МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 1 • 1994

УДК 539.3

© 1994 г. П. А. ЗИНОВЬЕВ, А. А. СМЕРДОВ

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ МНОГОСЛОЙНЫХ КОМПОЗИТНЫХ СТРУКТУР

Рассматриваются свойства многослойных композитных структур. Для простоты рассмотрение ограничено плоской задачей. Используется структурно-феноменологический подход [1], основанный на феноменологическом описании свойств наименьшего рассматриваемого элемента структуры (однонаправленного или перекрестно армированного монослоя) и численном формировании свойств многослойного пакета исходя из свойств материалов составляющих его слоев. Для данной расчетной модели приведены конкретные примеры построения поверхностей предельных возможностей.

1. Поверхность предельных возможностей. Свойства любого материала с фиксированной структурой при заданных внешних условиях могут быть охарактеризованы набором констант, свойства материала с варьируемой структурой — набором функциональных зависимостей. Зависимости между предельными значениями различных свойств могут быть представлены в виде поверхностей предельных возможностей в многомерных пространствах требований к свойствам композитных структур. Поверхность предельных возможностей соответствует оптимальным сочетаниям варьируемых параметров структуры и отделяет область с доступными значениями характеристик структуры от точек с сочетаниями требований, которые не могут быть реализованы ни при каких значениях варьируемых параметров.

Произвольная многослойная структура может быть описана вектором варьируемых параметров $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}^T$, компонентами которого являются параметры армирования этой структуры. Число и вид этих параметров зависят от типа структуры и используемых расчетных моделей. Например, в рассматриваемом случае вектор варьируемых параметров включает в себя толщины и углы ориентации отдельных слоев многослойной структуры.

Задача исследования предельных значений некоторой совокупности свойств композитной структуры относится к классу задач векторной оптимизации [2]. При векторной оптимизации вектору варьируемых параметров $\mathbf{X}$ ставится в соответствие вектор локальных критериев эффективности $\mathbf{Y} = \{y_1, y_2, \ldots, y_m\}^T$, компонентами которого являются различные свойства объекта. В общем случае к каждому из этих свойств могут предъявляться различные требования (стремление к минимуму, максимуму, к определенному значению и т. д.).

Наиболее распространенным путем постановки и решения векторной задачи оптимизации является сведение ее к скалярной задаче путем свертки вектора локальных критериев эффективности в обобщенный скалярный критерий качества:

$$F[\mathbf{Y}(\mathbf{X})] = F[y_1(\mathbf{X}), y_2(\mathbf{X}), \ldots, y_m(\mathbf{X})] \to \mathrm{extr}$$

Правила осуществления этой свертки определяются на этапе формулировки задачи оптимизации [3]. Результатом решения такой задачи обычно является единственное решение $\mathbf{X}^*$, обладающее совокупностью свойств, которая наилучшим образом отвечает требованиям, установленным при формулировке векторной задачи.

Другой подход в векторной оптимизации связан с выделением из исходного множества проектов более узкого множества — области компромиссов (область решений, оптимальных по Парето) [2].

Область компромиссов Γ_x определяется как подмножество допустимого множества решений D_x, обладающее тем свойством, что все принадлежащие ему решения не могут быть улучшены одновременно по всем локальным критериям эффективности:

$$\Gamma_x = \{X : X \in D_x, \quad \{X' : \forall\, i y_i(X') > y_i(X)\} \cap D_x = \varnothing\} \tag{1.1}$$

(последнее выражение записано для случая, когда каждый из локальных критериев эффективности $y_i(X)$ должен быть максимизирован).

Построение области компромиссов реально в тех случаях, когда допустимое множество решений D_x конечно, либо если возможно аналитическое исследование оптимизационной задачи. При исследовании оптимальных многослойных композитных структур эти условия, как правило, не выполняются. В этих случаях исследование предельных возможностей многослойных структур может быть проведено с помощью тактики гибких приоритетов. Смысл тактики гибких приоритетов заключается в сведении задачи векторной оптимизации (1.1) к некоторой последовательности скалярных задач с различными целевыми функциями и ограничениями, выбираемыми из компонент вектора Y, с последующим исследованием зависимости значений выбранных целевых функций от уровней ограничений каждой скалярной задачи.

