МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 2 • 1994

УДК 539.375

© 1994 г. В. М. КОРНЕВ, Ю. В. ТИХОМИРОВ

О КРИТЕРИИ ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ ТЕЛ С ТРЕЩИНОЙ ПРИ НАЛИЧИИ ДЕФЕКТА АТОМНОЙ РЕШЕТКИ

В работах [1, 2] В. В. Новожилов, рассматривая разрушение как дискретный процесс, предложил для оценки прочности хрупкого упругого твердого тела в окрестностях сингулярных точек поля напряжений осреднять последние в пределах одного атома. Выведенный таким путем критерий хрупкой прочности был применен в [2] к решению задачи Гриффитса о растяжении упругой плоскости, ослабленной разрезом конечной длины.

В общем случае упругой среды со структурой критерий Новожилова связан с некоторым согласованным параметром среды, характеризующим ее дискретность. Соответствующая формулировка критерия позволила оценить критические характеристики в ряде задач статического и динамического разрушения [3—9].

В [3] указывается, что при хрупком разрушении для сред с правильной структурой в качестве структурного параметра следует выбирать величину межатомного расстояния. Так поступил В. В. Новожилов [2], исходя из физических представлений об атомном строении твердых тел. В [10] его подход к разрушению и решение задачи Гриффитса были количественно проанализированы по схеме [2] на основе реалистичных центральных парных межатомных потенциалов и дискретно-континуальной модели трещины [11], отличной от использованной в [2] модели Леонова — Панасюка [12].

В [2, 10] среда (кристаллическая решетка) всюду вне единственного дефекта (трещины) считалась правильной (идеальной). Идя по пути приближения модели к тому, что в физике называют реальным кристаллом ([13], гл. 1), следует предположить присутствие в теле в определенной концентрации других структурных дефектов.

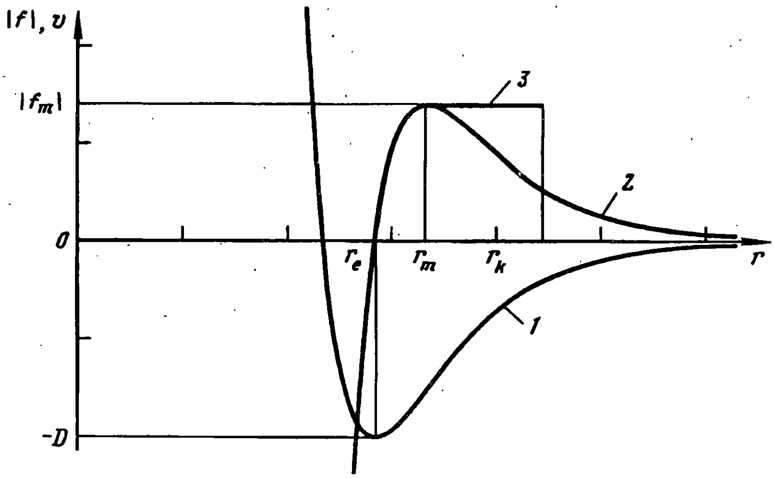
Влияние дефектов на прочность твердых тел общеизвестно. Представляет поэтому интерес рассмотреть их влияние на вид структурного критерия разрушения. Для этого, опираясь на решение задачи о трещине Гриффитса [10], найдем, к каким результатам приведет применение дискретного критерия прочности, если пределы осреднения напряжений в нем поставить в зависимость от наличия, размера и местоположения дефекта в окрестности края трещины.

1. Дискретно-континуальная модель тела с трещиной и решение задачи Гриффитса [10, 11]. В прямоугольной системе координат x_1, x_2, x_3 плоскость трещины $\{x_2 = 0\}$ проходит симметрично между двумя смежными параллельными атомными плоскостями твердого тела бесконечных размеров, разделяя его на однородные изотропные линейно упругие полупространства. Интенсивность F сил сцепления атомных плоскостей определяется взаимодействием только противолежащих атомов. Межатомное взаимодействие задается радиально симметричным центральным парным потенциалом $v(r)$, r — расстояние между центрами атомов. Типичные графики потенциальной функции $v(r)$ и абсолютной величины силы взаимодействия $|f(r)| = |-dv(r)/dr|$ для двух изолированных атомов представлены на фиг. 1 кривыми *1* и *2* соответственно.

