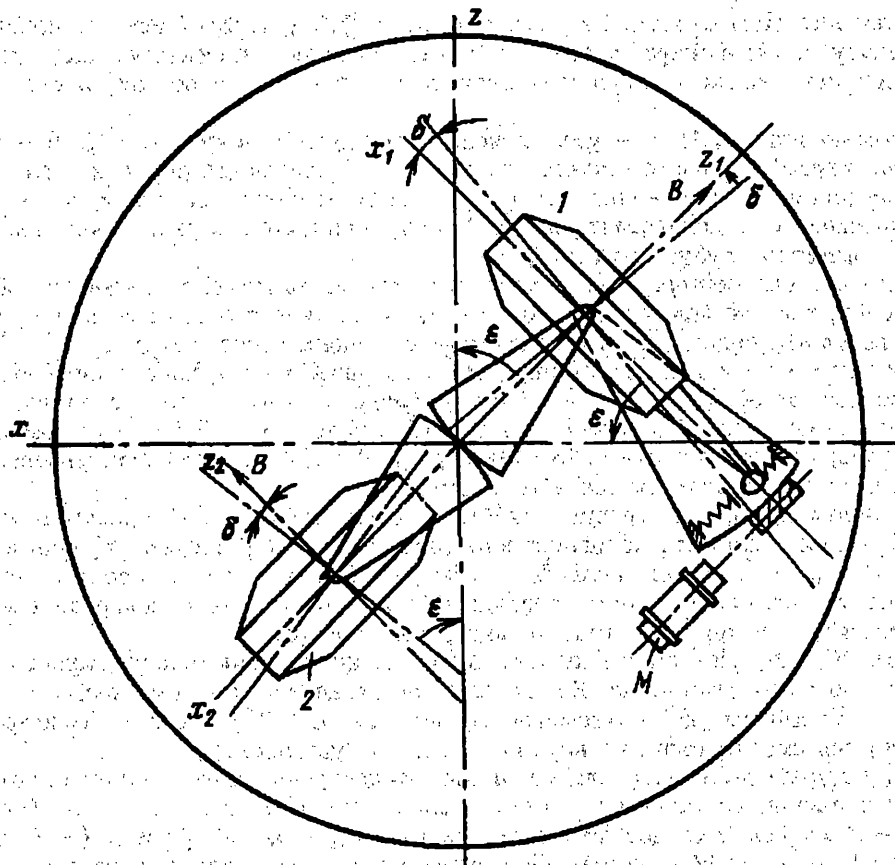
Целью настоящей работы является попытка решения вопроса о компенсации баллистических девиаций гироскопических компасов при наличии демпфирования¹.

1. Уравнения движения гироскопа. Уравнения движения гироскопического компаса можно представить в следующем виде [2]:

$$\begin{aligned}
 & d [2B \cos (\varepsilon - \delta) \sin \beta] / dt + 2B (u_1 \cos \alpha \cos \beta + u_2 \sin \alpha \cos \beta) \cos (\varepsilon - \delta) = \\
 & = (IP/g) W_1 (-\sin \alpha \sin \gamma + \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma) + (IP/g) W_2 (\cos \alpha \cos \gamma + \\
 & + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma) + M_z^* \\
 & 2B (\dot{\alpha} \cos \beta + u_1 \sin \alpha \sin \beta - u_2 \cos \alpha \sin \beta + u_3 \cos \beta) \cos (\varepsilon - \delta) = \\
 & = - (IP/g) W_1 \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma + (IP/g) W_2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma + \\
 & + IP \sin \beta \cos \gamma + M_x^* \tag{1.1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & d [2B \cos (\varepsilon - \delta)] / dt = (IP/g) W_1 (\cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma) + \\
 & + (IP/g) W_2 (\sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma) - IP \cos \beta \sin \gamma + M_z^* \\
 & 2B (\dot{\alpha} \sin \beta + \dot{\gamma} - u_1 \sin \alpha \cos \beta + u_2 \cos \alpha \cos \beta + \\
 & + u_3 \sin \beta) \sin (\varepsilon - \delta) = \kappa \sin \delta \cos \delta - M_y^* \\
 & u_1 = -v_N/R, \quad u_2 = U \cos \varphi + v_E/R \tag{1.2}
 \end{aligned}$$

¹ От редакции. Настоящая работа была опубликована в 1957 г. в ограниченном числе экземпляров. Решенная в ней задача актуальна и ныне. В связи с этим работа публикуется в нашем журнале.



Фиг. 1

$$u_3 = U \sin \varphi + (v_E/R) \operatorname{tg} \varphi$$

$$W_1 = \dot{v}_E - 2v_N U \sin \varphi - (v_N v_E/R) \operatorname{tg} \varphi \quad (1.3)$$

$$W_2 = \dot{v}_N + 2v_E U \sin \varphi + R U^2 \sin \varphi \cos \varphi + (v_E^2/R) \operatorname{tg} \varphi$$

Уравнения (1.1) составлены для гироскопического компаса с подвижным пружинным устройством [2]. Примерная схема такого компаса изображена на фиг. 1. Пружинное устройство, накладывающее момент вокруг оси кожуха гироскопа 1, смонтировано на зубчатом (червячном) секторе, свободно насаженном на ось кожуха гироскопа 1. Зубчатый сектор приводится во вращение червяком, сидящим на валу принимающего сельсина М. Дающий сельсин смонтирован вне гиросферы. Через ϵ на фиг. 1 обозначен угол между западным диаметром гиросферы x и осью симметрии зубчатого сектора.

Задавая надлежащим образом вращение дающего сельсина, можно изменять угол ϵ по любому наперед заданному закону $\epsilon = \epsilon(t)$. Пружинное устройство, смонтированное на зубчатом секторе, создает момент $M_y = -k \sin \delta \cos \delta$ относительно оси y_1 кожуха гироскопа 1, где k — некоторая постоянная величина, пропорциональная жесткости пружины, а δ — угол между осью x_1 (перпендикулярной к оси собственного вращения z_1 гироскопа 1) и осью симметрии зубчатого сектора.

Уравнения (1.1) отнесены к системе отсчета $\xi\eta\zeta$, у которой ось ζ направлена по радиусу земного шара, а оси ξ и η расположены в плоскости, касательной к поверхности земного шара и направлены — ось ξ на восток, а ось η на север.