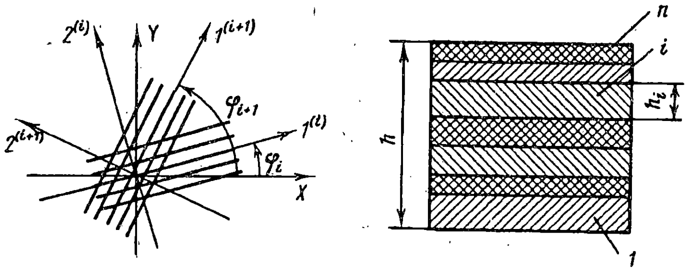
Процесс исследования оптимальных конструкций с помощью тактики гибких приоритетов может выглядеть следующим образом. На первом этапе из вектора Y выбирается один (любой) критерий y_i. Этот критерий используется в качестве целевой функции при решении последовательности скалярных задач, в которых на все остальные компоненты вектора Y накладываются различные ограничения

$$y_i(X) \to \text{extr}; \quad \forall j \neq i \begin{cases} y_j(X) \leq A_j^{(k)}, & \text{если } y_j \to \min \\ y_j(X) \geq A_j^{(k)}, & \text{если } y_j \to \max \end{cases} \tag{1.2}$$

где k — номер решаемой скалярной задачи. Результатом такого процесса является построение зависимостей экстремальных значений критерия y_i от предельно допустимых величин остальных критериев.

На последующих этапах исследование (1.2) повторяется для других экстремальных критериев y_l ($l \neq i$). Сравнение полученных зависимостей позволяет уточнить связь между предельными характеристиками композитной структуры. Процесс анализа оптимальных конструкций с переменными целевыми функциями и ограничениями может быть продолжен до тех пор, пока не будут окончательно прояснены связи между всеми интересующими исследователя свойствами структуры в ее оптимальных вариантах.

Результатом использования тактики гибких приоритетов является построение поверхности предельных возможностей, которая строится в пространстве требований, предъявляемых к каждому из свойств проектируемого объекта. Ограниченная поверхностью предельных возможностей область m-мерного пространства (m — число свойств структуры, к которым предъявляются те или иные требования) соответствует возможным реализациям свойств различных конструктивных вариантов. Некоторые из точек этой области соответствуют единственному набору конструктивных параметров, другие допускают множество вариантов конструкции, проявляющих одну и ту же совокупность свойств. Могут существовать точки поверхности предельных возможностей, не соответствующие акой-либо реальной конструкции. С уверенностью можно утверждать лишь то, что существуют структуры, проявляющие совокупность свойств, величина каждого



Фиг. 1

из которых не хуже (не более или не менее, в зависимости от конкретных требований), чем координата соответствующей точки поверхности. Не могут быть созданы объекты, набор свойств которых находится вне области, ограниченной поверхностью предельных возможностей.

2. Свойства многослойных структур. Каждое из свойств многослойной структуры может быть записано как функция толщин и углов армирования отдельных слоев (при заданных характеристиках материалов этих слоев):

$$G_k(\mathrm{X}) = G_k(h_i^{(0)}, \varphi_i) \quad (k = 1, 2, \ldots, m;\ i = 1, 2, \ldots, n)$$

где m — число учитываемых свойств конструкции, n — число оригинальных слоев, отличающихся друг от друга характеристиками материала и (или) его ориентацией, φ_i — угол ориентации i-го слоя, $h_i^{(0)}$ — относительная толщина этого слоя (фиг. 1, $h_i^{(0)} = h_i/h$).

Ниже рассмотрены алгоритмы определения наиболее часто учитываемых свойств ортотропных многослойных композитных структур.

2.1. Характеристики жесткости. Матрица жесткости многослойной ортотропной структуры

$$\| G_{xy} \| = \begin{Vmatrix} g_{xx} & g_{xy} & 0 \\ g_{yx} & g_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & g_{ss} \end{Vmatrix}$$

