

УДК 539.3:534.1

© 1994 г. Ю. Г. БАЛАКИРЕВ

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ СИСТЕМЫ УПРУГИЙ КОРПУС — ТОПЛИВНЫЕ МАГИСТРАЛИ — ДВИГАТЕЛИ ДЛЯ ЖИДКОСТНЫХ РАКЕТ ПАКЕТНОЙ КОМПОНОВКИ

Рассмотрены преобразования уравнений совместных колебаний упругого корпуса, топливных магистралей и двигателей жидкостных ракет пакетной компоновки, имеющих не менее двух плоскостей симметрии. Получены формулы для анализа фазовой и амплитудной устойчивости исследуемой системы.

1. Объектом исследования является жидкостная ракета, корпус которой состоит из центрального блока и нескольких одинаковых по своим инерционно-жестким характеристикам (и с одинаковыми двигателями и топливными магистралями) боковых блоков, расположенных по периферии центрального блока так, что имеется не менее двух плоскостей симметрии.

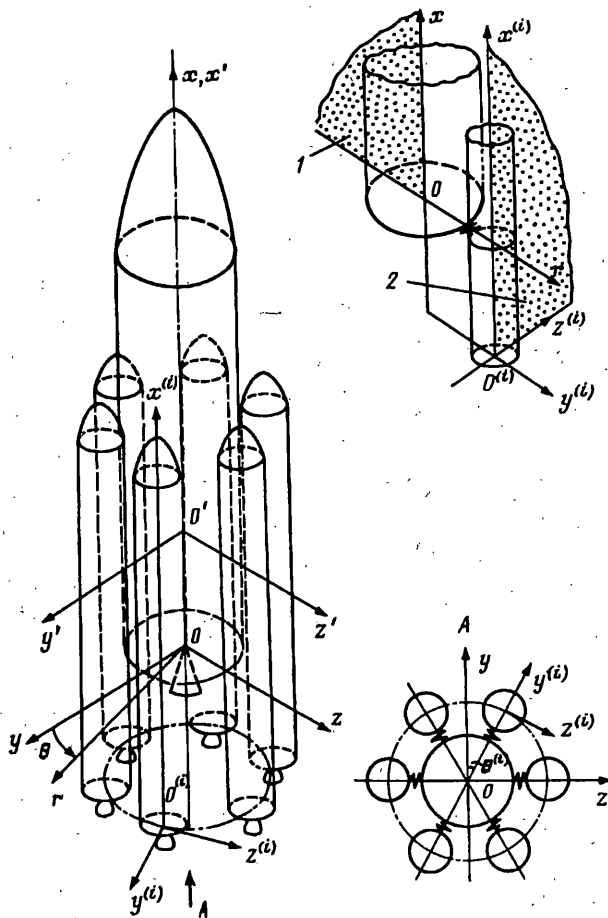
В качестве парциальных подсистем при анализе выделенного контура, как обычно [1], приняты: упругий корпус, расходные топливные магистрали, работающие на данном участке траектории двигателя, жидкость в топливных баках.

Динамика процессов в двигателях описывается дифференциальными уравнениями с отклоняющимся аргументом [2], которые в дальнейшем представляются в операторном виде. При анализе устойчивости контура корпус — магистрали — двигатели достаточно, чтобы были заданы амплитудно-фазо-частотные характеристики, связывающие колебания расходов и давлений компонентов топлива на входе в двигатели (отношение вариации расхода к вариации давления называется проводимостью или адмитансом, а обратная величина — импедансом двигателя), а также колебания давлений компонентов топлива и вариацию тяги двигателя (эти характеристики часто называются коэффициентами усиления).

Жидкость в топливных баках учитывается в рамках маятниковой модели, определение параметров которой описано во многих работах (см., например, [1]). При этом осесимметричными колебаниями жидкости обычно пренебрегается. В качестве двух взаимно перпендикулярных плоскостей, в которых рассматриваются колебания жидкости, выбраны радиальная (1) и тангенциальная (2) для пакета в целом плоскости, являющиеся (по предположению) осями симметрии бака и блока (фиг. 1).

Топливные магистрали ракеты схематизируются криволинейными стержнями. Скорость движения жидкости по магистрали считается пренебрежимо малой по сравнению со скоростью звука в ней. Радиальная податливость стенок трубы учитывается с помощью приведенной скорости звука. Частоты и формы топливной магистрали используются в качестве координатных функций при разложении давлений и перемещений (или приведенных объемов — произведений перемещений жидкости на площадь проходного сечения трубы).