В уравнениях (1.1) α — угол поворота гиросферы вокруг оси ζ , β — угол поворота гиросферы вокруг линии узлов x' , т. е. угол подъема оси z гиросферы над плоскостью $\xi\eta$; γ — угол поворота гиросферы вокруг ее оси z , а δ — как указано выше; угол поворота гироскопа 1 вокруг оси y , его кожуха, отсчитываемый от оси симметрии зубчатого сектора.

Через B в уравнениях (1.1) обозначен собственный момент каждого из обоих гироскопов, так что величина $2B \cos(\varepsilon - \delta)$ представляет собой мгновенное значение результирующего собственного момента обоих гироскопов.

Так как в уравнениях движения (1.1) отброшены члены, содержащие вторые производные от обобщенных координат $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, что эквивалентно допущению о том, что кинетический момент системы отождествляется с собственным моментом гироскопов, то можно считать, что $2B \cos(\varepsilon - \delta)$ представляет собой мгновенное значение кинетического момента гироскопа.

Величины u_1, u_2, u_3 в уравнениях (1.1) представляют собой проекции мгновенной угловой скорости координатного трехгранника $\xi\eta\zeta$ на оси $\xi\eta\zeta$ соответственно; R — радиус земного шара; U — угловая скорость вращения земного шара; φ — широта местонахождения корабля; v_E и v_N — восточная и северная составляющие скорости корабля относительно земного шара.

Через W_1 и W_2 обозначены составляющие ускорения точки опоры гироскопа по осям ξ и η соответственно. Величина l представляет собой расстояние центра тяжести гиросферы от ее геометрического центра, P/g — масса гиросферы, включая все смонтированные внутри гиросферы устройства.

Под g в уравнениях (1.1) следует понимать ускорение силы земного тяготения и, строго говоря, во втором и третьем уравнениях (1.1) вместо членов $lP \sin \beta \cos \gamma$, $-lP \cos \beta \sin \gamma$ следовало бы писать $(lP/g)(g - W_3) \sin \beta \cos \gamma$, $(-lP/g)(g + W_3) \cos \beta \sin \gamma$, где W_3 — составляющая ускорения точки опоры гироскопа по оси ζ , определяемая формулой $W_3 = -2v_E U \cos \varphi - RU^2 \cos^2 \varphi - v_N^2/R - v_E^2/R$.

Так как $g \gg W_3$, то в уравнениях (1.1) принято $g + W_3 \approx g$. Через M_z^* , M_x^* , M_y^* обозначены моменты относительно осей ζ, x', z, y , не учтенных пока в уравнениях (1.1) внешних сил, которые могли бы быть приложены к гироскопу специально предназначенными для этого устройствами. Выражения этих моментов приводятся ниже.

Как указано выше, в рассматриваемом здесь гироскопе предусмотрено устройство для непрерывного изменения угла ε по наперед заданному закону $\varepsilon = \varepsilon(t)$. Выберем этот закон следующим

$$\varepsilon = \arccos(lPV/2Bg) + \delta^* \quad (1.4)$$

где V — мгновенная абсолютная скорость корабля

$$V = ((RU \cos \varphi + v_E)^2 + v_N^2)^{1/2} \quad (1.5)$$

а δ^* определяется формулой

$$\delta^* = \frac{1}{2} \arcsin \left[\frac{2(4B^2 - (lPV/g)^2)^{1/2} V}{\kappa R} \right] \quad (1.6)$$

Из формулы (1.4) следует, что $\cos(\varepsilon - \delta^*) = lPV/2Bg$, $2B \cos(\varepsilon - \delta^*) = lPV/g$. Для величины $2B \sin(\varepsilon - \delta^*)$ получим выражение $2B \sin(\varepsilon - \delta^*) = (4B^2 - (lPV/g)^2)^{1/2}$. Физический смысл величины δ^* выяснен ниже.

Предположим теперь, что в гироскопе имеется также устройство, создающее момент относительно оси z гиросферы по закону

$$M_z^* = -s (4B^2 - (IPV/g)^2)^{1/2} (\delta - \delta^*) \quad (1.7)$$

где s — некоторый постоянный коэффициент ($s > 0$), значение которого должно определяться из условий устойчивости системы.

Так как угол δ доступен изменению, то принципиально получение момента M_z^* согласно формуле (1.7) возможно.

Наличие в гироскопическом компасе гидравлического успокоителя приводит к наложению вокруг оси x' гироскопа момента

$$(M_x^*)_1 = IP (1 - \rho) \vartheta \quad (1.8)$$

где ρ — некоторый положительный коэффициент ($\rho < 1$), ϑ — угол наклона зеркала жидкости в гидравлическом успокоителе.

Величина ϑ удовлетворяет [1] следующему дифференциальному уравнению

$$\dot{\vartheta} + F\dot{\vartheta} + F\beta = -Fg^{-1} (W_2 \cos \alpha - W_1 \sin \alpha) \quad (1.9)$$

Согласно формулам (1.3):

$$W_2 \cos \alpha - W_1 \sin \alpha = \left[\dot{v}_N + \left(RU \cos \varphi + 2v_E + v_E \frac{v_E}{RU \cos \varphi} \right) U \sin \varphi \right] \cos \alpha - \left(\dot{v}_E - 2v_N U \sin \varphi - v_N U \sin \varphi \frac{v_E}{RU \cos \varphi} \right) \sin \alpha \quad (1.10)$$

Так как $RU \cos \varphi \gg v_E$, $\dot{v}_E \gg v_N U \sin \varphi$, то выражение (1.10) можно заменить следующим:

$$W_2 \cos \alpha - W_1 \sin \alpha \approx RU^2 \sin \varphi \cos \varphi + \dot{v}_N \cos \alpha - \dot{v}_E \sin \alpha \quad (1.11)$$

Отброшенные здесь слагаемые составляют в условиях движения корабля не более 0,5% от сохранных слагаемых.

