

УДК 539.375

© 1994 г. В. В. БОЛОТИН, Б. В. МИНАКОВ, В. П. ЧИРКОВ

ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ НА СТРАГИВАНИЕ И РАСПРОСТРАНЕНИЕ УСТАЛОСТНЫХ ТРЕЩИН

В рамках теории роста усталостных трещин, основанной на синтезе микро- и макромеханики разрушения [1, 2], проанализировано влияние начальных размеров трещин и условий на их фронте на продолжительность инкубационной стадии и стадии ускоренного роста трещин при циклическом нагружении. В качестве основного объекта рассмотрена усталостная трещина в полосе конечной ширины, подвергаемая циклическим напряжениям отрыва с постоянными параметрами номинальных напряжений. Принято, что обобщенная сила сопротивления росту трещины зависит от уровня микроповреждений на ее фронте, а процесс накопления микроповреждений определяется кинетическим уравнением порогово-степенного типа. Путем непосредственного вычислительного эксперимента показано, что начальный размер трещины существенно влияет на продолжительность инкубационной стадии и на скорость роста трещин на начальном этапе, но мало влияет на скорость роста трещины на среднем и заключительном этапах. Значительная часть стадии роста трещины происходит при уровне микроповреждений на фронте, близком к критическому, хотя эффективный радиус кривизны на фронте изменяется в процессе усталостного разрушения в широких пределах. Начальные значения радиуса кривизны и уровня микроповреждений на фронте оказывают существенное влияние на продолжительность инкубационной стадии и начальной стадии роста; в дальнейшем это влияние сглаживается, что делает вклад этих факторов в суммарное число циклов до разрушения практически не значимым.

1. Известно [1, 3], что зарождение и рост усталостных трещин в основном происходит как результат взаимодействия двух механизмов: накопления микроповреждений на фронте трещины и ее ближайшем продолжении и энергетического баланса в системе тело с трещиной — нагрузка или нагрузочное устройство. Трактруя усталостные трещины как необратимые, а нагружение как квазистатическое, можем применить к системе тело с трещиной — нагрузка принцип виртуальных перемещений для механических систем с односторонними связями. Это позволяет сформулировать условия страгивания, роста и устойчивости усталостных трещин в терминах обобщенных сил — коэффициентов при виртуальных приращениях размеров трещин.

Особенностью механики усталостного разрушения является то, что обобщенные силы зависят от уровня микроповреждений на фронтах трещин. Это требует того, чтобы система определяющих соотношений была дополнена уравнениями механики микроповреждений. В свою очередь, введение микроповреждений на фронте требует отказа от моделирования трещины в виде математического разреза. Это нужно не только для того, чтобы избежать сингулярности напряжений и деформаций, но и для более адекватного описания процессов, происходящих у фронтов усталостных трещин в процессе их роста. Таким образом, даже в случае однопараметрической усталостной трещины при однопараметрическом циклическом нагружении число основных функций и определяющих соотношений может увеличиваться многократно. При этом в условия задачи входит большое число начальных данных, характеризующих размеры и форму трещины, уровень

повреждений на фронте и т. п. Возникает вопрос, какие из начальных данных существенно влияют на скорость роста трещины и число циклов до разрушения, а какие из этих данных могут выбираться достаточно произвольно. Хотя физические соображения и интуиция помогают дать ответ на этот вопрос, детальный количественный анализ представляет определенный интерес. В частности, он необходим для более обоснованного подхода к инженерным расчетам на надежность и долговечность в условиях циклического нагружения [3, 4].

Количественный анализ столь сложной задачи может быть реализован лишь в виде вычислительного эксперимента. При известной ограниченности вычислительного эксперимента имеет и некоторое преимущество перед аналитическими вычислениями, особенно если последние приводят к громоздким результатам. Вычислительный эксперимент представляет типичные реализации физических процессов с деталями, которые могут ускользнуть от внимания при традиционном сочетании аналитических выкладок с единичными примерами.