вычисляется в предположении об идеальности связи слоев [4]:

$$\| G_{xy} \| = \sum_{i=1}^{n} h_i^{(0)} \, \| T^{(i)} \| \, \| G_{12}^{(i)} \| \, \| T^{(i)} \|^T \tag{2.1}$$

$$\| G_{12}^{(i)} \| = \begin{Vmatrix} \dfrac{E_1^{(i)}}{1 - \nu_{12}^{(i)}\nu_{21}^{(i)}} & \dfrac{\nu_{12}^{(i)}E_2^{(i)}}{1 - \nu_{12}^{(i)}\nu_{21}^{(i)}} & 0 \\ \dfrac{\nu_{21}^{(i)}E_1^{(i)}}{1 - \nu_{12}^{(i)}\nu_{21}^{(i)}} & \dfrac{E_2^{(i)}}{1 - \nu_{12}^{(i)}\nu_{21}^{(i)}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12}^{(i)} \end{Vmatrix} \tag{2.2}$$

$$\| T^{(i)} \| = \begin{Vmatrix} \cos^2\varphi_i & \sin^2\varphi_i & -2\sin\varphi_i\cos\varphi_i \\ \sin^2\varphi_i & \cos^2\varphi_i & 2\sin\varphi_i\cos\varphi_i \\ \sin\varphi_i\cos\varphi_i & -\sin\varphi_i\cos\varphi_i & \cos^2\varphi_i - \sin^2\varphi_i \end{Vmatrix} \tag{2.3}$$

где $\| G_{12}^{(i)} \|$ — матрица жесткости i-го слоя в естественной системе координат этого слоя $(1,2)^{(i)}$, $\| T^{(i)} \|$ — матрица преобразования координат при переходе от осей i-го слоя к осям многослойного пакета.

2.2. Термоупругие свойства. Для однонаправленного слоя, находящегося в условиях плоского напряженного состояния и температурного воздействия, справедливы физические соотношения термоупругости [5]: $\{\sigma_{12}^{(i)}\} = \| G_{12}^{(i)} \| \times$ $\times \{\varepsilon_{12}^{(i)}\} - \{\beta_{12}^{(i)}\} T$, где $\{\sigma_{12}^{(i)}\}$ — вектор действующих напряжений в осях i-го слоя, $\{\varepsilon_{12}^{(i)}\}$ — вектор полных деформаций в осях этого слоя, T — изменение температуры относительно начального ненагруженного состояния, $\| G_{12}^{(i)} \|$ — матрица жесткости (2.2), $\{\beta_{12}^{(i)}\} = \{\beta_1^{(i)}; \beta_2^{(i)}, 0\}^T$ — вектор коэффициентов термических напряжений i-го слоя

$$\beta_1^{(i)} = \frac{E_1^{(i)}}{1 - \nu_{12}^{(i)}\nu_{21}^{(i)}} (\alpha_1^{(i)} + \nu_{21}^{(i)}\alpha_2^{(i)}) \qquad (1 \longleftrightarrow 2)$$

В последних выражениях $\alpha_1^{(i)}$, $\alpha_2^{(i)}$ — температурные коэффициенты линейного расширения i-го слоя.

Коэффициенты термического линейного расширения многослойной ортотропной структуры α_x, α_y вычисляются по формулам $\alpha_x = (\beta_x - \nu_{xy}\beta_y)/E_x$ $(x \longleftrightarrow y)$, где E_x, E_y, ν_{xy}, ν_{yx} — технические константы жесткости многослойной структуры, а величины β_x, β_y представляют собой коэффициенты термических напряжений структуры и определяются согласно зависимостям

$$\beta_x = \sum_{i=1}^{n} h_i^{(0)} (\beta_1^{(i)} \cos^2 \varphi_i + \beta_2^{(i)} \sin^2 \varphi_i) \qquad (x \longleftrightarrow y, \quad 1 \longleftrightarrow 2)$$

2.3. Характеристики теплопроводности. Теплопроводность ортотропного монослоя в плоскости $(1,2)^{(i)}$ характеризуется двумя коэффициентами теплопроводности $\lambda_1^{(i)}$ и $\lambda_2^{(i)}$. Коэффициенты теплопроводности многослойной ортотропной структуры λ_x и λ_y могут быть определены по формулам [6]:

$$\lambda_x = \sum_{i=1}^{n} h_i^{(0)} (\lambda_1^{(i)} \cos^2 \varphi_i + \lambda_2^{(i)} \sin^2 \varphi_i) \qquad (x \longleftrightarrow y, \quad 1 \longleftrightarrow 2)$$