Учитывая приближение (1.11), уравнение (1.9) можно представить в следующем виде:

$$\dot{\vartheta} + F\dot{\vartheta} + F\beta = -Fg^{-1} RU^2 \sin \varphi \cos \varphi - Fg^{-1} (\dot{v}_N \cos \alpha - \dot{v}_E \sin \alpha) \quad (1.12)$$

Предположим теперь еще что, с целью предотвращения баллистических девиаций при наличии демпфирования, гироскоп снабжен дополнительным устройством, накладывающим относительно оси x' момент по закону

$$(M_x^*)_2 = -IP (1 - \rho) q \quad (1.13)$$

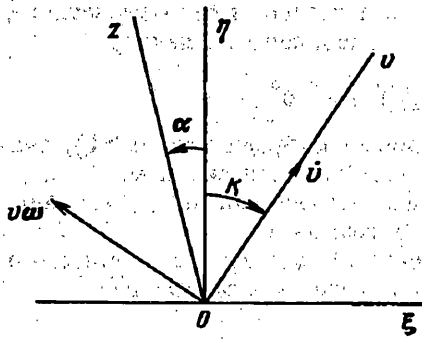
где q удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\dot{q} + Fq = -Fg^{-1} RU^2 \sin \varphi \cos \varphi - Fg^{-1} (\dot{v}_N \cos \alpha - \dot{v}_E \sin \alpha) \quad (1.14)$$

Практическую реализацию устройства, функционирующего согласно дифференциальному уравнению (1.14), можно представить так. В соответствии с уравнением (1.14) построен некоторый четырехполюсник, напряжение на выходе которого представляет собой величину q . На вход этого четырехполюсника, согласно уравнению (1.14) кроме напряжения, являющегося функцией широты φ , подается напряжение, пропорциональное величине

$$E = \dot{v}_N \cos \alpha - \dot{v}_E \sin \alpha \quad (1.15)$$

Напряжение E можно получить с помощью прибора, вырабатывающего значение \dot{v} и ω , где v — линейная, а ω — угловая скорость корабля. Такие приборы



Фиг. 2

известны и применяются, например, в гироазимутгоризонте. Скорость корабля v вводится в эти приборы от лага.

Нетрудно видеть, что требуемая величина E удовлетворяет соотношению $E = \dot{v} \cos K_{\Gamma} + v\omega \sin K_{\Gamma}$, где K_{Γ} — угол между курсовой чертой корабля и осью z гирокомпаса, т. е. компасный курс корабля (фиг. 2).

Действительно, так как $K_{\Gamma} = K + \alpha$, где K — истинный курс корабля, то $\dot{v} \cos K_{\Gamma} + v\omega \sin K_{\Gamma} = (\dot{v} \cos K + v\omega \sin K) \cos \alpha - (\dot{v} \sin K - v\omega \cos K) \sin \alpha$, т. е. $\dot{v} \cos K_{\Gamma} + v\omega \sin K_{\Gamma} = \dot{v}_N \cos \alpha - \dot{v}_E \sin \alpha$, что и требуется для выполнения соотношения (1.15).

С учетом описанных дополнительных устройств уравнения движения гирокомпаса получим, подставив в уравнения (1.1) вместо M_z^* величину $(M_z^*)_1 + (M_z^*)_2$ согласно выражениям (1.8) и (1.13), а вместо M_z^* — величину (1.7), и присоединив к системе уравнений (1.1) уравнения (1.12) и (1.14). Величины M_{ζ}^* и M_{η}^* следует принять равными нулю, так как описанные здесь дополнительные устройства не накладывают моментов относительно осей ζ и η . Таким образом, приходим к следующей системе дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}
 & d [2B \cos (\varepsilon - \delta)] / dt + 2B (u_1 \cos \alpha \cos \beta + u_2 \sin \alpha \cos \beta) \cos (\varepsilon - \delta) = \\
 & = IPg^{-1}W_1 (-\sin \alpha \sin \gamma + \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma) + IPg^{-1}W_2 (\cos \alpha \sin \gamma + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma) - \\
 & - 2B (\dot{\alpha} \cos \beta + u_1 \sin \alpha \sin \beta - u_2 \cos \alpha \sin \beta + u_3 \cos \beta) \cos (\varepsilon - \delta) = \\
 & = -IPg^{-1}W_1 \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma + IPg^{-1}W_2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma + \\
 & + IP \sin \beta \cos \gamma + IP (1 - \rho) \dot{\vartheta} - IP (1 - \rho) q \\
 & d [2B \cos (\varepsilon - \delta)] / dt = IPg^{-1}W_1 (\cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma) + \\
 & + IPg^{-1}W_2 (\sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma) - IP \cos \beta \sin \gamma - \\
 & - s (4B^2 + (IPg^{-1}V)^2)^{1/2} (\delta - \delta^*) \quad (1.16)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 2B (\dot{\alpha} \sin \beta + \dot{\gamma} - u_1 \sin \alpha \cos \beta + u_2 \cos \alpha \cos \beta + \\
 & + u_3 \sin \beta) \sin (\varepsilon - \delta) = \kappa \sin \delta \cos \delta
 \end{aligned}$$

$$\dot{\vartheta} + F\dot{\vartheta} + F\beta = -Fg^{-1}RU^2 \sin \varphi \cos \varphi - Fg^{-1} (\dot{v}_N \cos \alpha - \dot{v}_E \sin \alpha)$$

$$\dot{q} + Fq = -Fg^{-1}RU^2 \sin \varphi \cos \varphi - Fg^{-1} (\dot{v}_N \cos \alpha - \dot{v}_E \sin \alpha)$$

Входящие в уравнения (1.16) величины u_1, u_2, u_3, W_1, W_2 приведены выше — в формулах (1.2) и (1.3), величина ε определена выражением (1.4), а величины V и δ^* — выражениями (1.5) и (1.6).

2. Закон движения гирокомпыа. Нетрудно показать, что система дифференциальных уравнений (1.16) имеет следующее частное решение

$$\alpha^v = \alpha^*, \beta^v = 0, \gamma^v = 0, \delta^v = \delta^*, \vartheta^v = \vartheta^* = q^* \quad (2.1)$$

$$q^v = q^* = -\frac{F}{g} \int_0^t e^{-F(t-\tau)} f(\tau) d\tau$$

$$f(\tau) = RU^2 \sin \varphi(\tau) \cos \varphi(\tau) + V^{-1}(\tau) \{ \dot{v}_N(\tau) [RU \cos \varphi(\tau) + v_E(\tau)] - \dot{v}_E(\tau) v_N(\tau) \}$$

угол α^* определяется из соотношений

$$\sin \alpha^* = v_N/V, \cos \alpha^* = (RU \cos \varphi + v_E)/V \quad (2.2)$$

а δ^* определено формулой (1.6).

В справедливости решения (2.1) можно убедиться подстановкой этого решения в систему дифференциальных уравнений (1.16). При этом нужно иметь в виду, что широта места $\varphi = \varphi(t)$ и $d\varphi/dt = v_N/R$.

Из соотношений (2.2) видно, что определенное решением (2.1) отклонение гироскопа в азимуте

$$\alpha^* = \arctg [v_N/(RU \cos \varphi + v_E)] \quad (2.3)$$

представляет собой не что иное, как скоростную девиацию гирокомпыа.