Ограничимся однопараметрической трещиной с характерным размером a и условием необратимости $\delta a \geq 0$. Представим виртуальную работу всех внешних и внутренних сил на вариации δa в виде $\delta A = G\delta a - R\delta a$. Здесь G — обобщенная движущая сила, R — обобщенная сила сопротивления. В обычной механике разрушения роль G исполняет интенсивность высвобождения энергии Ирвина или J — интеграл, роль R — соответствующее критическое значение, при котором происходит страгивание трещины. Трещина не растет, если в пределах рассматриваемого цикла нагружения

$$G < R \quad (1.1)$$

растет устойчиво при

$$G = R, \quad dG/da < dR/da \quad (1.2)$$

и становится неустойчивой либо при достижении условий

$$G = R, \quad dG/da > dR/da \quad (1.3)$$

либо при

$$G > R \quad (1.4)$$

Уравнение (1.1) отвечает, согласно терминологии из [3, 4], субравновесному состоянию системы тело с трещиной — нагрузка, уравнения (1.2) и (1.3) — равновесным состояниям (соответственно — устойчивым и неустойчивым). Уравнение (1.4) отвечает явно неустойчивым, неравновесным состояниям системы.

Существенно, что обобщенные силы в уравнениях (1.1) — (1.4) зависят не только от размеров трещины и уровня нагрузки, но от параметров, характеризующих состояние у фронта трещины. Среди них важнейшие — мера микроповреждений ψ и радиус кривизны ρ на фронте. Уравнения, определяющие изменение этих параметров во времени, входят неотъемлемой частью в систему соотношений механики роста усталостной трещины.

2. Рассмотрим типичную задачу о росте центральной усталостной трещины отрыва в условиях плоской деформации при циклических напряжениях $\sigma_{\infty}(t)$. Обозначим длину трещины $2a$, ширину полосы b . Будем считать материал линейно упругим с модулем Юнга E и коэффициентом Пуассона ν вплоть до разрушения. Вместе с тем, будем учитывать влияние рассеянных микроповреждений на сопротивление материала распространению трещины, точнее, на значения удельной работы разрушения. В рамках этих предположений обобщенную силу, продвигающую трещину, вычислим по формуле Ирвина

$$G = K_I^2 (1 - \nu^2)/E \quad (2.1)$$

где $K_I = Y\sigma_{\infty}(\pi a)^{1/2}$ с форм-фактором $Y = Y(a/b)$.

Обобщенную силу сопротивления примем равной

$$R = R_0 (1 - \psi^\alpha) \quad (2.2)$$

Здесь R_0 — удельная работа разрушения для неповрежденного материала, ψ — мера микроповреждений на фронте трещины, принимающая значения из интервала $[0, 1]$, α — положительный показатель, например $\alpha = 1$.

Процесс накопления микроповреждений связан с размахом за цикл $\Delta\sigma_y(x, 0)$ напряжений $\sigma_y(x, y, t)$ на продолжении фронта трещины $|x| \geq a$. Следуя ранним предложениям [5, 6], будем описывать микроповреждения при помощи скалярной меры ω , равной нулю для неповрежденного материала и единице при полном повреждении. Простейшая модель накопления усталостных микроповреждений описывается уравнением порогово-степенного вида [1]:

$$\frac{\partial \omega}{\partial N} = \left(\frac{\Delta\sigma_y - \Delta\sigma_{th}}{\sigma_f} \right)^m, \quad \Delta\sigma_y > \Delta\sigma_{th} \quad (2.3)$$

с тремя характеристиками материала σ_f , $\Delta\sigma_{th}$ и m , которые, вообще, зависят от характеристики цикла $\sigma_{min}/\sigma_{max}$ и температуры. Напряжение σ_f характеризует сопротивление материала накоплению микроповреждений, $\Delta\sigma_{th}$ — порог этого сопротивления, а показатель m аналогичен показателю кривых усталости и/или показателю в правой части уравнения Пэриса—Эрдогана, описывающему рост усталостных трещин.

Для вычисления напряжений $\sigma_y(x, 0)$ при $|x| \geq a$ представим трещину в окрестности фронта как узкую эллиптическую щель с радиусом кривизны ρ на конце большой полуоси. Этот радиус, вообще, величина переменная. Трещина затупляется, если она растёт достаточно медленно при высоком уровне микроповреждений на фронте. При ускоренном росте трещины происходит ее заострение. Таким образом, уравнение относительно радиуса ρ должно включать две противоположные тенденции — заострение с увеличением скорости роста da/dN и затупление с увеличением скорости накопления микроповреждений $d\psi/dN$. Простейшая аналитическая модель, включающая эти тенденции, имеет вид

$$\frac{d\rho}{dN} = \frac{\rho_s - \rho}{\lambda_p} \frac{da}{dN} + (\rho_b - \rho) \frac{d\psi}{dN} \quad (2.4)$$