Корпус ракеты схематизируется системой упругосоединенных между собой в дискретном числе сечений (поясов связей) стержней. Связь бокового блока с центральным в каждом поясе представляется в виде шести пружин, препятствующих относительным смещениям и поворотам соединяемых сечений



Фиг. 1

блоков. Расчетная схема каждого блока включает учет оболочечных колебаний топливных баков в виде системы осцилляторов, параметры которых определяются из решения задачи о колебаниях оболочки с жидкостью [3]. Отличительной особенностью ракет пакетной компоновки является пространственный характер форм упругих колебаний корпуса, при которых блоки совершают совместные изгибно-продольно-крутильные колебания. Вследствие этого в общем случае колебания в замкнутом контуре корпус — магистрали — двигатели связаны с работой системы управления ракетой. Вместе с тем рассмотрение свойств этого контура диктуется необходимостью изучения свойств ракеты как объекта управления, возможностью возникновения в контуре специфических видов неустойчивости, устранение которых эффективно достигается с помощью средств, традиционно применяемых при решении проблемы продольных колебаний тандемных ракет (например, с помощью аккумуляторов давления на входе в топливные насосы).

При исследовании свойств контура пренебрегается аэродинамическими силами, влияние которых на динамику полета анализируется на этапе рассмотрения устойчивости управляемого движения ракеты.

Известно, что при наличии двух и более плоскостей симметрии в спектре упругих колебаний корпуса можно выделить четыре независимых подспектра, каждый из которых характеризуется определенным типом колебаний центрального блока. Одна плоскость симметрии обычно совмещается с плоскостью тангажа ракеты.

При продольных колебаниях центрального блока (тип 1) боковые блоки совершают изгибно-продольные (бочкообразные) колебания в радиальных для пакета плоскостях с одинаковыми амплитудами. Второй и третий типы колебаний соответствуют изгибу центрального блока в плоскости тангажа и рыскания соответственно, боковые блоки при этом совершают совместные изгибно-продольно-крутильные колебания, симметричные относительно плоскости тангажа (тип 2) или относительно плоскости рыскания (тип 3) (амплитуды продольных и изгибных колебаний в радиальных направлениях пропорциональны косинусам азимутальных углов расположения бокового блока, отсчитываемых по окружности сечения центрального блока от плоскости тангажа для типа 2 или от плоскости рыскания для типа 3, а амплитуды крутильных и изгибных колебаний боковых блоков в тангенциальных для пакета плоскостях пропорциональны синусам азимутальных углов). Крутильные колебания центрального блока (тип 4) сопровождаются крутильно-изгибными колебаниями боковых блоков в тангенциальных для пакета плоскостях с одинаковыми амплитудами.

Если число боковых блоков не превышает трех, то этими подспектрами исчерпывается все многообразие форм колебаний корпуса. Если же $N > 3$, то дополнительно появляются $(N - 3)$ подспектра колебаний корпуса, при которых центральный блок неподвижен, а боковые блоки совершают изгибно-продольные колебания в радиальных плоскостях с разными амплитудами (в отличие от колебаний типа 1). и $(N - 3)$ подспектра колебаний, характеризующихся изгибно-крутильными колебаниями боковых блоков в тангенциальных плоскостях с разными амплитудами (в отличие от колебаний типа 4) при неподвижном центральном блоке. Частоты всех $(N - 3)$ подспектров каждой из совокупностей одинаковы, а амплитуды колебаний блоков определяются как фундаментальные решения однородной системы трех уравнений равновесия сил и моментов, действующих на центральный блок в поясе связей.

Уравнения колебаний в выделенном контуре при сделанных допущениях имеют вид:

$$\begin{aligned} \ddot{Q} + B_Q \dot{Q} + C_Q Q + A_{Qs_0^0} \ddot{S}_0^0 + \sum_n A_{Qs_n^f} \ddot{S}_n^f + A_{Qs_0^0} \ddot{S}_0^0 + \sum_n A_{Qs_n^0} \ddot{S}_n^0 + \\ + \sum_{i,n} (A_{QR_{ni}} \ddot{R}_{ni} + C_{QR_{ni}} R_{ni}) + \sum_{i,n} (A_{Q\tau_{ni}} \ddot{\tau}_{ni} + C_{Q\tau_{ni}} \tau_{ni}) = A_{Q\delta} \delta P \\ \ddot{S}_n^0 + B_{S_n^0} \dot{S}_n^0 + C_{S_n^0} S_n^0 + A_{S_n^0 s_0^0} \ddot{S}_0^0 + A_{S_n^0 Q} \ddot{Q} = 0 \\ \ddot{S}_n^f + B_{S_n^f} \dot{S}_n^f + C_{S_n^f} S_n^f + A_{S_n^f s_0^0} \ddot{S}_0^0 + A_{S_n^f Q} \ddot{Q} = 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\ddot{R}_{ni} + B_{R_{ni}} \dot{R}_{ni} + C_{R_{ni}} R_{ni} + A_{R_{ni} Q} \ddot{Q} + C_{R_{ni} Q} Q = 0$$