Определенные решением (2.1) отклонения гирокомпыа по координатам β и γ равны нулю, т. е. рассматриваемый прибор представляет собой не только гирокомпыа, но и гирогоризонткомпыа.

Решение (2.1) будет, однако, законом движения гирокомпыа лишь при условии, что оно устойчиво, т. е. при условии, что колебания системы вокруг состояния, определяемого решением (2.1), являются затухающими.

3. Уравнения в вариациях. Введем теперь новые переменные x_1, \dots, x_6 с помощью соотношений

$$\alpha = \alpha^* + x_1, \beta = x_2, \gamma = x_3, \delta = \delta^* + x_4 \quad (3.1)$$

$$\vartheta = \vartheta^* + x_5, q = q^* + x_6$$

Подставив величины (3.1) в уравнения (1.16) и ограничившись членами первого порядка малости относительно x_1, \dots, x_6 получим следующие уравнения

$$(V/R) \dot{x}_1 + \dot{x}_2 - \Omega x_3 = 0$$

$$x_1 + V^{-2} [(RU \cos \varphi + v_E) W_1 + v_N W_2] x_1 - gV^{-1} (1 + V^2/gR) x_2 +$$

$$+ \frac{(4B^2 - (IPV/g)^2)^{1/2}}{IPV/g} \Omega x_4 - \frac{g(1-\rho)}{V} (x_5 - x_6) = 0 \quad (3.2)$$

$$-\Omega x_1 + \frac{g}{V} x_3 + \frac{(4B^2 - (IPV/g)^2)^{1/2}}{IPV/g} \dot{x}_4 -$$

$$- \left[\frac{IP\dot{V}/g}{(4B^2 - (IPV/g)^2)^{1/2}} - \frac{s(4B^2 - (IPV/g)^2)^{1/2}}{IPV/g} \right] x_4 = 0$$

$$\Omega x_2 + \dot{x}_3 - \frac{\kappa(\cos^2 \delta^* - \sin^2 \delta^*) + IPV^2/gR}{(4B^2 - (IPV/g)^2)^{1/2}} x_4 = 0$$

$$Fx_2 + \dot{x}_5 - \dot{x}_6 + F(x_5 - x_6) = 0$$

$$\Omega = [(RU \cos \varphi + v_E) W_2 - v_N W_1] / [(RU \cos \varphi + v_E)^2 + v_N^2] \quad (3.3)$$

Из выражения (2.3) и (1.2) следует, что Ω согласно выражению (3.3) представляет собой некоторую угловую скорость, а именно

$$\Omega = \dot{\alpha}^* + u_3 \quad (3.4)$$

Чтобы привести уравнение (3.2) к более удобному виду, введем следующие переменные

$$X_1 = VR^{-1}x_1, \quad X_2 = x_2, \quad X_3 = x_3$$

$$X_4 = \frac{g}{IPR} \left(4B^2 - \left(\frac{IP}{g} V \right)^2 \right)^{1/2} x_4, \quad X_5 = x_5 - x_6 \quad (3.5)$$

и обозначим

$$\mu^2 = \frac{IP [\kappa (\cos^2 \delta^* - \sin^2 \delta^*) + IPV^2/gR]}{4B^2 - (IPV/g)^2} \quad (3.6)$$

$$v^2 = g/R \quad (3.7)$$

Учитывая, что $V^2/gR \ll 1$ (эта величина не превышает 0,01), примем во втором уравнении (3.2):

$$(g/V)(1 + V^2/gR) \approx g/V \quad (3.8)$$

Заметим еще, что из первого соотношения (3.5) следует $\dot{X}_1 = VR^{-1}\dot{x}_1 + \dot{V}R^{-1}x_1$ или

$$RV^{-1}\dot{X}_1 = \dot{x}_1 + \dot{V}V^{-1}x_1 \quad (3.9)$$

Подставим значение V согласно (1.5), из соотношения (3.9) получим

$$RV^{-1}\dot{X}_1 = \dot{x}_1 + V^{-2} [(RU \cos \varphi + v_E) W_1 + v_N W_2] x_1 \quad (3.10)$$

Из формул (3.5) найдем также

$$\dot{X}_4 = \frac{g}{IPR} \left[\left(4B^2 - \left(\frac{IP}{g} V \right)^2 \right)^{1/2} \dot{x}_4 - \frac{(IP/g)^2 V \dot{V}}{(4B^2 - (IPV/g)^2)^{1/2}} x_4 \right] \quad (3.11)$$

С помощью соотношений (3.5)–(3.11) можно преобразовать уравнения (3.2) к следующему виду

$$X_1 + \dot{X}_2 - \Omega(t) X_3 = 0$$

$$\dot{X}_1 - v^2 X_2 + \Omega(t) X_4 - v^2 (1 - \rho) X_5 = 0$$

$$-\Omega(t) X_1 + v^2 X_3 + \dot{X}_4 + sX_4 = 0 \quad (3.12)$$

$$\Omega(t) X_2 + \dot{X}_3 - \mu^2(t) v^{-2} X_4 = 0$$

$$FX_2 + \dot{X}_5 + FX_5 = 0$$

Уравнения (3.12) и представляют собой уравнения в вариациях. Они являются линейными дифференциальными уравнениями с переменными коэффициентами.

4. Частный случай. Как указано в п. 2, рассматриваемый прибор является гирогоризонткомпасом. Гирогоризонткомпас с периодом собственных колебаний

по координатам γ и δ , равным 84,4 мин, изученный в работах J. W. Geckeler [3] и А. Ю. Ишлинского [4], является частным случаем рассматриваемого прибора. Это можно показать так. Примем для жесткости пружины κ значение

$$\kappa = 4B^2v^2/lP \quad (4.1)$$

Тогда выражение (1.6), которым определяется угол δ^* , примет вид

$$\sin \delta^* \cos \delta^* = \frac{lpv}{2Bg} \frac{(4B^2 - (lpv/g)^2)^{1/2}}{2B}$$

откуда

$$\sin \delta^* = \frac{lpv}{2Bg}, \quad \cos \delta^* = \frac{(4B^2 - (lpv/g)^2)^{1/2}}{2B} \quad (4.2)$$

Из формул (4.2) следует, что $\arccos(lpv/2Bg) = \pi/2 - \delta^*$. При этом соотношение (1.4), определяющее мгновенное значение угла ε , принимает вид $\varepsilon = \pi/2$.

