

**МЕХАНИКА  
ТВЕРДОГО ТЕЛА**

**№ 1 • 1994**

**УДК 539.375**

© 1994 г. В. Л. ДАНИЛОВ, С. В. ЗАРУБИН

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ФРОНТА РАЗРУШЕНИЯ  
В ЗАТВЕРДЕВАЮЩЕМ ТЕЛЕ**

В настоящее время для описания хрупкого разрушения металлических материалов при высоких температурах широко используется концепция непрерывного накопления рассеянных повреждений. В простейшем варианте теории [1] в качестве меры поврежденности материала принимается некоторая скалярная функция и предполагается, что процесс накопления повреждений не влияет на скорость деформации ползучести. При достижении функцией поврежденности критического значения происходит местное разрушение в некоторой точке (области) тела. Как показано в [2–4] такой подход является эффективным при анализе образования внутренних кристаллизационных трещин в заготовках или изделиях из металлических сплавов, получаемых различными способами литья, жидкотекущим литьем, а также — трещин в сварных соединениях.

Образование дефектов макроструктуры в виде кристаллизационных трещин связано прежде всего с деформированием металла в двухфазном состоянии и, в результате этого, с хрупким межкристаллитным разрушением по жидким прослойкам между формирующими кристаллитами. Причем, часто в реальном технологическом процессе избежать появления таких дефектов не удается. Поэтому приходится ставить задачу о допустимом количестве и размерах дефектов в литьй структуре получаемого металла, т. е. о качестве отливки или сварного шва. Качество изделия, по-видимому, необходимо увязывать прежде всего с закономерностями роста трещин, а не их зарождения. Строгий анализ развития кристаллизационных дефектов в объектах такого рода с позиций механики трещин провести крайне трудно. Однако в первом приближении стадию распространения можно описать, введя понятие о движущемся фронте разрушения [1], который отделяет разрушенную и неспособную воспринимать нагрузку область от поврежденной, но неразрушенной области тела.

В данном случае постановка и решение задачи по определению напряженно-деформированного состояния затвердевающего тела практически одинакова, как для стадии скрытого разрушения, так и для стадии распространения разрушения. Но при этом утрачивается возможность анализа некоторых особенностей картины разрушения, связанных с характерными размерами и количеством образовавшихся дефектов. В данной работе сделана попытка связать расчётные результаты, основанные на схеме рассеянного разрушения, с конкретными технологическими показателями качества получаемого изделия.

1. Характерной особенностью затвердевающих тел является то, что в процессе деформирования и разрушения они меняют свою конфигурацию. Математическая формулировка задачи определения напряженно-деформированного состояния таких тел с подвижными границами достаточно хорошо разработана (см., например, [5, 6]). Поэтому остановимся на основных уравнениях модели поведения материала применительно к литью и сварке металлических сплавов. В связи с тем, что материал затвердевающего тела находится в условиях нестационарного температурного поля и интенсифицирующихся при высоких температурах процессов ползучести, скорости полных деформаций представим в виде

$$\xi_{ij} = \xi_{ij}^e + \xi_{ij}^T + \xi_{ij}^c \quad (1)$$

причем для скоростей упругих  $\xi_{ij}^e$  и температурных  $\xi_{ij}^T$  деформаций имеем

$$\xi_{ij}^e = \frac{d}{dt} \left[ \frac{1 + v(T)}{E(T)} \sigma_{ij} - \frac{v(T)}{E(T)} \delta_{ij} \sigma_{kk} \right] \quad (2)$$

$$\xi_{ij}^T = \delta_{ij} \alpha_T(T) \frac{dT}{dt} \quad (3)$$

где  $v$  и  $E$  — коэффициент Пуассона и модуль упругости, зависящие от температуры  $T$ ,  $\alpha_T$  — коэффициент линейного расширения.