$$\ddot{\tau}_{ni} + B_{\tau_{ni}} \dot{\tau}_{ni} + C_{\tau_{ni}} \tau_{ni} + A_{\tau_{ni} Q} \ddot{Q} + C_{\tau_{ni} Q} Q = 0$$

$$\dot{S}_0^0 = C_{S_0^0 p_0} p_0 + C_{S_0^0 p_f} p_f, \quad \dot{S}_0^f = C_{S_0^f p_0} p_0 + C_{S_0^f p_f} p_f$$

$$p_0 = \sum_n C_{p_0 s_n^0} S_n^0, \quad p_f = \sum_n C_{p_f s_n^f} S_n^f, \quad \delta P = C_{P p_0} p_0 + C_{P p_f} p_f$$

где $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_{nq}\}^T$ — вектор обобщенных координат упругих колебаний корпуса, включающий и колебания ракеты как твердого тела; $S_n^0 = \{S_{n1}^0, \dots, S_{nN}^0\}^T$ ($n = \overline{1, n_{S_n^0}}$), $S_0^0 = \{S_{01}^0, \dots, S_{0N}^0\}^T$ — вектор обобщенных координат n -го тона колебаний жидкости в магистралях окислителя боковых блоков и вектор дополнительных обобщенных координат, введенных для учета сложного сопротивления на выходе из магистралей окислителя [4]; $S_n^f = \{S_{n1}^f, \dots, S_{nN}^f\}^T$ ($n = \overline{1, n_{S_n^f}}$), $S_0^f = \{S_{01}^f, \dots, S_{0N}^f\}^T$ — вектор обобщенных координат n -го тона колебаний жидкости в магистралях горючего боковых блоков и вектор дополни-

тельных обобщенных координат, введенных для учета сложного сопротивления на выходе из магистралей горючего; $R_{ni} = \{R_{ni1}, \dots, R_{niN}\}^T$ ($n = \overline{1, n_{R_{ni}}}$, $i = \overline{1, n_i}$), $\tau_{ni} = \{\tau_{ni1}, \dots, \tau_{niN}\}^T$ ($n = \overline{1, n_{\tau_{ni}}}$, $i = \overline{1, n_i}$) — векторы обобщенных координат n -го тона колебаний жидкости в одинаковых топливных баках боковых блоков, образующих i -й ярус, в радиальном и тангенциальном направлении соответственно; $p_o = \{p_{o1}, \dots, p_{oN}\}^T$ ($p_f = \{p_{f1}, \dots, p_{fN}\}^T$) — вектор обобщенных координат, характеризующий колебания давления окислителя (горючего) на входе в двигатели боковых блоков; $\delta P = \{\delta P_1, \dots, \delta P_N\}^T$ — вектор пульсаций тяги работающих двигателей.

В соответствии с выбранным способом формирования векторов обобщенных координат матрицы $A_{S_{iS_0}^f}$, $A_{S_{nS_0}^f}$, $C_{S_0p_o}$, $C_{S_0p_f}$, $C_{S_0p_o}^f$, $C_{S_0p_f}^f$, C_{Pp_o} , C_{Pp_f} являются диагональными. Топливные магистрали и двигатели боковых блоков одинаковы, а потому при неработающем двигателе центрального блока произведение этих матриц на вектор в системе (1.1) равно произведению диагонального элемента на соответствующий вектор. Диагональные элементы матриц $C_{S_0p_o}$, $C_{S_0p_f}$, $C_{S_0p_o}^f$, $C_{S_0p_f}^f$ пропорциональны проводимостям двигателей, а диагональные элементы матриц C_{Pp_o} , C_{Pp_f} пропорциональны коэффициентам усиления двигателей боковых блоков.