Подставим теперь принятое для κ значение (4.1) в формулу (3.6). Согласно выражениям (4.1) и (4.2) находим

$$\kappa (\cos^2 \delta^* - \sin^2 \delta^*) = \frac{v^2}{lP} \left[4B^2 - 2 \left(\frac{lpv}{g} \right)^2 \right]$$

Из формулы (3.6) получим тогда, что в данном случае $\mu^2 = v^2$. При отсутствии демпфирования, т. е. при $s = F = 0$, для рассматриваемого здесь частного случая уравнения в вариациях принимают вид

$$X_1 + \dot{X}_2 - \Omega(t) X_3 = 0, \quad \dot{X}_1 - v^2 X_2 + \Omega(t) X_4 = 0 \quad (4.3)$$

$$-\Omega(t) X_1 + v^2 X_3 + \dot{X}_4 = 0, \quad \Omega(t) X_2 + \dot{X}_3 - X_4 = 0$$

Уравнения (4.3) совпадают с уравнениями (50) в цитированной работе А. Ю. Ишлинского [4].

При $\Omega(t) \equiv 0$ уравнения (4.3) распадаются на две независимые системы и гиригоризонткомпас совершает колебания по координатам α и β (которым соответствуют X_1 и X_2) с периодом $T = 2\pi/v = 84,4$ мин. и независимо от этих колебаний совершает колебания по координатам γ и δ (которым соответствуют X_3 и X_4) с таким же периодом $T = 84,4$ мин.

5. Исследование устойчивости движения системы. Исследование вопроса об устойчивости решения (2.1) можно выполнить с помощью второго метода Ляпунова, построив функцию Ляпунова для уравнений в вариациях (3.12) [5], [6]. С этой целью перепишем уравнения (3.12) так

$$X_1 + \dot{X}_2 - \Omega_1 X_3 = -\Omega_1 [1 - k(t)] X_3$$

$$-\dot{X}_1 - v^2 X_2 + \Omega_1 X_4 - v^2 (1 - \rho) X_5 = \Omega_1 [1 - k(t)] X_4$$

$$-\Omega_1 X_1 + v^2 X_3 + \dot{X}_4 + sX_4 = -\Omega_1 [1 - k(t)] X_1 \quad (5.1)$$

$$\Omega_1 X_2 + \dot{X}_3 - \mu^2 v^{-2} X_4 = \Omega_1 [1 - k(t)] X_2 + \sigma(t) X_4$$

$$FX_2 + \dot{X}_5 + FX_5 = 0$$

$$k(t) = \Omega(t)/\Omega_1, \quad \sigma = [\mu^2(t) - \mu_1^2] v^{-2} \quad (5.2)$$

Здесь Ω_1 представляет некоторую постоянную величину, которая выбрана так, чтобы она превышала наибольшее абсолютное значение, достигаемое фун-

кцией $\Omega(t)$. Функция $k(t)$, согласно выражению (5.2), таким образом, заключена в границах $-1 < k(t) < 1$.

Через μ^2 в уравнениях (5.1) обозначена также некоторая постоянная величина, равная среднему значению функции $\mu^2(t)$, определенной выражением (3.6).

При $\sigma(t) \equiv 0$ и $k(t) \equiv 1$ система уравнений (5.1) вырождается в систему линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, обладающую следующим характеристическим уравнением

$$a_0 D^5 + a_1 D^4 + a_2 D^3 + a_3 D^2 + a_4 D + a_5 = 0 \quad (5.3)$$

$$a_0 = 1, \quad a_1 = s + F, \quad a_2 = v^2 + \mu_1^2 + sF + 2\Omega_1^2 \quad (5.4)$$

$$a_3 = (\mu_1^2 + \rho v^2 + 2\Omega_1^2) F + (\Omega_1^2 + v^2) s$$

$$a_4 = \mu_1^2 v^2 + \Omega_1^2 (\Omega_1^2 - v^2 - \mu_1^2) + sF (\rho v^2 + \Omega_1^2)$$

$$a_5 = [\mu_1^2 v^2 \rho + \Omega_1^2 (\Omega_1^2 - v^2 - \rho \mu_1^2)] F$$

Из вида коэффициентов (5.4) можно заключить, что система линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, которая получается из уравнений (5.1) при $\sigma(t) \equiv 0$ и $k(t) \equiv -1$ обладает тем же характеристическим уравнением (5.3) с коэффициентами (5.4).

Заметим, что уравнение (5.3) есть не что иное, как характеристическое уравнение исходной системы уравнений в вариациях (3.12) для частного случая постоянных коэффициентов $\Omega(t) \equiv \Omega_1$, $\mu^2(t) \equiv \mu_1^2$.

Для некоторой ориентации в свойствах указанной системы с постоянными коэффициентами, обладающей характеристическим уравнением (5.3), рассмотрим такой числовой пример. Примем $s = 6 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$; $F = 10^{-3} \text{ с}^{-1}$; $\rho = 0,4$. Величина $v^2 = g/R$ имеет значение $1,54 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-2}$.

Из неравенства Гурвица для характеристического уравнения (5.3) следует, что в области значений $32 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-2} < \mu_1^2 < 40 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-2}$ система устойчива при любых значениях Ω_1 , заключенных в границах $-1,24 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1} < \Omega_1 < 1,24 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$.

Для сравнения укажем, что на циркуляции корабля, согласно выражению (3.3): $\Omega(t) \approx \Omega_m \sin \omega t$, где

$$\Omega_m = \left[\frac{v_N}{RU \cos \varphi} \right]_{\max} = \frac{v\omega}{RU \cos \varphi}$$

Значению $\Omega_m = 1,24 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ соответствует на широте $\varphi = 60^\circ$ циркуляция корабля с периодом $T = 300 \text{ с}$ ($\omega = 2\pi/T \approx 0,02 \text{ с}^{-1}$) при линейной скорости $v = 30$ узлов $\approx 15 \text{ м/с}$.

Что касается значений функций $\mu^2(t)$, то согласно формуле (3.6) при $lP = 6000 \text{ г}\cdot\text{см}$, $2B = 215 \text{ 000 г}\cdot\text{см}$, $\kappa = 150 \text{ г}\cdot\text{см}$ при тех условиях циркуляции корабля функция $\mu^2(t)$ заключена в границах $33 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-2} < \mu^2(t) < 39 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-2}$.