Если считать, что рассматриваемые атомные плоскости имеют квадратную структуру и расстояние между центрами атомов — ближайших соседей в них равно r_e, то интенсивность

$$F(r) = r_e^{-2} f(r) = -r_e^{-2} dv(r)/dr \tag{1.1}$$

где расстояние r между плоскостями есть функция точки плоскости $\{x_2 = 0\}$. У



Фиг. 1

сплошного недеформированного тела без трещины $r = \mathrm{const} = r_e$ и $F = F(r_e) = 0$; приложение на бесконечности однородного растягивающего напряжения $\sigma_{22} = \sigma$, нормального к плоскости $\{x_2 = 0\}$, изменяет расстояние r до величины r_σ такой, что $F(r_\sigma) = -\sigma$.

Заметим, что напряжение σ вызывает деформацию сжатия $e = -(\nu/E)\,\sigma$ в направлениях x_1 и x_3, ν — коэффициент Пуассона, E — модуль Юнга. Если принять, что $\sigma = (0{,}01 - 0{,}1)\,\sigma_m$, $\nu = 1/3$ (значения, используемые в расчетах п. 3) и $\sigma_m = (0{,}2 - 0{,}5)\,E$ (σ_m – теоретическая прочность материала), то истинное значение единицы «атомной площади» $(1 - (\nu/E)\,\sigma)^2 r_e^2$ составит не менее $0{,}96 r_e^2$. Таким незначительным изменением пренебрежем, считая в дальнейшем единицей атомной площади величину r_e^2.

Если область $\Omega = \{-l \le x_1 \le l, -\infty < x_3 < \infty\}$ плоскости $\{x_2 = 0\}$ занимает трещина, раскрываемая действием напряжения σ, то в точках границы Ω (т. е. на концах трещины) $r = r_m$, $F = F_m = F(r_m) = r_e^{-2} f_m = -\sigma_m$, f_m — экстремальное значение силы f (см. фиг. 1). На достаточном удалении от концов трещины внутри ее r намного превосходит r_m, тогда как вне ее стремится к r_σ. В силу малости разности $r_m - r_\sigma$ в сравнении с r_m принимается $r = r_m$ всюду вне Ω. Вместе с тем распределение интенсивности F вне Ω весьма неоднородно, поэтому считается неизвестной функцией, зависящей уже только от положения точки в плоскости $\{x_2 = 0\}$. Внутри трещины неизвестно распределение r, но предполагается известным вид F как функции от r (формула (1.1)).

Решение в рамках описанной модели соответствующей двумерной граничной задачи линейной теории упругости (в условиях плоской деформации) дает зависящие от потенциала взаимодействия распределение нормальных напряжений σ_{22} на продолжении трещины и профиль ее раскрытия.

Нахождение точного решения задачи для сильно нелинейных реалистичных потенциальных функций чрезвычайно затруднительно, поэтому они частично линеаризуются в соответствии с подходом [2]. Вводится радиус обрезания r_k потенциальной функции и предполагается, что в пределах изменения r от r_m до r_k сила взаимодействия f постоянна и равна f_m (см. кривую 3 на фиг. 1); r_k тогда находится из условия $(r_k - r_m)\,f_m = \gamma$, где γ — плотность поверхностной энергии разрушения. Из наличия радиуса обрезания следует существование у концов трещины внутри нее участков $\{l_0 \le |x_1| \le l\}$ длины $\Delta = l - l_0$, на которых действуют постоянные по величине силы сцепления берегов.

С учетом этого распределение нормальных напряжений в плоскости $\{x_2=0\}$ вне трещины таково [10]:

$$\sigma_{22}(x_1, 0) = \sigma - \frac{2}{\pi}\frac{d}{dx_1}\left\{\frac{\pi\sigma}{2}\left(x_1 - \sqrt{x_1^2 - l^2}\right) - (\pi/2)\,\sigma_m (x_1 - l_0) + \right. \tag{1.2}$$

$$+ \sigma_m\sqrt{x_1^2 - l^2}\arccos(l_0/l) - \sigma_m\left[l_0 \arcsin\left(\left(\frac{x_1^2 - l^2}{x_1^2 - l_0^2}\right)^{1/2}\right) - \right.$$

$$\left.\left. - x_1 \arcsin\left(\frac{l_0}{l}\left(\frac{x_1^2 - l^2}{x_1^2 - l_0^2}\right)^{1/2}\right)\right]\right\}$$

при $x_1 > l$ (для определенности взят правый конец трещины).