Связь скоростей деформаций ползучести с напряжениями  $\sigma_{ij}$  запишем в виде

$$\xi_{ij}^c = \frac{3}{2} \frac{\xi_e^c}{\sigma_e} (\sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk}) \quad (4)$$

где  $\xi_e^c$  и  $\sigma_e$  — интенсивности скоростей деформаций ползучести и напряжений

$$\xi_e^c = (2/3 \xi_{ij}^c \xi_{ij})^{1/2}, \quad \sigma_e = [3/2 (\sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_{kk}/3) (\sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_{kk}/3)]^{1/2}$$

связанные некоторой зависимостью

$$\xi_e^c = f(\sigma_e, T) \quad (5)$$

Кристаллизационные трещины, как правило, возникают в так называемом температурном интервале хрупкости [7]. Верхняя граница интервала — температура переплетения и срастания дендритов в кристаллический каркас, а нижняя — температура реального солидуса, которая может быть на 100...150 К меньше температуры равновесного солидуса. Учитывая, что экспериментальные данные по разрушению сплавов в интервале хрупкости весьма ограничены, оправданным является применение простейших теорий длительной прочности. Процесс трещинообразования может быть описан путем введения функции повреждения в точке тела на основе принципа линейного суммирования повреждений

$$\omega(t) = \int_{t_0}^t \frac{dt}{t_*^*(t)} \quad (6)$$

где  $t_0$  — момент времени начала деформирования (для конкретного элементарного объема тела — момент затвердевания). Функция  $\omega$  изменяется от 0 до 1, причем  $\omega = 1$  является условием разрушения.

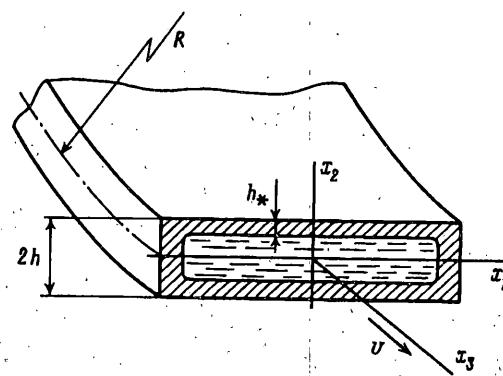
Для описания экспериментальных данных в условиях одноосного напряженного состояния при постоянных напряжении и температуре используем выражение

$$t_*^* \xi^c = \varepsilon_*^*(T) \quad (7)$$

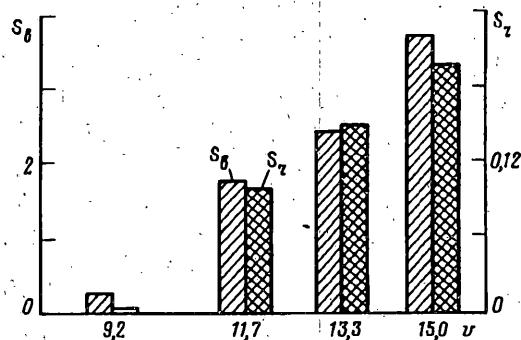
где  $\xi^c$  — минимальная скорость деформации ползучести,  $t_*^*$  — время до разрушения образца. В температурном интервале хрупкости деформационная способность металлических сплавов резко падает [7—9] и параметр  $\varepsilon_*$  может уменьшаться до нескольких десятых долей процента. Разрушение металла в этом температурном интервале носит чисто хрупкий характер, причем металлографические исследования [7, 8] показывают, что разрушению предшествует образование микротрещин, главным образом, на границах зерен. Преимущественное направление трещин перпендикулярно оси действия растягивающего напряжения. Поэтому при расчетах в случае сложного напряженного состояния в качестве эквивалентного напряжения примем максимальное растягивающее напряжение  $\sigma_{max}$ . В результате, используя (5)—(7), критерий разрушения запишем в виде

$$\int_{t_0}^{t_R} \frac{f(\sigma_{max}, T)}{\varepsilon_*^*(T)} dt = 1 \quad (8)$$

Разрушение в данной точке тела произойдет в момент времени  $t_R$ .



Фиг. 1



Фиг. 2

2. Используя уравнения (1)–(5), (8), проведем анализ накопления повреждений в плоской стальной заготовке, получаемой способом непрерывной разливки. Затвердевание заготовки начинается в вертикальном криволинейном кристаллизаторе постоянного радиуса  $R_0$ , куда подается жидкий металл. После чего заготовка с еще жидким сердцевиной непрерывно вытягивается из кристаллизатора в зону вторичного охлаждения, где происходит окончательное затвердевание. Первоначально заготовка принимает форму кристаллизатора и представляет собой криволинейный стержень с кривизной  $\chi_0 = 1/R_0$ . По мере перехода отливаемой заготовки в горизонтальное положение ее выпрямляют и разрезают на части.