Укажем еще, что результаты численного интегрирования дифференциальных уравнений (3.12) при указанных здесь значениях параметров показывают, что в случае, когда $\Omega(t) = \Omega_m \sin \omega t$, $\mu^2(t) \equiv 36 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-2}$, $\omega = 0,02 \text{ с}^{-1}$ система, описываемая уравнениями (3.12), совершает затухающие колебания при всех значениях $|\Omega_m| \leq 2 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$.

Уравнение (5.3) для принятых в гирокомпасах значений параметров будет иметь один действительный корень и две пары комплексных сопряженных корней. Обозначим эти корни так: $D_1 = \kappa_1$; $D_{2,3} = \varepsilon_1 \pm i\omega_1$, $D_{4,5} = \varepsilon_2 \pm i\omega_2$. Уравнение (5.3) при этом можно представить в виде

$$\Delta(D) \equiv (D - \kappa_1) [(D - \varepsilon_1)^2 + \omega_1^2] [(D - \varepsilon_2)^2 + \omega_2^2] = 0 \quad (5.5)$$

Введем теперь новые переменные $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5$, представляющие собой нормальные координаты для упомянутой системы дифференциальных уравнений, в которую переходит система уравнений (5.1) при $\sigma(t) \equiv 0, k(t) \equiv 1$. Переменные $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5$ необходимо определить с помощью соотношений

$$\begin{aligned} X_1 &= g_{11}\xi_1 + g_{12}\xi_2 + g_{13}\xi_3 + g_{14}\xi_4 + g_{15}\xi_5 \\ X_2 &= \xi_1 + \xi_2 + \xi_4 \end{aligned} \quad (5.6)$$

$$X_3 = g_{31}\xi_1 + g_{32}\xi_2 + g_{33}\xi_3 + g_{34}\xi_4 + g_{35}\xi_5$$

$$X_4 = g_{41}\xi_1 + g_{42}\xi_2 + g_{43}\xi_3 + g_{44}\xi_4 + g_{45}\xi_5$$

$$X_5 = g_{51}\xi_1 + g_{52}\xi_2 + g_{53}\xi_3 + g_{54}\xi_4 + g_{55}\xi_5$$

где коэффициенты g_{ij} определяются из следующих формул

$$g_{11} = -[\varkappa_1(\varkappa_1^2 + s\varkappa_1 + \mu_1^2) + \Omega_1^2(\varkappa_1 + s)]/A_0$$

$$g_{31} = -\Omega_1[(1 + \mu_1^2/\nu^2)\varkappa_1 + s]/A_0$$

$$g_{41} = -\Omega_1(\varkappa_1^2 + \Omega_1^2 - \nu^2)/A_0$$

$$g_{51} = -F/(\varkappa_1 + F)$$

$$A_0 = \varkappa_1^2 + s\varkappa_1 + \mu_1^2 - \Omega_1^2\mu_1^2/\nu^2$$

$$g_{12} = \frac{a_1A_1 + b_1B_1}{A_1^2 + B_1^2}, \quad g_{13} = \frac{b_1A_1 - a_1B_1}{A_1^2 + B_1^2}$$

$$g_{32} = \frac{c_1A_1 + d_1B_1}{A_1^2 + B_1^2}, \quad g_{33} = \frac{d_1A_1 - c_1B_1}{A_1^2 + B_1^2}$$

$$g_{42} = \frac{e_1A_1 + f_1B_1}{A_1^2 + B_1^2}, \quad g_{43} = \frac{f_1A_1 - e_1B_1}{A_1^2 + B_1^2}$$

$$g_{52} = -\frac{F(\varepsilon_1 + F)}{(\varepsilon_1 + F)^2 + \omega_1^2}, \quad g_{53} = \frac{\omega_1 F}{(\varepsilon_1 + F)^2 + \omega_1^2}$$

$$g_{14} = \frac{a_2A_2 + b_2B_2}{A_2^2 + B_2^2}, \quad g_{15} = \frac{b_2A_2 - a_2B_2}{A_2^2 + B_2^2}$$

$$g_{34} = \frac{c_2A_2 + d_2B_2}{A_2^2 + B_2^2}, \quad g_{35} = \frac{d_2A_2 - c_2B_2}{A_2^2 + B_2^2}$$

$$g_{44} = \frac{e_2A_2 + f_2B_2}{A_2^2 + B_2^2}, \quad g_{45} = \frac{f_2A_2 - e_2B_2}{A_2^2 + B_2^2}$$

$$g_{54} = -\frac{F(\varepsilon_2 + F)}{(\varepsilon_2 + F)^2 + \omega_2^2}, \quad g_{55} = \frac{\omega_2 F}{(\varepsilon_2 + F)^2 + \omega_2^2}$$

$$A_i = \varepsilon_i^2 - \omega_i^2 + s\varepsilon_i + \mu_i^2 - \Omega_i^2\mu_i^2/\nu^2$$

$$B_i = \omega_i(2\varepsilon_i + s)$$

$$a_i = -[\varepsilon_i^3 + s\varepsilon_i^2 + \varepsilon_i(\Omega_i^2 + \mu_i^2 - 3\omega_i^2) - s(\omega_i^2 - \Omega_i^2)]$$

$$b_i = -\omega_i[3\varepsilon_i^2 + \varepsilon_i(2s + \Omega_i^2) + \mu_i^2 - \omega_i^2]$$

$$c_i = -\Omega_i[(1 + \mu_i^2/\nu^2)\varepsilon_i + s], \quad d_i = -(1 + \mu_i^2/\nu^2)\Omega_i\omega_i$$

$$e_i = -\Omega_i(\varepsilon_i^2 + \Omega_i^2 - \omega_i^2 - \nu^2), \quad f_i = -2\varepsilon_i\omega_i\Omega_i \quad (i = 1, 2)$$