Вследствие равенства $r(l_0) = r_k$ формула для раскрытия трещины $r(x_1)$ (см. в [10]) в предположении $\Delta/l \ll 1$ приводит при $x_1 = l_0$ к соотношению:

$$(\sigma/\sigma_m)\sqrt{2l/r_e} = (2/\pi)(\sqrt{a} + (\pi/4)(1-\nu^2)^{-1}\beta/\sqrt{a}) \tag{1.3}$$

Здесь $a = \Delta/r_e$, величина $\beta = \gamma E(r_e\sigma_m^2)^{-1}$ определяется исходным потенциалом взаимодействия.

В критическом состоянии трещины, согласно дискретному критерию прочности Новожилова [2];

$$\frac{1}{r_e}\int\limits_{l}^{l+r_e} \sigma_{22}(x_1, 0)\, dx_1 = \sigma_m \tag{1.4}$$

осреднение напряжений производится в пределах ближайшей к концу трещины пары атомов. Подставляя (1.2) в (1.4) при условиях $\Delta/l \ll 1$, $r_e/l \ll 1$ и сопоставляя результат с (1.3), имеем для определения a в критическом состоянии уравнение

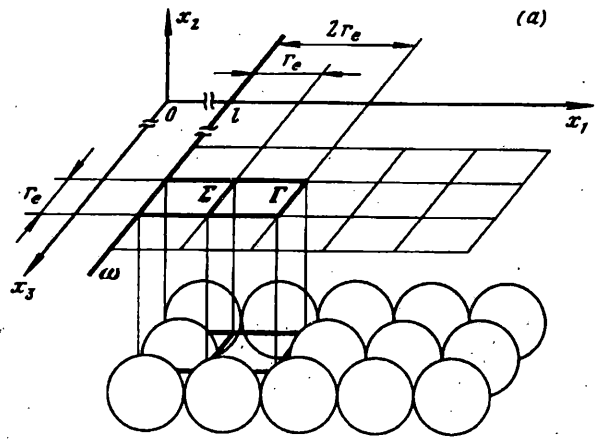
$$a + \sqrt{a}\,(1 + a)\arcsin((1 + a)^{-1/2}) = (\pi/4)(1-\nu^2)^{-1}\beta \tag{1.5}$$

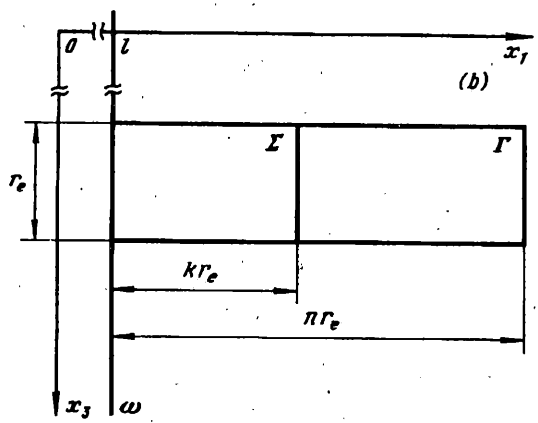
которое в паре с (1.3) позволяет найти предельные значения параметров задачи, обозначаемые в дальнейшем буквами с индексом N.

2. Дефект перед трещиной: модель, критерий локального разрушения и расчетные формулы. Предположим теперь, что одна или обе атомные плоскости, разделяемые трещиной, содержат перед ее краем (для определенности правым) локальный дефект, проявляющийся в отсутствии действия сил сцепления через соответствующий участок Г плоскости $\{x_2=0\}$ (фиг. 2). Это может быть, например, вакансия или кластер из нескольких вакансий [13]; расстояния между противоположными атомами из числа окаймляющих такой дефект даже с учетом релаксации превосходят введенный выше радиус обрезания линеаризованных потенциалов (составляющий (1,25—1,75) r_e для разных потенциалов).