Здесь ρ_s — радиус «острой» трещины, ρ_b — радиус «тупой» трещины. Если трещина неподвижна, но нагружение продолжается, т. е. $d\psi/dN > 0$, то радиус трещины приближается к значению ρ_b . Для быстро растущих трещин второй член в правой части уравнения (2.4) перестает быть существенным: преобладает процесс заострения трещины до значения ρ_s . При этом масштаб длины λ_p характеризует расстояние, которое фронт трещины должен пройти, чтобы заострение трещины стало заметным. Конечно, уравнения (2.3) и (2.4) могут быть обобщены, например, введением члена типа $(1 - \omega)^{-n}$ в правую часть уравнения (2.3) или заменой линейного уравнения (2.4) на сходное по структуре нелинейное. Однако отсутствие достаточных экспериментальных данных, точнее, прямых инструментальных измерений ситуаций у фронтов растущих усталостных трещин, делает попытку заменить уравнения (2.3) и (2.4) более сложными уравнениями несколько преждевременными.

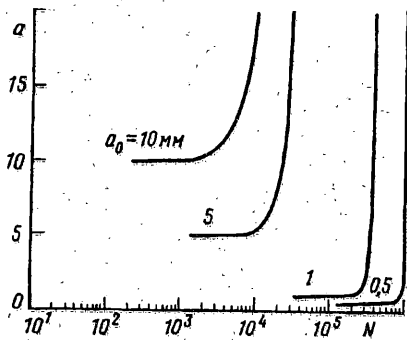
Заменим уравнения (1.1)—(1.4) соотношением

$$G \leq R(\psi) \quad (2.5)$$

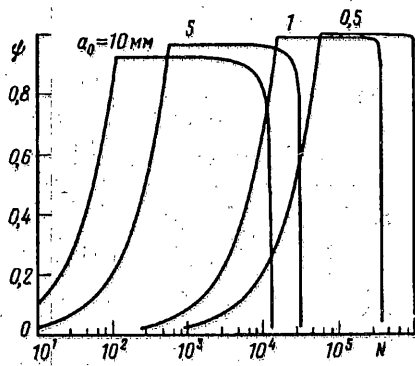
и тождеством

$$\psi(N) \equiv \omega[a(N), N] \quad (2.6)$$

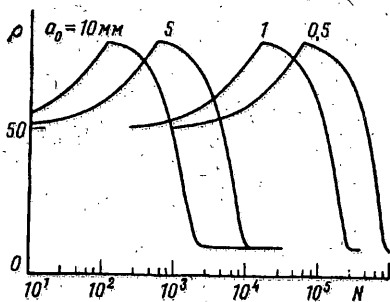
связывающими меру микроповреждений на продолжении фронта трещины с ее



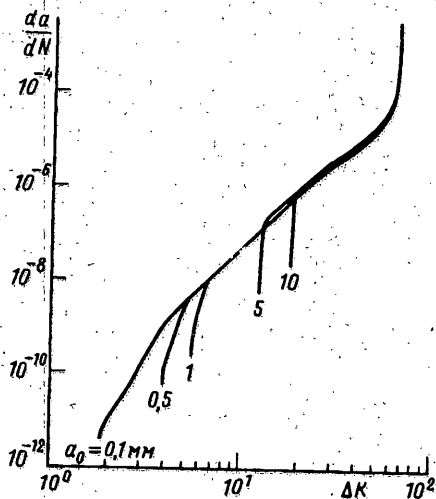
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

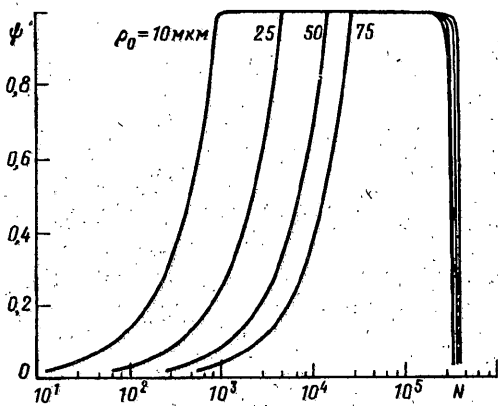


Фиг. 4

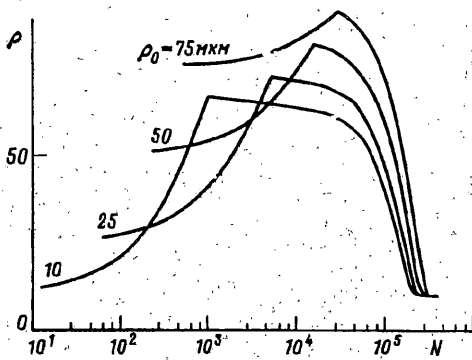
значением на фронте. Формулу, выражающую напряжения $\sigma_y(x, 0)$ с размерами трещины a и радиусом кривизны ρ , из-за громоздкости не выписываем.