Ввиду значительной протяженности заготовки в направлении осей  $x_1$  и  $x_3$  по сравнению с  $x_2$  (фиг. 1) и медленного изменения условий охлаждения и изгиба вдоль оси  $x_3$  задачу можно рассматривать как одномерную. В этом случае для компонент тензора напряжений имеем:  $\sigma_{22} = \sigma_{12} = \sigma_{23} = \sigma_{13} = 0$ ,  $\sigma_{11} = \sigma_{11}(x_2, t)$ ,  $\sigma_{33} = \sigma_{33}(x_2, t)$ , где  $t$  — время. В предположении обобщенной плоской деформации для скоростей полных деформаций запишем

$$\xi_{11} = \xi_{11}^0(t), \quad \xi_{33} = \xi_{33}^0(t) + \dot{\chi}(t)x_2 \quad (9)$$

где  $\dot{\chi}$  — скорость изменения кривизны заготовки. Таким образом для анализа накопления повреждений и разрушения заготовки достаточно проследить за одним из поперечных сечений заготовки по мере его движения вдоль оси  $x_3$ . Причем время  $t$  однозначно связано со значением текущей координаты  $x_3$  этого сечения:  $x_3 = vt$ , где  $v$  — скорость вытягивания заготовки из кристаллизатора.

Если пренебречь давлением в жидкой фазе по сравнению с напряжениями в

затвердевшей части заготовки, то напряжения  $\sigma_{11}$  и  $\sigma_{33}$  должны удовлетворять следующим интегральным уравнениям равновесия

$$\int_{-h}^h \sigma_{11}(x_2, t) dx_2 = 0, \quad \int_{-h}^h \sigma_{33}(x_2, t) dx_2 = P_b(t) \quad (10)$$

и граничным условиям на фронте затвердевания, которые получаются из физических соображений [5]

$$\sigma_{11} = \sigma_{33} = 0 \text{ при } |x_2| = h - h_* \quad (11)$$

где  $P_b$  — интенсивность сил вытягивания заготовки,  $h_*$  — толщина слоя затвердевшего металла.

Функция  $f$  в выражении (5) для стали 20 аппроксимировалась по экспериментальным данным на одноосное растяжение при постоянной температуре в диапазонах напряжений  $\sigma = 1,7 \dots 28,0$  МПа и температур  $T = 1123 \dots 1713$  К:

$$f(\sigma, T) = A \exp\left(-\frac{T_0}{T}\right) \operatorname{sh} \frac{\sigma}{B(T)} \quad (12)$$

где  $B(T) = (2460/T)^{2,25}$ ,  $A = 695 \text{ c}^{-1}$ ,  $T_0 = 27200$  К.

Зависимость  $\epsilon_*(T)$ , используя экспериментальные данные [8, 9], с достаточной точностью можно представить в виде

$$\epsilon_*(T) = \begin{cases} 0,15 & \text{при } T < 1623 \text{ К} \\ 0,3/(T - 1621) & \text{при } T \geq 1623 \text{ К} \end{cases} \quad (13)$$

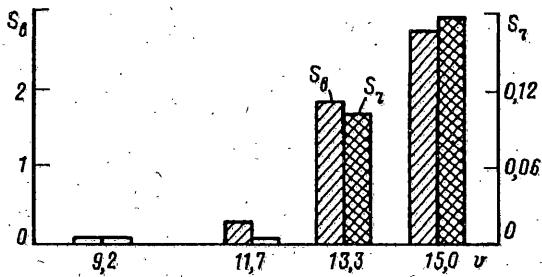
При затвердевании сплавов, в отличие от чистых металлов, имеется температурная зона, в которой возможно равновесие между твердой и жидкой фазами. Существование фронта затвердевания заготовки в виде пространственно распределенной двухфазной зоны учтем заданием в дифференциальном уравнении нестационарной теплопроводности зависимости эффективной удельной теплоемкости  $c_f$  сплава от температуры [10]

$$\rho(T) c_f(T) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_2} \left[ \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x_2} \right] \quad (14)$$

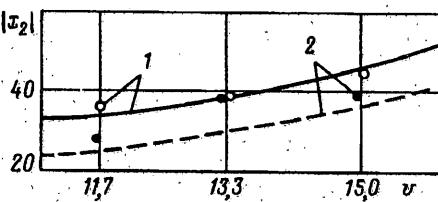
$$c_f(T) = c_s \psi + c_L (1 - \psi) - q_s d\psi/dT \quad (15)$$

где  $\rho$  — плотность материала,  $\lambda$  — теплопроводность,  $c_s$  и  $c_L$  — теплоемкости твердой и жидкой фаз соответственно,  $\psi$  — доля твердой фазы в некотором элементарном объеме материала, зависимость которой от температуры определяется из равновесной диаграммы состояния данного сплава,  $q_s$  — удельная теплота кристаллизации. Граничные условия, используемые при решении задачи, задавались с учетом теплообмена конвекцией и излучением на поверхности заготовки. Коэффициент теплоотдачи конвекцией  $\alpha(t)$  определяется организацией зоны вторичного охлаждения [10].