2.4. Диссипативные характеристики. Демпфирующие свойства однонаправленного материала могут быть охарактеризованы матрицей упруго-диссипативных характеристик монослоя [7]:

$$\| \Psi_{12}^{(i)} \| = \begin{Vmatrix} \psi_1^{(i)}/E_1^{(i)} & -\nu_{12}^{(i)}\psi_1^{(i)}/E_1^{(i)} & 0 \\ -\nu_{21}^{(i)}\psi_1^{(i)}/E_2^{(i)} & \psi_2^{(i)}/E_2^{(i)} & 0 \\ 0 & 0 & \psi_{12}^{(i)}/G_{12}^{(i)} \end{Vmatrix}$$

где $\psi_1^{(i)}$, $\psi_2^{(i)}$, $\psi_{12}^{(i)}$ — технические константы демпфирования монослоя в главных осях $(1,2)^{(i)}$.

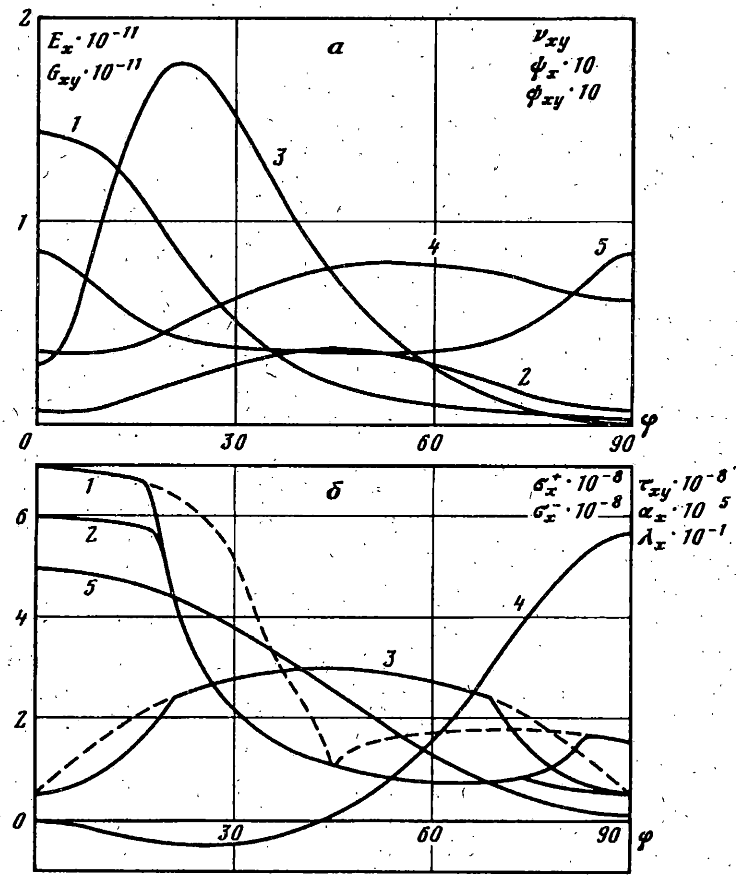
Матрица упруго-диссипативных характеристик многослойной структуры определяется согласно зависимости

$$\| \Psi_{xy} \| = \| G_{xy} \|^{-1} \left(\sum_{i=1}^{n} h_i^{(0)} \| T^{(i)} \| \, \| G_{12}^{(i)} \| \, \| \Psi_{12}^{(i)} \| \, \| G_{12}^{(i)} \| \, \| T^{(i)} \|^T \right) \| G_{xy} \|^{-1} \tag{2.4}$$

где матрица жесткости многослойного материала $\| G_{xy} \|$ определяется согласно (2.1), а матрица преобразования координат i-го слоя $\| T^{(i)} \|$ — согласно (2.3); $\| G_{12}^{(i)} \|$ — матрица жесткости i-го слоя, вычисленная в осях этого слоя (2.2).

Матрица упруго-диссипативных характеристик ортотропной структуры, вычисленная согласно (2.4), имеет вид

$$\| \Psi_{xy} \| = \begin{Vmatrix} \psi_{xx} & \psi_{xy} & 0 \\ \psi_{yx} & \psi_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \psi_{ss} \end{Vmatrix} \tag{2.5}$$



Фиг. 2

Технические константы демпфирования многослойного ортотропного пакета выражаются через коэффициенты матрицы (2.5) следующим образом: $\psi_x = \psi_{xx}E_x$, $\psi_y = \psi_{yy}E_y$, $\psi_s = \psi_{ss}G_{xy}$, где E_x, E_y и G_{xy} — технические константы жесткости многослойного материала.