С использованием свойств симметрии конструкции представим вектор обобщенных координат Q в виде $Q = \{Q_l, Q_j, Q_t, Q_r, Q_c, Q_c\}^T$, где Q_l, Q_t, Q_r, Q_c — вектора обобщенных координат, характеризующих упругие колебания корпуса, соответствующие продольным, изгибным в плоскостях тангажа и рыскания, крутильным колебаниям центрального блока соответственно; Q_j, Q_c ($j = 1, 2, \dots, N - 3$; $N \geq 4$) — обобщенные координаты, характеризующие упругие колебания корпуса, соответствующие изгибно-продольным и изгибно-крутильным колебаниям боковых блоков при неподвижном центральном блоке.

Матрицы коэффициентов связи A_{Qs_0} , $A_{Qs_0}^f$, A_{Qs_n} , $A_{Qs_n}^f$, $C_{QR_{ni}}$, $A_{QR_{ni}}$, $A_{Q\delta}$ можно тогда записать так

$$A_{Qs_n} = A_{Qs_n}^o A_N \quad (1.2)$$

$$A_{Qs_n}^o = \begin{Bmatrix} A_{Qs_n}^{oo} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad A_{Qs_n} = \text{diag} \{A_{Ql} s_n, A_{Qj} s_n, A_{Qt} s_n, A_{Qc} s_n\}$$

а матрицы $A_{Q\tau_{ni}}$, $C_{Q\tau_{ni}}$ в виде

$$A_{Q\tau_{ni}} = A_{Q\tau_{ni}}^o A_N \quad (1.3)$$

$$A_{Q\tau_{ni}}^o = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ A_{Q\tau_{ni}}^{oo} \end{Bmatrix}, \quad A_{Q\tau_{ni}}^{oo} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & A_{Q\tau_{ni}}^{(r)} \\ 0 & 0 & A_{Q\tau_{ni}}^{(l)} & 0 \\ 0 & A_{Q\tau_{ni}}^{(c)} & 0 & 0 \\ A_{Q\tau_{ni}}^{(c)} & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

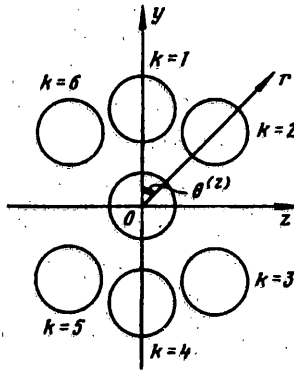
Аналогичные выражения существуют для матриц $A_{S_{iQ}}$, $A_{S_{nQ}}^f$, $A_{R_{niQ}}$, $C_{R_{niQ}}$:

$$A_{S_{iQ}} = A_N^T A_{S_{iQ}}^o, \quad A_{S_{iQ}}^o = \parallel A_{S_{iQ}}^{oo} \ 0 \ 0 \parallel \quad (1.4)$$

$$A_{S_{iQ}}^{oo} = \text{diag} \{A_{S_{iQ}}^{(l)}, A_{S_{iQ}}^{(j)}, A_{S_{iQ}}^{(t)}, A_{S_{iQ}}^{(r)}\}$$

и для матриц $A_{\tau_{niQ}}$, $C_{\tau_{niQ}}$:

$$A_{\tau_{niQ}} = A_N^T A_{\tau_{niQ}}^o, \quad A_{\tau_{niQ}}^o = \parallel 0 \ 0 \ A_{\tau_{niQ}}^{oo} \parallel \quad (1.5)$$



Фиг. 2

$$A_{\tau_{ni} \Omega}^{\circ} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & A_{\tau_{ni} \Omega c}^{(j_c)} \\ 0 & 0 & A_{\tau_{ni} \Omega c}^{(j_c)} & 0 \\ 0 & A_{\tau_{ni} \Omega r}^{(j_r)} & 0 & 0 \\ A_{\tau_{ni} \Omega t}^{(j_t)} & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Верхний индекс T в формулах (1.4), (1.5) обозначает операцию транспонирования матрицы, а величины j_1, j_2, \dots, j_c — меньший номер блока из участвующих в колебаниях данного вида.

Элементами матрицы A_N (размерность $N \times N$) являются коэффициенты соотношений форм колебаний боковых блоков для различных типов колебаний пакета в целом.