Введем теперь следующие обозначения

$$L_1 = \kappa_1 (\kappa + F) (\kappa_1^2 + s\kappa_1 + \mu_1^2 + \Omega_1^2)$$

$$L_2 = -(\kappa_1 + F) (\kappa_1^2 + s\kappa_1 + \mu_1^2 - \Omega_1^2 \mu_1^2 / \nu^2)$$

$$L_3 = \Omega_1 \kappa_1 (\kappa_1 + F) (1 + \mu_1^2 / \nu^2)$$

$$L_4 = \Omega_1 (\kappa_1 + F) (\kappa_1^2 + s\kappa_1 + \Omega_1^2 - \nu^2)$$

$$M_1^{(0)} = [\varepsilon_1 (\varepsilon_1 + F) - \omega_1^2] (\varepsilon_1^2 - \omega_1^2 + s\varepsilon_1 + \mu_1^2 + \Omega_1^2) - \omega_1^2 (2\varepsilon_1 + F) (2\varepsilon_1 + s)$$

$$M_2^{(0)} = -(\varepsilon_1 + F) (\varepsilon_1^2 - \omega_1^2 + s\varepsilon_1 + \mu_1^2 - \Omega_1^2 \mu_1^2 / \nu^2) + \omega_1^2 (2\varepsilon_1 + s)$$

$$M_3^{(0)} = \Omega_1 (1 + \mu_1^2 / \nu^2) [\varepsilon_1 (\varepsilon_1 + F) - \omega_1^2]$$

$$M_4^{(0)} = \Omega_1 [(\varepsilon_1 + F) (\varepsilon_1^2 - \omega_1^2 + s\varepsilon_1 + \Omega_1^2 - \nu^2) - \omega_1^2 (2\varepsilon_1 + s)]$$

$$N_1^{(0)} = [\varepsilon_1 (\varepsilon_1 + F) - \omega_1^2] (2\varepsilon_1 + s) \omega_1 + (\varepsilon_1^2 - \omega_1^2 + s\varepsilon_1 + \mu_1^2 + \Omega_1^2) (2\varepsilon_1 + F) \omega_1$$

$$N_2^{(0)} = -\omega_1 (\varepsilon_1^2 - \omega_1^2 + s\varepsilon_1 + \mu_1^2 - \Omega_1^2 \mu_1^2 / \nu^2) - \omega_1 (\varepsilon_1 + F) (2\varepsilon_1 + s)$$

$$N_3^{(0)} = \Omega_1 (1 + \mu_1^2 / \nu^2) (2\varepsilon_1 + F) \omega_1$$

$$N_4^{(0)} = \Omega_1 [\varepsilon_1^2 - \omega_1^2 + s\varepsilon_1 + \Omega_1^2 - \nu^2 + (\varepsilon_1 + F) (2\varepsilon_1 + s)] \omega_1 \quad (i = 1, 2)$$

Ниже потребуются выражения

$$\left[\frac{D - \kappa_1}{\Delta(D)} \right]_{D=\kappa_1}, \left[\frac{D - \varepsilon_1 - i\omega_1}{\Delta(D)} \right]_{D=\varepsilon_1 + i\omega_1}, \left[\frac{D - \varepsilon_2 - i\omega_2}{\Delta(D)} \right]_{D=\varepsilon_2 + i\omega_2}$$

где $\Delta(D)$ определено формулой (5.5). Если обозначить

$$L = [(\kappa_1 - \varepsilon_1)^2 + \omega_1^2] [(\kappa_1 - \varepsilon_2)^2 + \omega_2^2]$$

$$\lambda_1 = -\omega_1 [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 - \omega_1^2 + \omega_2^2] - 2\omega_1 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) (\varepsilon_1 - \kappa_1)$$

$$\lambda_2 = -(\varepsilon_1 - \kappa_1) [(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 - \omega_1^2 + \omega_2^2] + 2\omega_1^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$$

$$\lambda = \omega_1 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2)$$

$$T_1 = -\omega_2 [(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2 - \omega_2^2 + \omega_1^2] - 2\omega_2 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) (\varepsilon_2 - \kappa_1)$$

$$T_2 = -(\varepsilon_2 - \kappa_1) [(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2 - \omega_2^2 + \omega_1^2] + 2\omega_2^2 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)$$

$$T = \omega_2 (T_1^2 + T_2^2)$$

то эти выражения можно представить так

$$\left[\frac{D - \kappa_1}{\Delta(D)} \right]_{D=\kappa_1} = \frac{1}{L}, \left[\frac{D - \varepsilon_1 - i\omega_1}{\Delta(D)} \right]_{D=\varepsilon_1 + i\omega_1} = \frac{\lambda_1 + i\lambda_2}{2\lambda}$$

$$[(D - \varepsilon_2 - i\omega_2) / \Delta(D)]_{D=\varepsilon_2 + i\omega_2} = (T_1 + iT_2) / (2T)$$

Введем еще следующие обозначения:

$$y_1 = -\Omega_1 [1 - k(t)] (g_{31}\xi_1 + g_{32}\xi_2 + g_{33}\xi_3 + g_{34}\xi_4 + g_{35}\xi_5) \quad (5.7)$$

$$y_2 = \Omega_1 [1 - k(t)] (g_{41}\xi_1 + g_{42}\xi_2 + g_{43}\xi_3 + g_{44}\xi_4 + g_{45}\xi_5)$$

$$y_3 = -\Omega_1 [1 - k(t)] (g_{11}\xi_1 + g_{12}\xi_2 + g_{13}\xi_3 + g_{14}\xi_4 + g_{15}\xi_5)$$

$$y_4 = \Omega_1 [1 - k(t)] (\xi_1 + \xi_2 + \xi_3) + \sigma(t) (g_{41}\xi_1 + g_{42}\xi_2 + g_{43}\xi_3 + g_{44}\xi_4 + g_{45}\xi_5)$$

Из соотношений (5.6) и дифференциальных уравнений (5.1) можно найти дифференциальные уравнения, которым удовлетворяют переменные $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5$. Эти уравнения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\xi_1}{dt} &= \kappa_1 \xi_1 + \frac{1}{L} \sum_{k=1}^4 L_k y_k \\ \frac{d\xi_2}{dt} &= \varepsilon_1 \xi_2 + \omega_1 \xi_3 + \frac{1}{\lambda} \sum_{k=1}^4 [\lambda_1 M_k^{(1)} - \lambda_2 N_k^{(1)}] y_k \\ \frac{d\xi_3}{dt} &= \varepsilon_1 \xi_3 - \omega_1 \xi_2 - \frac{1}{\lambda} \sum_{k=1}^4 [\lambda_1 N_k^{(1)} + \lambda_2 M_k^{(1)}] y_k \\ \frac{d\xi_4}{dt} &= \varepsilon_2 \xi_4 + \omega_2 \xi_5 + \frac{1}{T} \sum_{k=1}^4 [T_1 M_k^{(2)} - T_2 N_k^{(2)}] y_k \\ \frac{d\xi_5}{dt} &= \varepsilon_2 \xi_5 - \omega_2 \xi_4 - \frac{1}{T} \sum_{k=1}^4 [T_1 N_k^{(2)} + T_2 M_k^{(2)}] y_k \end{aligned} \quad (5.8)$$