Отвлекаясь в дальнейшем от физической природы вводимого дефекта, релаксацию атомов не будем учитывать. В силу точечного характера дефекта пренебрежем его влиянием на создаваемое трещиной поле напряжений, считая формулу (1.2) сохраняющей справедливость. Соотношения (1.3) введение дефекта не затрагивает.

Отсутствие сил сцепления на Г вызывает перераспределение нагрузки на атомные связи, пересекающие плоскость $\{x_2=0\}$ на соседних с Г участках. Это может привести к подаче сверхкритических усилий на ближайшие к краю трещины связи, следствием чего будет их разрыв и локальное продвижение трещины с образованием перегиба линии ω ее края (см. фиг. 2). Для фиксированной длины трещины $2l$ соответствующий критический уровень σ_* внешних напряжений σ может отличаться от рассчитываемого для бездефектного тела с трещиной [10].





Фиг. 2

Для упрощения количественного анализа будем считать, что границы дефектной области Г удалены в направлении x_1 на расстояния kr_e и nr_e от линии края трещины ω (на которой $x_1 = l$). Целые положительные числа k, n подчиняются соотношению $n \geq k \geq 1$, случай $n = k$ соответствует отсутствию дефекта. Протяженность дефекта в направлении x_1 (величину $(n - k)r_e$) будем называть, как у трещины, длиной, а в направлении x_2 — шириной, которую для простоты положим равной r_e. В дальнейшем ограничимся вполне реальной и в достаточной степени отвечающей нашим целям ситуацией, когда длина дефекта и его расстояние от трещины невелики, не более 3—4 межатомных расстояний r_e.

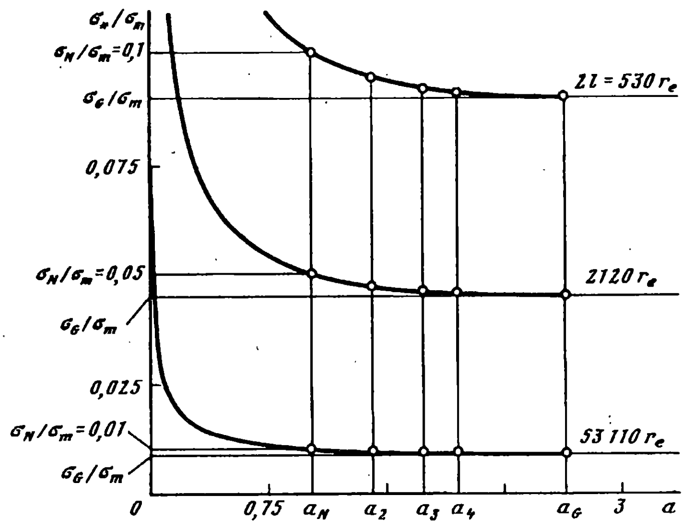
Если считать, что нагрузка, приходящаяся на Г, распределяется только по атомным связям, пересекающим область Σ (фиг. 2), то среднее значение нормальных напряжений на Σ равно

$$\langle\sigma_{22}\rangle_\Sigma = \frac{1}{kr_e^2} \iint\limits_{\Gamma\cup\Sigma} \sigma_{22}(x_1, 0, x_3)\, dx_1\, dx_3 \tag{2.1}$$

где kr_e^2 — площадь Σ. Условием разрушения на участке Σ будет

$$\langle\sigma_{22}\rangle_\Sigma \geq \sigma_m \tag{2.2}$$

при его выполнении трещина получает возможность локального продвижения сразу на всю область Σ до соединения с дефектом. Поскольку определяемое



Фиг. 3

формулой (1.2) распределение нормальных напряжений не зависит от x_3, условие разрушения (2.2) приобретает вид

$$\frac{1}{kr_e}\int\limits_{l}^{l+nr_e}\sigma_{22}(x_1, 0)\,dx_1 \geq \sigma_m \tag{2.3}$$

При $n=k=1$ имеем отсутствие дефекта и формулировку дискретного критерия разрушения В. В. Новожилова (1.4).