В частности, для ракеты с шестью боковыми блоками имеем (см. фиг. 2):

$$A_N = \begin{vmatrix} A_3 & -A_3 \\ B_3 & -B_3 \end{vmatrix} \quad (1.6)$$

$$A_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & -0,5 & -0,5 \end{vmatrix}, \quad B_3 = \begin{vmatrix} 1 & -0,5 \cos^{-1} \theta^{(2)} & 0,5 \cos^{-1} \theta^{(2)} \\ 1 & \cos \theta^{(2)} & -\cos \theta^{(2)} \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

При равномерном распределении боковых блоков по периферии центрального блока имеем $\theta^{(2)} = \pi/3$ и $\cos \theta^{(2)} = 0,5$.

Если провести преобразование обобщенных координат $S_0^{\circ}, S_0^f, S_n^{\circ}, S_n^f, R_{ni}, \tau_{ni}, p_o, p_f, \delta P$ с помощью соотношений вида:

$$\bar{S}_n^{\circ} = B_N S_n^{\circ}, \quad B_N = (A_N^T)^{-1} \quad (1.7)$$

исходная система уравнений (1.1) распадается на $(2N-2)$ независимые подсистемы.

Матрица B_N при любом N вычисляется достаточно просто с учетом ортогональных свойств форм колебаний выделенных подспектров колебаний корпуса, в силу которых

$$A_N A_N^T = D_N \quad (1.8)$$

где D_N — диагональная матрица.

В случае ракеты с шестью боковыми блоками

$$D_N = \text{diag} \{6, 4, 3, 2 + \cos^{-2} \theta^{(2)}, 2 + 4 \cos^2 \theta^{(2)}, 4\} \quad (1.9)$$

Матрицу преобразования B_N можно выбрать бесчисленным количеством спо-

совов. Выбранный в данной работе способ задания сохраняет одинаковыми часть коэффициентов системы (1.1) и выделенных подсистем.

Количество независимых подсистем, связанных с колебаниями магистралей и двигателей одного обобщенного бокового блока, равно количеству боковых блоков N . Вид этих подсистем с точки зрения исследования устойчивости идентичен. В частности, подсистема, соответствующая подспектру колебаний корпуса первого типа (продольные колебания центрального блока) имеет вид:

$$\begin{aligned} \ddot{Q}_l + B_{Q_l} \dot{Q}_l + C_{Q_l} Q_l + A_{Q_l S_{0l}} \ddot{S}_{0l} + \sum_n A_{Q_l S_{nl}} \ddot{S}_{nl} + A_{Q_l S'_{0l}} \ddot{S}'_{0l} + \\ + \sum_n A_{Q_l S'_{nl}} \ddot{S}'_{nl} + \sum_{l, n} (A_{Q_l R_{nl}} \ddot{R}_{nl} + C_{Q_l R_{nl}} R_{nl}) = A_{Q_l \delta P_1} \delta P_1 \\ \ddot{S}_{nl} + B_{S_{nl}} \dot{S}_{nl} + C_{S_{nl}} S_{nl} + A_{S_{nl} S_{0l}} \ddot{S}_{0l} + A_{S_{nl} Q_l} \ddot{Q}_l = 0 \\ \ddot{S}'_{nl} + B_{S'_{nl}} \dot{S}'_{nl} + C_{S'_{nl}} S'_{nl} + A_{S'_{nl} S'_{0l}} \ddot{S}'_{0l} + A_{S'_{nl} Q_l} \ddot{Q}_l = 0 \end{aligned} \quad (1.10)$$

$$\dot{S}_{0l} = C_{S_{0l} p_{ol}} p_{ol} + C_{S_{0l} p_{fl}} p_{fl}, \quad \dot{S}'_{0l} = C_{S'_{0l} p_{ol}} p_{ol} + C_{S'_{0l} p_{fl}} p_{fl}$$

$$\ddot{R}_{nl} + B_{R_{nl}} \dot{R}_{nl} + C_{R_{nl}} R_{nl} + A_{R_{nl} Q_l} \ddot{Q}_l + C_{R_{nl} Q_l} Q_l = 0$$

$$p_{ol} = \sum_n C_{p_{ol} S_{nl}} S_{nl}, \quad p_{fl} = \sum_n C_{p_{fl} S'_{nl}} S'_{nl}$$

$$\delta P_1 = C_{P_1 p_{ol}} p_{ol} + C_{P_1 p_{fl}} p_{fl}$$

Отметим, что в уравнениях (1.10) S_{0l} , S'_{0l} , S_{nl} , S'_{nl} , R_{nl} , p_{ol} , p_{fl} , δP_1 — обобщенные координаты, которые являются первыми компонентами векторов новых обобщенных координат \bar{S}_0 , \bar{S}'_0 , \bar{S}_n , \bar{S}'_n , \bar{R}_n , \bar{p}_o , \bar{p}_f , $\delta \bar{P}$.