3. Для числового примера выберем следующие данные: $b = 500$ мм, $E = 200$ ГПа, $\nu = 0,3$, $R_0 = 18$ кДж/м², $\alpha = 1$. В уравнении (2.3) положим $\sigma_f = 10$ ГПа, $\Delta\sigma_{th} = 50$ МПа, $m = 4$. Наконец, примем, что в уравнении (2.4) $\rho_s = 10$ мкм, $\rho_b = \lambda_p = 100$ мкм. Покажем, что принятые данные в целом внутренне непротиворечивы и согласуются с экспериментальными характеристиками. Действительно, трещиностойкость неповрежденного материала $K_{IC} = (ER_0)^{1/2} (1 - \nu^2)^{-1/2}$. Подставляя сюда приведенные выше значения E , ν и R_0 , получим $K_{IC} \approx 60$ МПа · м^{1/2}. С другой стороны, значение K_{IC} может быть выражено через предельное напряжение σ_f и масштаб длины ρ : $K_{IC} \approx \sigma_f (\pi\rho)^{1/2}$. Естественно подставить сюда вместо ρ «острый» радиус ρ_s . В результате находим близкое значение $K_{IC} \approx 57$ МПа · м^{1/2}. Вычисленные значения отвечают средним показателям для углеродистых сталей при комнатной температуре [7].

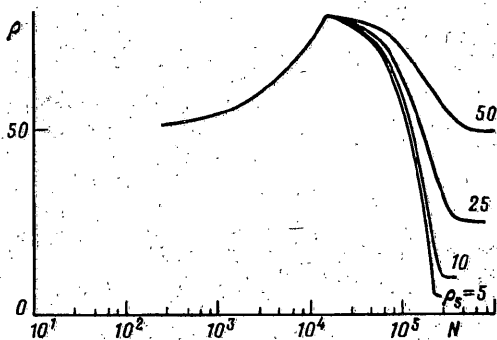
Очевидно, что среди начальных условий, которые наиболее существенно влияют на рост усталостных трещин, должен оказаться начальный размер a_0 . Это проиллюстрировано на фиг. 1, где показана зависимость размера трещины a от числа циклов N при начальных размерах трещины $a_0 = 0,5; 1; 5$ и 10 мм.



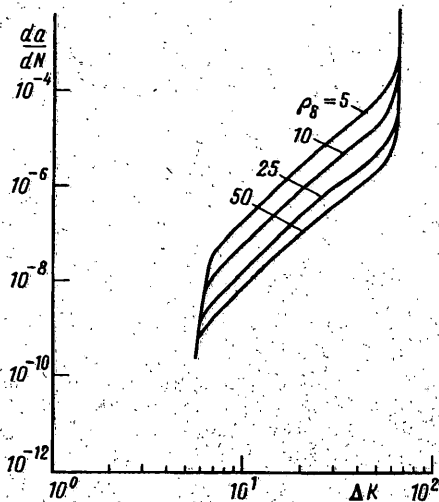
Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7



Фиг. 8

С уменьшением начального размера возрастает время до страгивания трещины, т. е. до первого достижения равенства $G = R(\psi)$, что оказывает заметное влияние и на полное число циклов до финального разрушения. Этот эффект более наглядно продемонстрирован на фиг. 2. Там показано, как по мере продвижения трещины меняется уровень микроповреждений на ее фронте. Возрастающие ветви кривых отвечают инкубационной стадии, когда накопление повреждений происходит при неподвижном фронте трещины. Переломы на кривых соответствуют моменту страгивания. Вначале трещины продвигаются при сравнительно высоком уровне повреждений на фронте. Это особенно типично для коротких трещин, т. е. при $a_0 = 0,5$ и 1 мм. Значительная часть роста этих трещин происходит практически при $\psi \approx 1$. Лишь на заключительной стадии, когда рост трещин ускоряется, значения меры ψ падают, уменьшаясь к моменту финального разрушения почти до нуля.

Дополнительную информацию содержит фиг. 3, где показано изменение радиуса кривизны на фронте в процессе накопления повреждений и роста трещин. В этом примере принято, что начальный радиус $\rho_0 = 50$ мкм. На графиках четко заметно затупление трещины в пределах инкубационной стадии и её заострение (вплоть до предельного значения ρ_s) на стадии роста.