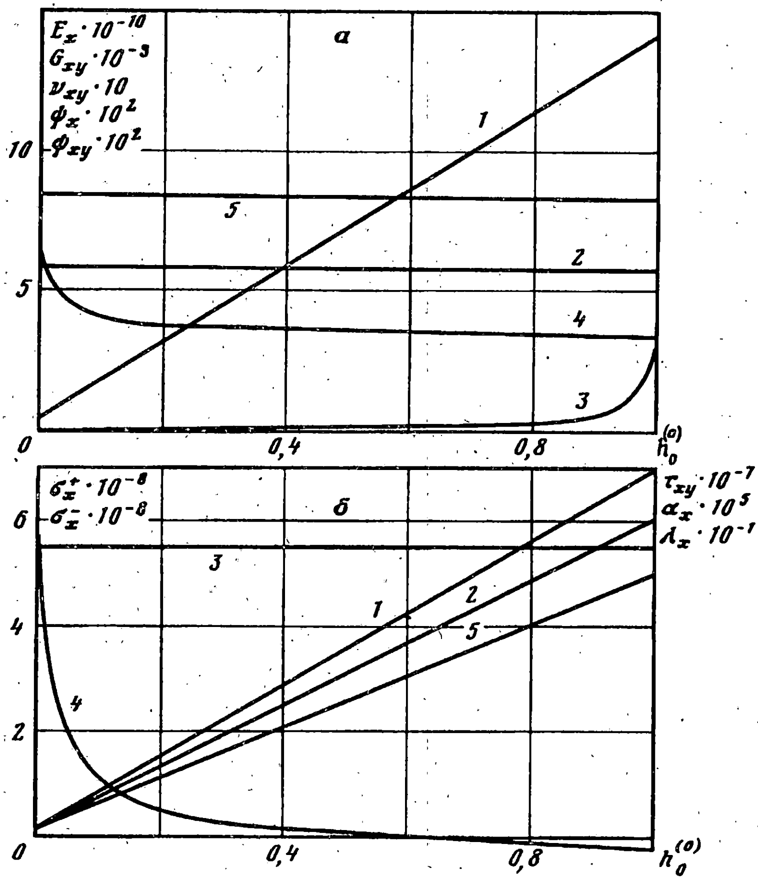
2.5. Характеристики прочности. В соответствии с принятым структурно-феноменологическим подходом [1] критерий сохранения несущей способности i-го слоя структуры принимается в виде

$$-F_{-1}^{(i)} < \sigma_1^{(i)} < F_{+1}^{(i)}, \quad -F_{-2}^{(i)} < \sigma_2^{(i)} < F_{+2}^{(i)}, \quad |\tau_{12}^{(i)}| < F_{12}^{(i)}$$

где F — соответствующие пределы прочности, а индексы плюс и минус означают растяжение и сжатие. Несмотря на свою простоту, критерий максимальных напряжений во многих случаях с достаточной точностью описывает поведение однонаправленного композита.

Для многослойных композитов, составленных из различно ориентированных монослоев, разрушение обычно начинается с образования трещин в материале матрицы некоторого слоя [8]; для композитов с хрупкой матрицей это явление принято называть первым разрушением слоя [1; 3, 5]. Для описания последующего поведения многослойной структуры может быть использована модель поведения однонаправленного слоя в составе многослойного пакета [1].

В соответствии с данной моделью, кроме двух естественных состояний материала слоя — начального (монолитный линейно упругий материал) и конечного (материал разрушен), выделяются шесть промежуточных состояний,



Фиг. 3

характеризующих материал с трещинами в связующем. Эти состояния могут быть описаны с помощью параметров эффективной жесткости материала $\xi_1^{(i)}$, $\xi_2^{(i)}$, $\xi_{12}^{(i)}$, которые определяются отношением текущих значений касательных модулей упругости материала слоя к их начальным значениям. Параметры эффективной жесткости вычисляются в зависимости от знака напряжений $\sigma_2^{(i)}$, величин деформаций $\varepsilon_2^{(i)}$, $|\gamma_{12}^{(i)}|$ и знаков их приращений [1].