Для расчета предельных характеристик задачи применим схему [2, 10], изложенную в конце п. 1, заменив в ней критерий разрушения (1.4) на условие (2.3), взятое со знаком равенства. Подставив в него формулу (1.2), получаем (в предположении $\Delta/l \ll 1$, $r_e/l \ll 1$), что при заданной величине σ приложенных к телу напряжений критическая длина трещины $2l_*$ такова, что

$$(\sigma/\sigma_m)\sqrt{2l_*/r_e} = (2/\pi)[2\sqrt{a} + (1/\sqrt{n})(n+a)\arcsin((1+(a/n))^{-1/2}) -$$
$$- (\pi/2)(n-k)/\sqrt{n}\,] \tag{2.4}$$

Соотношение (1.3) при $l=l_*$ дает

$$(\sigma/\sigma_m)\sqrt{2l_*/r_e} = (2/\pi)[\sqrt{a} + (\pi/4)(1-\nu^2)^{-1}\beta/\sqrt{a}\,] \tag{2.5}$$

Сравнивая (2.4) и (2.5), имеем уравнение

$$a + \sqrt{a/n}\,((n+a)\arcsin((1+(a/n))^{-1/2}) -$$
$$- (\pi/2)(n-k)) = \pi\beta(1-\nu^2)^{-1}/4 \tag{2.6}$$

из которого, зная закон взаимодействия атомов (определяющий величину β), длину дефекта $(n-k)r_e$ и его удаление от конца трещины kr_e, можно отыскать $a=\Delta/r_e$. Критическая длина трещины $2l_*$ находится тогда из соотношения (2.5). Формулы (1.3), (2.6) позволяют решить и обратную задачу: определить по заданной длине трещины $2l$ критическую величину σ_* растягивающего напряжения σ.

Для дальнейшего важно будет установить характер функциональных зависимостей $\sigma_*(a)$ и $l_*(a)$, получаемых из (1.3) при фиксированных β, l и β, σ со-

n	1	2	3	4	
a	$a_N = 1{,}039$	1,448	1,728	1,948	$a_G = 2{,}651$
$\frac{2l_*}{r_e}$	530	470	450	440	430
	2120	1880	1800	1760	1720
	53110*	47025	44970	44000	43000

ответственно. Отметим прежде всего, что n и k не входят явно в (1.3). Далее, при

$$a = a_G = \pi\beta\,(1 - \nu^2)^{-1}/4 \tag{2.7}$$

правая часть (1.3) достигает минимума, причем на промежутке $(0, a_G)$ указанные функции убывают, а при $a > a_G$ возрастают, имея бесконечные пределы на концах области определения $(0, +\infty)$. Минимальные значения в точке a_G равны

$$\sigma_*(a_G) = \sigma_G = \left(\frac{4\gamma E}{\pi\,(1 - \nu^2)\,2l}\right)^{1/2} = \left(\frac{4\beta}{\pi\,(1 - \nu^2)(2l/r_e)}\right)^{1/2}\sigma_m \tag{2.8}$$

$$2l_*(a_G) = 2l_G = \frac{4\gamma E}{\pi\,(1 - \nu^2)\,\sigma^2} = \frac{4\beta r_e}{\pi\,(1 - \nu^2)(\sigma/\sigma_m)^2} \tag{2.9}$$

и суть не что иное, как критическое напряжение и критическая длина трещины по Гриффитсу. Графическое представление зависимости $\sigma_*(a)/\sigma_m$ дано на фиг. 3.

3. Обсуждение результатов расчетов. Расчеты по формулам (1.3), (2.6) проводились для потенциалов Морса