Подсистемы уравнений, содержащие векторы Q_c , Q_{cf} , не связаны с динамикой процессов в двигателях. При введенных допущениях они описывают устойчивые объекты и не нуждаются в исследовании устойчивости.

В том случае, когда одновременно работают двигатели центрального и боковых блоков, уравнения динамики топливных магистралей и двигателя центрального блока входят только в подсистему (1.10), которая в этом случае оказывается двухзамкнутой, в то время как остальные подсистемы, связанные с динамикой двигателей, остаются однозамкнутыми.

Подсистема (1.10) обычно не связана с работой системы управления ракетой, и ее исследование идентично по своей идее анализу устойчивости продольных колебаний тандемной ракеты. Особенностью этой подсистемы является наличие уравнений колебаний жидкости в баках боковых блоков.

Для пакетной ракеты кроме анализа подсистемы (1.10) необходимо исследовать устойчивость и остальных подсистем, связанных с работой двигателей. Причем, может оказаться, что именно эти остальные подсистемы предъявляют наиболее жесткие требования к выбору параметров устройств, обеспечивающих устойчивость контура корпус — магистрала — двигателя.

Подсистемы, содержащие вектора Q_{lf} , по своей физической сути одинаковы, имеют совпадающие частоты и описывают колебания бокового блока с работающим двигателем, закрепленного на неподвижном центральном блоке. А потому достаточно исследовать лишь одну из этих подсистем.

В случае совпадения подспектров колебаний пакета при изгибе центрального блока в плоскостях тангажа и рыскания достаточно исследовать лишь одну из подсистем, содержащих векторы Q_l и Q_f .

Таким образом, при анализе устойчивости контура корпус — магистрала — двигателя количество исследуемых подсистем не превышает четырех при любом количестве боковых блоков.

Наличие кратных частот упругих колебаний корпуса пакетной ракеты существенно усложняет алгоритмы расчета собственных частот упругих колебаний.

2. Исследование устойчивости выделенного контура может быть выполнено с помощью частотного критерия Найквиста. Вместе с тем для ракеты пакетной компоновки можно получить приближенные формулы для корней замкнутой системы, аналогичные известным формулам для тандемной ракеты (см., например, [1]).

При этом пренебрегается колебаниями жидкости в одной из магистралей (обычно в магистрали горючего) каждого блока, учитывается один тон колебаний каждой магистрали.

В координатной форме уравнения колебаний в контуре корпус — магистрали — двигателя при сделанных допущениях запишутся в виде:

$$\ddot{q}_j + \varepsilon_{qj} \dot{q}_j + \omega_{qj}^2 q_j + \sum_k a_{qj s_{0k}} \ddot{s}_{0k} + \sum_k a_{qj s_k} \ddot{s}_k = \sum_k a_{qj p_k} \delta P_k$$

$$\ddot{s}_k + \varepsilon_{s_k} \dot{s}_k + \omega_{s_k}^2 s_k + a_{s_k s_{0k}} \ddot{s}_{0k} + \sum_{j=0}^{n_q} a_{s_k q_j} \ddot{q}_j = 0$$

$$\dot{s}_{0k} = \frac{1}{\bar{\gamma}_{ok}} W_{\gamma_{ok} p_{ok}} p_{ok}, \quad p_{ok} = p_{s_k}(0) s_k, \quad \delta P_k = -W_{\delta p_{ok} p_{ok}} p_{ok} \quad (2.1)$$

В уравнениях (2.1) приняты следующие обозначения: q_j , ω_{qj} , ε_{qj} ($j = \overline{0, n_q}$) — обобщенная координата, частота и коэффициент демпфирования j -го тона упругих колебаний корпуса ($j=0$, $\varepsilon_{q0} = \omega_{q0} = 0$ соответствует колебаниям ракеты как твердого тела); s_k , ω_{s_k} , ε_{s_k} — обобщенная координата, частота и коэффициент демпфирования основного тона колебаний топливной магистрали k -го блока; p_{ok} , δP_k — вариация давления компонента топлива на входе в насос и вариация тяги двигателя k -го блока; $\bar{\gamma}_{ok}$ — удельный вес компонента топлива k -го блока; s_{0k} — дополнительная координата, учитывающая сложное сопротивление на выходе из магистрали k -го блока; $p_{s_k}(0)$ — модальное значение вариации давления компонента топлива на входе в насос для основного тона колебаний магистрали k -го блока; $W_{\gamma_{ok} p_{ok}}$, $W_{\delta p_{ok} p_{ok}}$ — передаточные функции (проводимость и коэффициент усиления) двигателя k -го блока.