Параметры эффективной жесткости используются при формировании текущей матрицы жесткости слоя, связывающей приращения напряжений и деформаций в слое:

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \\ \Delta\tau_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} \begin{Vmatrix} E_1\xi_1 & \nu_{12}E_2\xi_2 & 0 \\ \nu_{21}E_1\xi_2 & E_2\xi_2 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu_{12}\nu_{21})\,G_{12}\xi_{12} \end{Vmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\varepsilon_1 \\ \Delta\varepsilon_2 \\ \Delta\gamma_{12} \end{Bmatrix}$$

На основе изложенной модели построен алгоритм пошагового нагружения с изменением на каждом шаге матрицы жесткости многослойной структуры. При необходимости матрицы жесткости уточняются с использованием итерационной процедуры. Вычисляемые предельные напряжения соответствуют исчерпанию несущей способности многослойного пакета.

Фиг. 2 и 3 иллюстрируют рассмотренные свойства для простейших композитных структур — перекрестно армированных $[\pm\varphi_i]$ и ортогонально армированных $[0_n/90_m]$ ($h_0^{(0)}$ — относительная толщина осевых слоев). Кривые *1—5* на фиг. 2, *а*

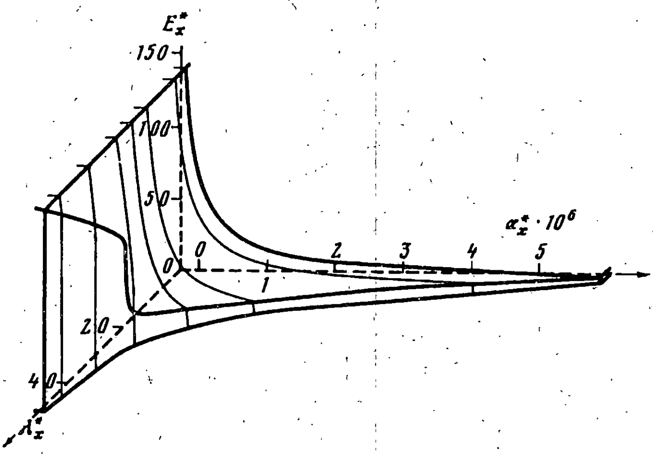
	(1)	(2)	(12)
E	142	4	5,9
ν	0,29	$8{,}2\cdot10^{-3}$	—
σ^+	700	61	—
σ^-	600	165	—
τ	—	—	55
ψ	0,035	0,064	0,084
α	$-1{,}12\cdot10^{-6}$	$57{,}34\cdot10^{-6}$	—
λ	50	1,5	—

соответствуют E_x[ГПа], G_{xy}[ГПа], ν_{xy}, ψ_x, ψ_{xy}, а на фиг. 2, *b* — σ_x^+ [МПа], σ_x^- [МПа], τ_{xy}[МПа], α_x[К$^{-1}$], λ_x[Вт/м/К]. Штриховыми линиями на фиг. 2, (*b*) показаны предельные значения напряжений при нелинейном деформировании, сплошными линиями — напряжения первого разрушения многослойной структуры. Графики свойств в поперечном направлении симметричны приведенным. Номера кривых на фиг. 2 и 3 совпадают. Свойства однонаправленного материала, являвшегося исходным при проектировании этих структур, приведены в таблице, где E — модули упругости, ν — коэффициенты Пуассона, σ^+, σ^-, τ — пределы прочности при растяжении, сжатии и сдвиге соответственно, ψ — технические константы демпфирования, α — коэффициенты линейного расширения, λ — коэффициенты теплопроводности; символами (1), (2) и (12) обозначены свойства в направлении армирования, в поперечном направлении и при сдвиге соответственно.

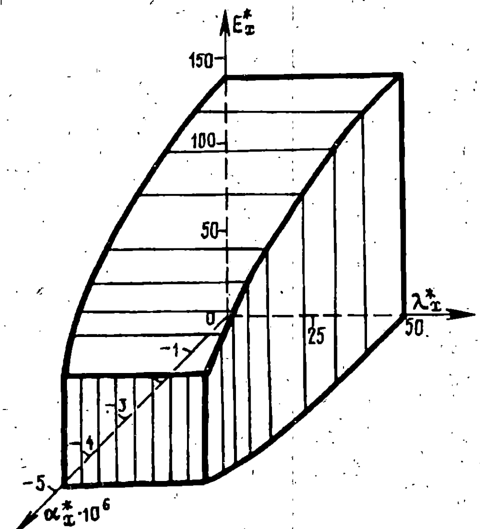
3. Примеры поверхностей предельных возможностей. Ниже рассмотрены несколько типичных поверхностей предельных возможностей композитных структур. Все они относятся к ортотропным структурам класса $[0_n/90_m/\pm\varphi_l]$, то есть в общем случае могут содержать слои, ориентированные в направлении осей ортотропии пакета и перекрестно армированные слои, ориентированные под углом $\pm\varphi$. Все слои выполнены из одного и того же материала, свойства которого приведены в таблице. Варьируемыми параметрами являлись относительные толщины всех типов слоев и угол φ. Поверхности предельных возможностей строятся в пространстве требований к свойствам структур, что обозначено звездочками у соответствующих характеристик.