$$v(r) = D\,(\exp(-2\alpha\,(r - r_e)) - 2\exp(-\alpha\,(r - r_e))) \tag{3.1}$$

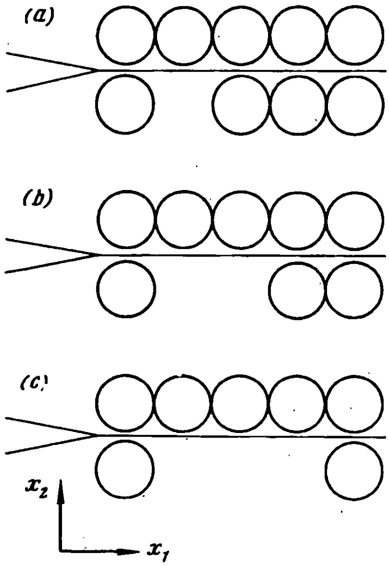
и Леннард — Джонса

$$v(r) = D\,((r_e/r)^{12} - 2\,(r_e/r)^6) \tag{3.2}$$

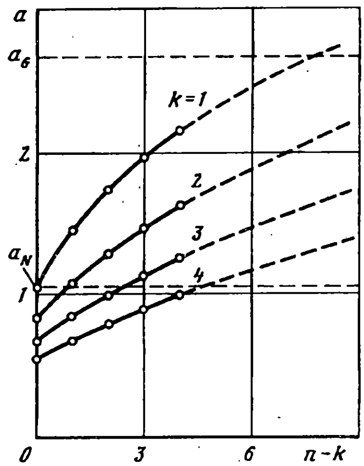
где D, α, r_e — параметры потенциалов; значения β равны соответственно 3 и 3,92 [10]. Коэффициент Пуассона ν считался равным 1/3.

В таблице приведены результаты расчета величины a и критической длины трещины $2l_*$ для потенциала Морса при $k = 1$, $n = 1, 2, 3, 4$ и тех же значениях отношения σ/σ_m, что брались в [10]: 0,1 (верхняя строка в графе $2l_*/r_e$); 0,05 (средняя строка); 0,01 (нижняя). Числа из первой колонки таблицы ($n = 1$) отвечают отсутствию дефекта и использованию критерия Новожилова (1.4), поэтому совпадают с найденными в [10] (звездочкой помечено уточненное значение). При $n \geq 2$ дефект длиной $(n - 1)r_e$ располагается на расстоянии r_e от края трещины, что схематически изображено на фиг. 4, *а, в, с* для $n = 2, 3, 4$ соответственно (для $n = 2$ см. также фиг. 2, *а*). Последняя колонка таблицы содержит значения a_G и $2l_G/r_e$, рассчитанные по формулам (2.7), (2.9). Как видно из таблицы, существенного изменения критической длины трещины не происходит даже при трехкратном превышении длиной дефекта его расстояния от трещины: величина $2l_*/r_e$ при $n = 4$ составляет приблизительно 83% от $2l_N/r_e$, вычисляемой по критерию Новожилова (1.4) при $n = 1$ (для потенциала Леннард — Джонса 85%), причем с ростом n темп понижения длины падает до совсем незначительного, а сама длина $2l_*$ приближается к гриффитсовскому значению $2l_G \approx 0{,}81\,(2l_N)$.

Если решать по формуле (1.3) обратную задачу нахождения для заданной длины трещины $2l$ критического внешнего напряжения σ_*, то последнее ведет



Фиг. 4



Фиг. 5

себя сходным образом. На фиг. 3 изображены кривые зависимости отношения σ_*/σ_m от a для потенциала Морса при безразмерных длинах трещины, взятых из первой колонки таблицы. Значения a_N, a_G, a_n ($n=2$, 3, 4) см. там же в соответствующей строке. Отношение σ_*/σ_m, равное σ_N/σ_m при $n=1$, с ростом n от 1 до 4 уменьшается всего на 9% (менее 8% при потенциале Леннард — Джонса). Отметим, что эти цифры оказываются завышенными вследствие предположения о перераспределении нагрузки с дефектной области Г целиком на область Σ.

Из (2.6) следует, что если при фиксированном расстоянии дефекта от трещины kr_e увеличивать длину дефекта $(n-k)r_e$, то значение a возрастает, приближаясь к a_G (см. фиг. 5, где штриховые линии отражают характер зависимости величины a от значений $n-k$, выходящих за рамки принятых в п. 2 ограничений). Для разных k и $n-k$ значения a могут оказаться как больше, так и меньше a_N, вычисленного с использованием критерия В. В. Новожилова (1.4). Обратимся снова к изображенной на фиг. 3 зависимости $\sigma_*(a)/\sigma_m$ и рассмотрим случай, когда $a > a_N$. График показывает, что тогда $\sigma_G < \sigma_*(a) < \sigma_N$, т. е. критическое напряжение, вычисленное по критерию (2.3), хотя и оказывается меньше σ_N, вычисленного «по Новожилову», однако отличается от него не более, чем на 10%, так как $\sigma_G \approx 0{,}9\sigma_N$. Этот случай имел место в представленных выше расчетах при $k=1$.