Обозначения коэффициентов в уравнениях (2.1) в основном следуют обозначениям в [1], индекс k обозначает номер блока в принятой нумерации.

При определении корней характеристического уравнения системы (2.1) будем пренебрегать сдвигом частот замкнутой системы (мнимых частей корней) относительно соответствующих парциальных значений. После преобразования уравнений (2.1) по Лапласу при нулевых начальных условиях в характеристическое уравнение подставляется $p = \alpha + i\omega$ (p — трансформанта Лапласа, α и ω — действительная и мнимая части корня) и разделяются действительные и мнимые части. Так как обычно $\alpha \ll \omega$, то влиянием α на величину ω пренебрегается и в соотношениях удерживаются члены, содержащие α в степени, не выше первой.

Значение параметра ракеты (декремента упругих колебаний корпуса, частоты основного тона колебаний магистрали или коэффициента усиления двигателя) на границе устойчивости соответствующего корня определяется из соотношений, полученных при $\alpha = 0$.

Значение декремента данного тона упругих колебаний корпуса на границе его устойчивости вычисляется из соотношений:

$$\Delta_{qj} = -\pi \sum_k a_{s_k q_j} \frac{-L_{1j}^{(k)}(\omega_{qj}) b_s^{(k)}(\omega_{qj}) + L_{2j}^{(k)}(\omega_{qj}) c_s^{(k)}(\omega_{qj})}{[c_s^{(k)}(\omega_{qj})]^2 + [b_s^{(k)}(\omega_{qj})]^2}$$

$$c_s^{(k)}(\omega) = \omega_{sk}^2 - \omega^2 + a_{sk^*0k} p_{sk}(0) \frac{\operatorname{Im} W_{\gamma_{ok} p_{ok}}(\omega)}{\gamma_{ok}} \omega \quad (2.2)$$

$$b_s^{(k)}(\omega) = \varepsilon_{sk} \omega + a_{sk^*0k} p_{sk}(0) \frac{\operatorname{Re} W_{\gamma_{ok} p_{ok}}(\omega)}{\gamma_{ok}} \omega$$

$$L_{lj}^{(k)}(\omega) = -a_{qj^*sk} \omega^2 + a_{qj^*0k} p_{sk}(0) \frac{\operatorname{Im} W_{\gamma_{ok} p_{ok}}(\omega)}{\gamma_{ok}} \omega + a_{qj^*sk} p_{sk}(0) \operatorname{Re} W_{\delta p_{k} p_{ok}}(\omega)$$

$$L_{2j}^{(k)}(\omega) = a_{qj^*0k} p_{sk}(0) \frac{\operatorname{Re} W_{\gamma_{ok} p_{ok}}(\omega)}{\gamma_{ok}} \omega + a_{qj^*sk} p_{sk}(0) \operatorname{Im} W_{\delta p_{k} p_{ok}}(\omega)$$

Значения декрементов колебаний жидкости в топливных магистралях на границе устойчивости соответствующего корня определяются по формулам:

$$\Delta_{sk} = \frac{-\pi}{\omega_{sk}^*} \left[a_{sk^*0k} p_{sk}(0) \frac{\operatorname{Re} W_{\gamma_{ok} p_{ok}}(\omega_{sk}^*)}{\gamma_{ok}} - \omega_{sk}^* \sum_n a_{skqn} \operatorname{Im} Q_n(\omega_{sk}^*) \right]$$

$$[\omega_{sk}^*]^2 = \omega_{sk}^2 - a_{sk^*0k} p_{sk}(0) \omega_{sk} \frac{\operatorname{Im} W_{\gamma_{ok} p_{ok}}(\omega_{sk})}{\gamma_{ok}} - \omega_{sk}^2 \sum_n a_{skqn} \operatorname{Re} Q_n(\omega_{sk})$$

$$\operatorname{Re} Q_n(\omega) = \frac{L_{1n}^{(k)}(\omega) c_{ns}(\omega) + L_{2n}^{(k)}(\omega) b_{ns}(\omega)}{c_{ns}^2 + b_{ns}^2} \quad (2.3)$$

$$\operatorname{Im} Q_n(\omega) = \frac{-L_{1n}^{(k)}(\omega) b_{ns} + L_{2n}^{(k)}(\omega) c_{ns}(\omega)}{c_{ns}^2 + b_{ns}^2}$$

$$c_{ns}(\omega) = \omega_{qn}^2 - \omega^2, \quad b_{ns}(\omega) = \varepsilon_{qn} \omega$$

Суждение об устойчивости рассматриваемой системы выносится по результатам сопоставления значений параметров ракеты на границе устойчивости с располагаемыми значениями. Если значение Δ_{qj} или Δ_{sk} , вычисленное по формулам (2.2), (2.3), превышает располагаемое значение, то исследуемая система неустойчива.