Фиг. 4, 5 и 6 иллюстрируют предельные возможности многослойных структур при установлении требований к осевой жесткости пакета E_x^* [ГПа], осевым коэффициентам линейного расширения α_x^* [К$^{-1}$] и теплопроводности λ_x^* [Вт/м/К]. Вид поверхностей определяется тем, какие именно требования установлены в каждом случае. Так, фиг. 4 соответствует требованиям максимизации всех трех характеристик, а фиг. 5 — требованиям максимальной жесткости E_x^* и теплопроводности λ_x^* при минимально возможном коэффициенте α_x^* (такие пары материалов могут найти применение в различных термочувствительных элементах приборов).

Поверхность, показанная на фиг. 4, ограничена плоскостями при значениях $E_x^* = 142$ ГПа, $\lambda_x^* = 50$ Вт/м/К и $\alpha_x^* = 57{,}34\cdot10^{-6}$ К$^{-1}$, соответствующих абсолютным экстремумам данных характеристик, и цилиндрической поверхностью с образующей, параллельной оси λ_x^* при $\lambda_x^* \le 1{,}5$ Вт/м/К. Остальная ее часть представляет собой поверхность двойной кривизны, которая с увеличением α_x^* и λ_x^* переходит в цилиндрическую поверхность с параллельной оси E_x^* образующей. Область возможных реализаций свойств многослойных структур ограничена дан-