Если же $a < a_N$, то рассчитываемая по критерию (2.3) критическая нагрузка превышает σ_N. Так происходит, если $k > 1$ (фиг. 5). Поскольку осреднение напряжений в критерии (2.3) ведется тогда по двум или более атомным связям, очевидно, что одновременный разрыв нескольких связей перед трещиной требует приложения большей нагрузки, чем разрыв одной, как в критерии В. В. Новожилова (1.4). Критерий (2.3) в этом случае дает завышенный уровень критических напряжений.

Итак, в условиях данной задачи критерий хрупкой прочности в форме (2.3), учитывающий наличие, размер и расположение перед трещиной локального дефекта атомной решетки, приводит к величинам предельных характеристик, незначительно отличающимся в меньшую сторону от рассчитываемых по критерию В. В. Новожилова (1.4), а в ряде случаев и превышающим последние. Тем самым вполне оправданным будет применять в подобных модельных расчетах дискретный критерий хрупкой прочности В. В. Новожилова (1.4), используя учитывающий дефектность структуры критерий (2.3) для возможного уточнения результатов.

4. Диапазон возможных длин равновесных трещин и решеточный захват. По расчетной схеме, основывающейся на критерии разрушения (1.4), В. В. Новожиловым был выполнен для задачи Гриффитса расчет диапазона возможных длин равновесных трещин, соответствующего заданному уровню нагружения [2]. Аналогичный расчет был проделан в [7] для краевой трещины нормального отрыва. В обоих случаях указанный диапазон имеет вид интервала

$$2l_G < 2l < 2l_N \tag{4.1}$$

в обозначениях настоящей работы.

Из результатов п. 3 следует, что в рассмотренной задаче о теле с трещиной и дефектом нижней границей интервала длин также будет $2l_G$ — критическая длина трещины по Гриффитсу (2.9). Что касается верхней границы, то вследствие формы критерия разрушения (2.3) она зависит от характеризующих дефект чисел k и n. Если k и n таковы, что соответствующая им величина $a > a_N$ (фиг. 5), то верхней границей диапазона длин будет $2l_*(a)$. Если же $a < a_N$, то предельные характеристики задачи должны рассчитываться по критерию В. В. Новожилова, и диапазон длин имеет вид (4.1).

Как показано в [14, 15], схема В. В. Новожилова [2] позволяет наряду с диапазоном равновесных длин трещины при заданной нагрузке получить также интервал допустимых уровней нагрузки для заданной длины трещины: $\sigma_- < \sigma < \sigma_+$, где σ_+ — максимальная нагрузка, при которой трещина данной длины еще не распространяется, σ_- — минимальная нагрузка, при которой трещина еще не залечивается. Ранее Р. Томсон и другие, обнаружив существование подобного интервала в рассматривавшейся ими модельной задаче, ввели понятие решеточного захвата и его меры — отношения $R = \sigma_+/\sigma_-$ (см., например, [16]), представив R как некоторую характеристику материала.

Вычисления величины R проводились рядом исследователей на базе различных подходов. В частности, авторы [14, 15] рассчитали R на основе данных [2, 7] и получили, что эта величина в схеме В. В. Новожилова зависит от параметра β, определяемого моделью межатомного взаимодействия (см. пояснения к формуле (1.3)), что оправдывает рассмотрение R в качестве характеристики материала.

Фигурировавшие в [2] нереалистичные значения β были уточнены в [10] для межатомных потенциалов Морса и Леннард — Джонса (см. (3.1), (3.2)). Найдем для них величину R, сначала по схеме п. 1, а затем с учетом дефекта перед трещиной.

Имеем при условии (1.4): $\sigma_- = \sigma_G$, $\sigma_+ = \sigma_N$, σ_N находится из (1.3) при $a = a_N$, σ_G см. в (2.8). Используя связь (2.7) между β и a_G, получаем после преобразований

$$R = \sigma_N/\sigma_G = 1/2\left(\sqrt{a_N/a_G} + \sqrt{a_G/a_N}\right)$$

По данным таблицы определяем для потенциала Морса $R \approx 1{,}112$ (1,099 для потенциала Леннард — Джонса). Отметим, что найденные значения решеточного захвата, вычисленные на основе критерия прочности В. В. Новожилова, дискретно-континуальной модели тела с трещиной [11] и реалистичных потенциальных функций, хорошо согласуются с приводимыми в [15—16] результатами других исследований.