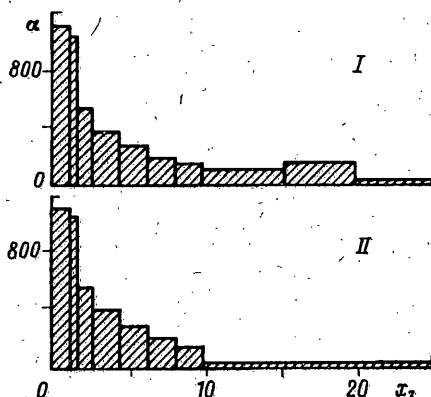
При численном решении задачи использовалась явная конечноразностная схема с автоматическим выбором шага по времени. Расчетная область разбивалась на конечное число одинаковых элементов, причем считалось, что они способны воспринимать нагрузку если средняя температура по элементу меньше температуры равновесного солидуса (температуры полного затвердевания сплава) и функция поврежденности  $\omega < 1$ . Принималось, что напряжения и деформации в пределах такого элемента не зависят от координаты  $x_2$ . Кроме того, были введены фиктивные деформации [2], которые позволили использовать гипотезу плоских сечений (9) непосредственно для полных деформаций при выполнении граничного условия (11). Элементы, для которых выполнялся критерий разрушения (8),



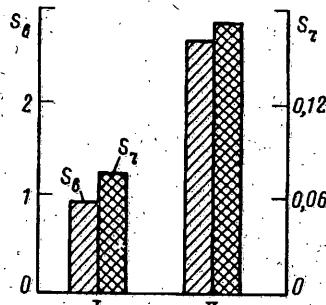
Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

составляли разрушенную область. В результате прослеживалось движение фронта разрушения в процессе затвердевания заготовки.

3. Рассмотрим анализ конкретных расчетных и экспериментальных данных по пораженности непрерывнолитых заготовок внутренними трещинами. Пораженность заготовок внутренними трещинами обычно оценивают по условной шкале в баллах для данного дефекта макроструктуры. В количественном отношении эта оценка зависит от общего числа и размеров трещин на 100 мм длины заготовки, фактически являясь некоторой интегральной характеристикой. Оценка может меняться от 0 до 5 баллов, причем 0 баллов соответствует отсутствию трещин в литой структуре металла. Пятибалльная шкала оценки дефектности макроструктуры широко применяется для контроля качества. Так, внутренние трещины при оценке в 3 балла и выше обычно не завариваются при последующей прокатке. Поэтому для стали ответственного назначения баллы 3...5 являются браковочными:

Для сравнения с экспериментальными данными, представленными параметром  $S_d$  в баллах, используем расчетный параметр  $S_r$ , равный относительному размеру разрушенной области. Параметр  $S_r$  можно вычислить как отношение числа элементов, в которых значение  $\omega = 1$  по окончании процесса получения заготовки, к общему числу элементов.

На фиг. 2 показаны параметры  $S_d$  и  $S_r$  для криволинейной машины непрерывного литья заготовок Новолипецкого металлургического комбината в зависимости от скорости вытягивания заготовок, измеряемой в мм/с. Аналогичные зависимости для радиальной машины того же комбината показаны на фиг. 3. Балльная оценка  $S_d$  получена по результатам промышленного эксперимента [11]. При сравнении расчетных и экспериментальных данных принято, что 1 балл соответствует значению  $S_r = 0,06$ .

Радиальная и криволинейная машины непрерывного литья отличаются, прежде всего, особенностями зон выпрямления заготовок. На радиальной машине кривизна заготовки, заданная кристаллизатором, при проектных скоростях вытягивания сохраняется до ее полного затвердевания.