Подставляя y_k из выражений (5.7), приведем уравнения (5.8) к виду

$$\begin{aligned} \frac{d\xi_1}{dt} &= \kappa_1 \xi_1 + \sum_{\mu=1}^5 \{ [1 - k(t)] b_{1\mu} + \sigma(t) c_{1\mu} \} \xi_\mu \\ \frac{d\xi_2}{dt} &= \varepsilon_1 \xi_2 + \omega_1 \xi_3 + \sum_{\mu=1}^5 \{ [1 - k(t)] b_{2\mu} + \sigma(t) c_{2\mu} \} \xi_\mu \\ \frac{d\xi_3}{dt} &= \varepsilon_1 \xi_3 - \omega_1 \xi_2 + \sum_{\mu=1}^5 \{ [1 - k(t)] b_{3\mu} + \sigma(t) c_{3\mu} \} \xi_\mu \\ \frac{d\xi_4}{dt} &= \varepsilon_2 \xi_4 + \omega_2 \xi_5 + \sum_{\mu=1}^5 \{ [1 - k(t)] b_{4\mu} + \sigma(t) c_{4\mu} \} \xi_\mu \\ \frac{d\xi_5}{dt} &= \varepsilon_2 \xi_5 - \omega_2 \xi_4 + \sum_{\mu=1}^5 \{ [1 - k(t)] b_{5\mu} + \sigma(t) c_{5\mu} \} \xi_\mu \end{aligned} \quad (5.9)$$

Коэффициенты $b_{j\mu}$ и $c_{j\mu}$ определяются формулами

$$b_{s1} = (-P_1^{(s)} g_{31} + P_2^{(s)} g_{41} - P_3^{(s)} g_{11} + P_4^{(s)}) \Omega_1$$

$$b_{s2} = (-P_1^{(s)} g_{32} + P_2^{(s)} g_{42} - P_3^{(s)} g_{12} + P_4^{(s)}) \Omega_1$$

$$b_{s3} = (-P_1^{(s)} g_{33} + P_2^{(s)} g_{43} - P_3^{(s)} g_{13}) \Omega_1$$

$$b_{s4} = (-P_1^{(s)} g_{34} + P_2^{(s)} g_{44} - P_3^{(s)} g_{14} + P_4^{(s)}) \Omega_1$$

$$b_{s5} = (-P_1^{(s)} g_{35} + P_2^{(s)} g_{45} - P_3^{(s)} g_{15}) \Omega_1 \quad (s = 1, \dots, 5)$$

$$c_{s\mu} = P_4^{(s)} g_{4\mu} \quad (s, \mu = 1, \dots, 5)$$

$$P_j^{(1)} = L_j/L, \quad P_j^{(2)} = (\lambda_1 M_j^{(1)} - \lambda_2 N_j^{(1)})/\lambda$$

$$P_j^{(3)} = -(\lambda_1 N_j^{(1)} + \lambda_2 M_j^{(1)})/\lambda, \quad P_j^{(4)} = (T_1 M_j^{(2)} - T_2 N_j^{(2)})/T$$

$$P_j^{(5)} = (T_1 N_j^{(2)} + T_2 M_j^{(2)})/T \quad (j = 1, \dots, 4)$$

В качестве функции Ляпунова примем функцию

$$V = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 \xi_i^2 \quad (i = 1, \dots, 5)$$

Ее производная по времени $\dot{V} = -\sum \xi_i (d\xi_i/dt)$ ($i = 1, \dots, 5$) после подстановки значений $d\xi_i/dt$ ($i = 1 \dots 5$) из уравнений (5.9) примет вид

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\kappa_1 \xi_1^2 - \varepsilon_1 (\xi_2^2 + \xi_3^2) - \varepsilon_2 (\xi_4^2 + \xi_5^2) - \\ & - \sum_{s=1}^5 \sum_{\mu=1}^5 \{ [1 - k(t)] b_{s\mu} + \sigma(t) c_{s\mu} \} \xi_s \xi_\mu \end{aligned} \quad (5.10)$$

Функция \dot{V} согласно выражению (5.10) представляет собой квадратичную форму и может быть представлена в таком виде

$$\begin{aligned} \dot{V} = & a_{11} \xi_1^2 + a_{22} \xi_2^2 + a_{33} \xi_3^2 + a_{44} \xi_4^2 + a_{55} \xi_5^2 + 2a_{12} \xi_1 \xi_2 + 2a_{13} \xi_1 \xi_3 + 2a_{14} \xi_1 \xi_4 + \\ & + 2a_{15} \xi_1 \xi_5 + 2a_{23} \xi_2 \xi_3 + 2a_{24} \xi_2 \xi_4 + 2a_{25} \xi_2 \xi_5 + 2a_{34} \xi_3 \xi_4 + 2a_{35} \xi_3 \xi_5 + 2a_{45} \xi_4 \xi_5 \end{aligned} \quad (5.11)$$

Коэффициенты квадратичной формы (5.11) линейно зависят от $k(t)$ и $\sigma(t)$. Условия асимптотической устойчивости состоят в том, чтобы \dot{V} была знакоопределенной положительной квадратичной формой. Для этого необходимо и достаточно, чтобы для любого момента времени t все главные диагональные миноры дискриминанта квадратичной формы (5.11) $D = |a_{ij}|$ ($i, j = 1 \dots 5$) были строго положительны. Эти условия позволяют определить область значений функций $k(t)$ и $\sigma(t)$, где собственные колебания гироскопа затухают. С помощью формул (3.4) и (3.6) отсюда найдутся соответствующие значениям $k(t)$ и $\sigma(t)$ безопасные для гироскопа параметры маневрирования корабля. Если эти параметры окажутся выше реализуемых на корабле данного типа, то поставленная здесь задача будет полностью решена.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булгаков Б. В. Прикладная теория гироскопов. М.: ГОНТИ, 1939. 47 с.
2. Ройтенберг Я. Н. Гироскопы. М.: Наука, 1966. 399 с.
3. Geckeler J. W. Kreiselmeehanik des Anschütz-Raumkompasses. Berlin, 1935. В. VI. Н. 4.
4. Ишлинский А. Ю. К теории гироскопа // ПИММ. 1956. Т. 20. Вып. 4. С. 487—492.
5. Четаев Н. Г. Устойчивость движения. М.: Гостехтеориздат, 1956. 174 с.
6. Малкин И. Г. Теория устойчивости движения. М.: Гостехтеориздат, 1952. 365 с.

Москва

Поступила в редакцию
26.III.1990