Если теперь вести расчеты с учетом дефекта, находя a в соответствии с критерием (2.3), при $a < a_N$ будем иметь по-прежнему $\sigma_+ = \sigma_N$ в силу неравенства $\sigma_*(a) > \sigma_N$, т. е. величина решеточного захвата в этом случае не изменяется. Если же $a > a_N$, то $\sigma_*(a) < \sigma_N$ и следует положить $\sigma_+ = \sigma_*(a)$, поэтому значение R уменьшится $R = \sigma_*(a)/\sigma_G = 0{,}5\left(\sqrt{a/a_G} + \sqrt{a_G/a}\right)$. Так, при $k = 1$, $n = 4$ и потенциале Морса R составит 1,098.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Новожилов В. В.* О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности//ПММ. 1969. Т. 33. Вып. 2. С. 212—222.
2. *Новожилов В. В.* К основам теории равновесных трещин в упругих телах//ПММ. 1969. Т. 33. Вып. 5. С. 797—812.
3. *Морозов Н. Ф.* Исследование разрушающей нагрузки для области, ослабленной вырезом в виде лунки//ДАН СССР. 1980. Т. 253. № 6. С. 1336—1338.
4. *Морозов Н. Ф., Семенов Б. Н.* Применение критерия хрупкого разрушения В. В. Новожилова при определении разрушающих нагрузок для угловых вырезов в условиях сложного напряженного состояния//Изв. АН СССР. МТТ. 1986. № 1. С. 122—126.
5. *Мовчан А. Б., Морозов Н. Ф., Назаров С. А.* О разрушении вблизи пикообразных включений при посадке с натягом///Пластичность и разрушение твердых тел: Сб. научных трудов. Сер. Прочность и вязкоупругопластичность. М.: Наука, 1988. С. 137—145.
6. *Мовчан А. В.* Хрупкое разрушение упругой плоскости, содержащей тонкий прямоугольный вырез//Вестн. ЛГУ. Сер. 1. Математика, механика, астрономия. 1988. Вып. 1. С. 63—67.
7. *Зорин И. С., Морозов Н. Ф., Чернышева Н. В.* О равновесных трещинах, выходящих на границу упругого тела//ФХММ. 1988. Т. 24. № 3. С. 63—68.
8. *Морозов Н. Ф., Петров Ю. В., Уткин А. А.* К расчету предельной интенсивности импульсных динамических нагрузок в механике трещин//Изв. АН СССР. МТТ. 1988. № 5. С. 180—182.
9. *Лебедев Д. Ф.* Хрупкое разрушение упругой составной плоскости с клиновидным вырезом//Изв. АН Арм. ССР. Сер. Механика. 1990. Т. 43. № 2. С. 12—22.
10. *Андреев А. В., Корнев В. М., Тихомиров Ю. В.* Обрыв атомных связей в вершине трещины. Потеря устойчивости участка цепочки атомов//Изв. РАН. МТТ. 1993. № 5. С. 135—146.
11. *Chan D. Y. C., Hughes B. D., White L. R.* A physically consistent theory of fracture in a brittle solid//J. Colloid and Interface Sci. 1987. V. 115. № 1. P. 240—259.
12. *Панасюк В. В.* Предельное равновесие хрупких тел с трещинами.— Киев: Наук. думка, 1968. 246 с.
13. *Предводителев А. А., Тяпунина Н. А., Зиненкова Г. М., Бушуева Г. В.* Физика кристаллов с дефектами. М.: МГУ, 1986. 238 с.
14. *Морозов Н. Ф., Паукшто М. В.* К вопросу о «решетчатом захвате»//ДАН СССР. 1988. Т. 299. № 2. С. 323—325.
15. *Морозов Н. Ф.* Проблемы хрупкого разрушения и их исследование методами теории упругости//Механика и научно-технический прогресс. Т. 3. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. С. 54—63.
16. Атомистика разрушения: Сб. статей 1983—1985 гг./Сост. А. Ю. Ишлинский. М.: Мир. 1987. 245 с.

Новосибирск

Поступила в редакцию 5.I.1994