Сводная диаграмма зависимости скорости роста трещины da/dN от размаха ΔK коэффициента интенсивности напряжений представлена на фиг. 4. Как это обычно принято, кривые построены в двойных логарифмических координатах. Начальные участки кривых отвечают трещинам, размеры которых близки к начальным. Затем все кривые выходят на общую прямую, которая, грубо говоря, соответствует полуэмпирическому уравнению Паррса — Эрдогана

$$da/dN = \text{const} (\Delta K)^m \quad (3.1)$$

При этом показатель m из уравнения (3.1), если оценивать его графически, оказывается близок к одноименному показателю из уравнения (2.3). Такой вывод не является неожиданностью: средний участок на фиг. 4 как раз отвечает той стадии, когда рост трещины происходит преимущественно за счет накопления микроповреждений на ее фронте. Снижение скорости роста на начальных участках отчасти отражает наличие порога сопротивления усталостным повреждениям. Отметим попутно, что известные эффекты так называемых «коротких» трещин [8] в значительной степени связаны с тем, что они развиваются в начале как трещины сдвига и лишь впоследствии превращаются в трещины отрыва. Слабое сопротивление сдвигу в пределах неудачно ориентированных зерен в сочетании со статистическим разбросом зерен по ориентациям, по-видимому, более удовлетворительно поясняет особенности поведения коротких трещин, чем макромеханические соображения.

Хотя влияние начального радиуса на продолжительность инкубационной стадии может быть велико, его влияние на общее число циклов до разрушения (при равных начальных длинах трещин) не столь заметно. Это проиллюстрировано на фиг. 5 и 6, где показано изменение меры повреждений ψ и радиуса ρ в процессе роста трещины при четырех различных значениях начального радиуса ρ_0 .

Одно из отличий теории [1—3] от предлагавшихся ранее состоит в придании кривизне на фронте трещины роли одного из определяющих параметров. С этой точки зрения представляет интерес проследить, в какой степени выбор численных значений параметров из уравнений типа (2.4) может повлиять на окончательные результаты. Уравнение (2.4) содержит три таких параметра. Рассмотрим, например, влияние острого радиуса ρ_s . Очевидно, что в пределах инкубационной стадии, когда фронт трещины неподвижен, значение ρ_s не влияет на накопление повреждений. Но это влияние становится существенным сразу же после страгивания трещины. На фиг. 7 показано изменение радиуса кривизны на фронте при одинаковых начальных данных (в частности, при $\rho_0 = 50$ мкм), при заданном тупом радиусе $\rho_b = 100$ мкм и четырех различных значениях ρ_s . При $\rho_s = 5$ мкм рост трещины ускоряется сразу же после страгивания, и общее число циклов до разрушения невелико. Напротив, при $\rho_s = 50$ мкм рост трещины происходит относительно медленно. Диаграмма роста (фиг. 8) наглядно иллюстрирует влияние ρ_s на скорость da/dN . При уменьшении ρ_s от 50 мкм до 5 мкм скорость da/dN увеличивается более чем на порядок.

Эта работа выполнена при совместной поддержке Государственного комитета Российской Федерации по высшему образованию (программа «Динамика», тема N 19) и Российского фонда фундаментальных исследований (проект 93—013—16486).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Болотин В. В.* Уравнения роста усталостных трещин // Изв. АН СССР. МТТ. 1983. № 4. С. 153—160.
2. *Болотин В. В.* Устойчивость и рост усталостных трещин // Изв. АН СССР. МТТ. 1988. № 4. С. 133—140.
3. *Болотин В. В.* Ресурс машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1990. 448 с.
4. *Болотин В. В., Чирков В. П.* Надежность механических систем // Надежность механических систем. Справочник/Под ред. И. А. Ушакова. М.: Радио и связь, 1985. С. 438—457.
5. *Работнов Ю. Н.* Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. 712 с.
6. *Kachanov L. M.* Introduction in Continuum Damage Mechanics. Dordrecht. Martinus Nijhoff. 1986. 283 p.
7. Механика разрушения и прочность материалов / Под общ. ред. В. В. Панасюка. Киев: Наукова думка, 1988. Т. 1—4.
8. *Miller K. J., E. R. de los Rios, eds.* The Behaviour of Short Fatigue Cracks. London: Inst. Mech. Eng., 1986. 560 p.

Москва

Поступила в редакцию
7.X.1993