Выпрямление заготовки производится за одну стадию при выходе ее в горизонтальное положение валками правильно-тянущего устройства на расстоянии 18,9 м от уровня металла в кристаллизаторе. На криволинейной машине первоначальная кривизна заготовки также определяется радиальным кристаллизатором. Однако выпрямление еще незатвердевшей заготовки производится последовательно по переменному радиусу в интервале от 13,6 до 23,7 м. Начальный базовый радиус кривизны кристаллизатора для обеих машин был равен 12 м. Разливку стали с содержанием углерода 0,17...0,22% производили в кристаллизаторы сечением  $250 \times 1550 \text{ mm}^2$ .

На фиг. 4 показано положение в мм наружной (ближней к поверхности заготовки) границы дефектной области в зависимости от скорости вытягивания для криволинейной машины. Отдельными точками показаны экспериментальные данные, линиями — окончательное расчетное положение фронта разрушения. Цифра 1 соответствует верхней половине заготовки со стороны малого радиуса, 2 — нижней половине со стороны большого радиуса.

Рассмотрим еще один пример сравнения экспериментальных и расчетных данных. На металлургическом заводе Азовсталь проводилось исследование влияния режима вторичного охлаждения на появление внутренних трещин в непрерывнолитых заготовках. Исследовалось два режима вторичного охлаждения (фиг. 5), причем в режиме I увеличена интенсивность охлаждения заготовки на конечной стадии ее затвердевания по сравнению с режимом II (коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  измерялся в  $\text{Bt}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ). Отливались плоские заготовки сечением  $250 \times 1650 \text{ mm}^2$  из стали с содержанием углерода 0,15...0,21% со скоростью вытягивания 10,8...11,6  $\text{mm}/\text{s}$ . Исследования проводились на криволинейной машине непрерывного литья с базовым радиусом 10 м и зоной выпрямления, расположенной на расстояниях 12,5...18,4 м от уровня жидкого металла в кристаллизаторе. На фиг. 6 представлены значения параметров  $S_b$  и  $S_r$ , причем видно, что расчетный параметр  $S_r$  отражает реальное уменьшение пораженности заготовок внутренними трещинами при переходе на режим I вторичного охлаждения.

Таким образом, проведенное сравнение расчетных и экспериментальных данных показывает возможность получения достоверных результатов при прогнозировании качества непрерывнолитых заготовок на основе концепции накопления рассеянных повреждений. Следует отметить, что исследовались заготовки практически одного размера. При изменении размеров соотношение между параметрами  $S_b$  и  $S_r$  количественно может быть другим.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Качанов Л. М. Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974. 312 с.
2. Данилов В. Л., Зарубин С. В. Исследование деформирования и прочности слитка при проектировании МНЛЗ // Расчеты на прочность. 1987. Вып. 28. С. 105—117.
3. Данилов В. Л., Зарубин С. В. Разрушение кристаллизующихся металлических сплавов. // Изв. вузов. Машиностроение. 1989. № 8. С. 76—80.
4. Зарубин С. В. Критерий высокотемпературного хрупкого разрушения и оптимизация геометрической оси МНЛЗ // Конструирование, расчет и исследование МНЛЗ криволинейного типа. Свердловск. 1989. С. 86—98.
5. Арутюнян Н. Х., Колмановский В. Б. Теория ползучести неоднородных тел. М.: Наука, 1983. 336 с.
6. Чебанова Т. С. О расчете термических напряжений в процессе кристаллизации // Изв. АН СССР. МТТ. 1968. № 3. С. 63—72.
7. Новиков И. И. Горячеломкость цветных металлов и сплавов. М.: Наука, 1966. 299 с.
8. Исследование деформационных характеристик литьей стали 20 в области температур предплавления / В. Л. Колмогоров, В. А. Чичигин, Б. М. Антошечкин и др. // Металлы. 1978. № 4. С. 150—156.
9. Бровман М. Я. Экспериментальное исследование ползучести при высоких температурах // Проблемы прочности. 1979. № 8. С. 77—79.
10. Тепловые процессы при непрерывном литье стали / Под ред. Ю. А. Самойловича. М.: Металлургия, 1982. 152 с.
11. Качество слябов, полученных на МНЛЗ / И. Г. Панченко, В. Е. Сладковщев, В. М. Паршин и др. // Создание и исследование сталеплавильных агрегатов и машин непрерывного литья высокой производительности. М.: 1981. С. 40—43.

Москва

Поступила в редакцию  
15.X.1993