При $k=1$ из формул (2.1), (2.3) следуют соотношения для анализа устойчивости подсистем типа (1.10) и устойчивости продольных колебаний тандемной ракеты.

При решении проблемы устойчивости контура корпус — магистрали — двигателя следует исходить из условия обеспечения амплитудной устойчивости. На языке частотных характеристик это означает, что при устойчивой разомкнутой системе все пики на амплитудно-частотной характеристике должны быть меньше единицы. Эти пики реализуются на частотах системы, которые мало отличаются от соответствующих парциальных значений.

Пренебрегая этим отличием, получим следующее условие амплитудной устойчивости на частотах данного тона упругих колебаний корпуса:

$$\Delta_{qj} > \pi \sum_k \frac{|p_{sk}(0) a_{skqj} a_{qj^*sk} W_{\delta p_{k} p_{ok}}(\omega_{qj})|}{[(\varepsilon_{sk}^* \omega_{qj})^2 + [(\omega_{sk}^*)^2 - \omega_{qj}^2]^2]^{1/2}} \quad (2.4)$$

В формуле (2.4) в соответствии с работой [1] влияние проводимости двигателя учтено введением эквивалентных частот ω_{sk}^* и коэффициентов демпфирования ε_{sk}^* колебаний в топливных магистралях. При $k=1$ из (2.4) следует соотношение для тандемной ракеты.

Из условия амплитудной устойчивости объемную податливость аккумулятора

давления на входе в насос, необходимую для обеспечения устойчивости продольных колебаний тандемной ракеты можно оценить по формуле:

$$\left| \frac{dV}{dp} \right| > \frac{F}{\rho l' \omega_{qj}^2} \left(1 + \frac{\pi}{\Delta_{qj}} |\bar{p}_s(0) a_{qj} \delta a_{sqj} W_{\delta p p_0}(\omega_{qj})| \right), \quad p_s(0) = \bar{p}_s(0) \omega_s^2 \quad (2.5)$$

где F , l' , ρ — площадь сечения, длина магистрали и плотность жидкости в ней.

Для подсистемы (1.10) можно получить более простое соотношение. В том случае, когда масса каждого бокового блока близка к массе центрального блока и низшая частота упругих колебаний корпуса в подспектре, соответствующем продольным колебаниям центрального блока, на начальных секундах полета в основном определяется жесткостью связи c , препятствующей относительным продольным смещениям блоков, необходимую объемную податливость аккумулятора давления можно оценить по формуле:

$$\left| \frac{dV}{dp} \right| > \frac{F}{\rho l' c} \frac{M_c + M_l}{M_c + NM_l} \left[1 + \frac{\pi}{\Delta_q} \frac{|W_{\delta p p_0}(\omega_q)|}{M_c + NM_l} \frac{\rho (h + l') M_c}{NM_l} \right] \quad (2.6)$$

где M_c и M_l — масса центрального и бокового блока соответственно, N — количество боковых блоков, h — высота столба жидкости в баке (окислителя) бокового блока.

Сопоставление результатов расчета по формуле (2.6) с более точными расчетами с использованием формулы (2.5) и с данными анализа устойчивости с помощью частотного метода показывает возможность использования этой формулы на ранних стадиях проектирования ракеты.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93.013.16509).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рабинович Б. И. Введение в динамику ракет носителей космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1975. 416 с.
2. Гликман Б. Ф. Автоматическое регулирование жидкостных ракетных двигателей. М.: Машиностроение, 1974. 396 с.
3. Григолюк Э. И., Горшков А. Г., Шклярчук Ф. Н. Об одном методе расчета колебаний жидкости, частично заполняющей упругую оболочку вращения // Изв. АН СССР. МЖГ. 1968. № 3. С. 74—80.
4. Шмаков В. П. Построение корректирующих функций в методе Бубнова — Галеркина // Изв. АН СССР. МТТ. 1981. № 2. С. 80—92.

Москва

Поступила в редакцию
10.1.1994