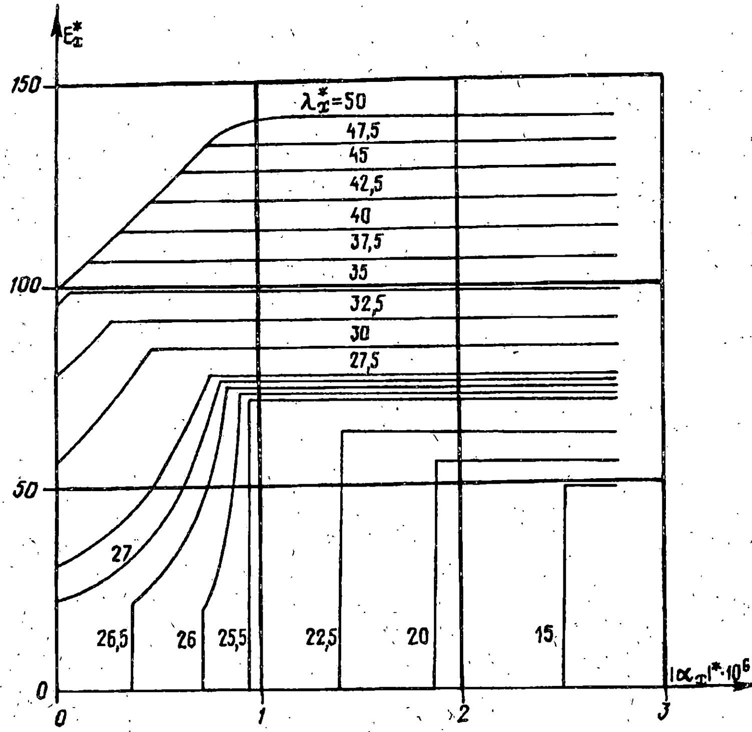
Фиг. 4



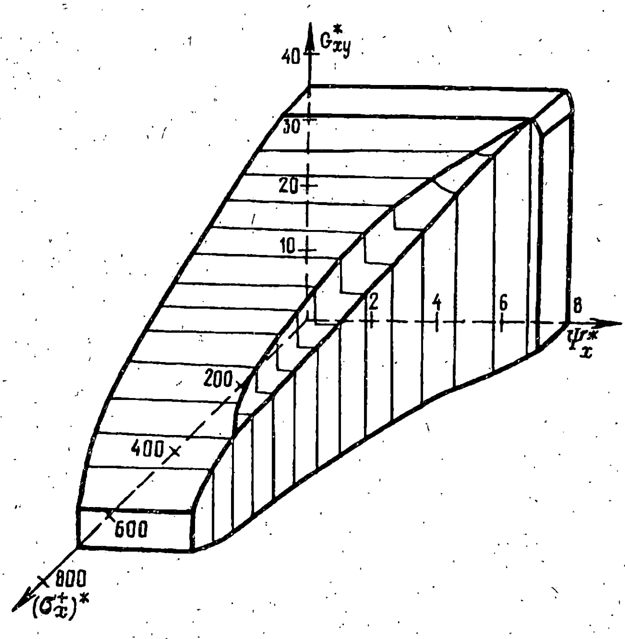
Фиг. 5

ной поверхностью. При каждом фиксированном значении λ_x^* малым величинам E_x^* и, соответственно, большим α_x^* отвечают оптимальные структуры класса $[\pm\varphi_l]$, большим E_x^* (и малым α_x^*) — структуры $[0_n/90_m]$. В промежуточных диапазонах характеристик оптимум достигается на общем классе структур $[0_n/90_m/\pm\varphi_l]$. Следует отметить, что, поскольку критерии $\max E_x$ и $\max \lambda_x$ не являются конфликтными, для одномерных структур ($[0_n/90_m]$ или $[\pm\varphi_l]$) активен в каждом случае только один из них. Для структур общего вида с тремя независимыми варьируемыми параметрами, как правило, активны все три критерия.

Поверхность, показанная на фиг. 5, значительно проще. Она также ограничена плоскостями при значениях $E_x^* = 142$ ГПа, $\lambda_x^* = 50$ Вт/м/К и $\alpha_x^* = -1{,}12 \cdot 10^{-6}$ К$^{-1}$, соответствующих абсолютным экстремумам данных характеристик. Остальная ее часть образована пересечением двух цилиндрических поверхностей с образующими, параллельными осям λ_x^* и E_x^*. Область возможных реализаций


ε_x^*
150
100
50
0
$\lambda_x^*=50$
47,5
45
42,5
40
37,5
35
32,5
30
27,5
27
26,5
26
25,5
22,5
20
15
$|\alpha_x|^* \cdot 10^6$
0
1
2
3

Фиг. 6


G_{xy}^*
40
30
20
10
2
4
6
8
ψ_x^*
200
400
600
800
$(\sigma_x^+)^*$

Фиг. 7

свойств многослойных структур ограничена данной поверхностью. В данном случае оптимальные структуры всегда соответствуют классу $[\pm\varphi_l]$, причем критерии max E_x и max λ_x не являются конфликтными во всем диапазоне изменения характеристик, а критерий min α_x в каждом случае конфликтен с одним из них.

Качественно отлична от рассмотренных фиг. 6, на которой обозначения E_x^*, λ_x^* и $|\alpha_x|^*$ соответствуют критериям max E_x, min λ_x и min $|\alpha_x|$ (такие задачи возникают при проектировании термостабильных структур). Поверхность предельных возможностей представлена здесь линиями уровней, соответствующими различным λ_x^*. Поверхность состоит из трех характерных участков, соответствующих $\lambda_x^* < 25{,}6$; $25{,}6 < \lambda_x^* > 35$ и $\lambda_x^* < 35$ Вт/м/К. На первом участке поверхность образована пересечением двух цилиндрических поверхностей, образующая одной из которых параллельна оси E_x^*, а другой — оси $|\alpha_x|^*$. Линия пересечения этих поверхностей начинается в точке, соответствующей значениям $\lambda_x^* = 25{,}6$ Вт/м/К, $|\alpha_x|^* = 0{,}9 \cdot 10^{-6}$ К$^{-1}$ и $E_x^* = 7$ ГПа, и превращается в параллельную оси $|\alpha_x|^*$ прямую при значениях $\lambda_x^* = 1{,}5$ Вт/м/К, $E_x^* = 4$ ГПа, соответствующих однонаправленному материалу. Оптимальные структуры первого участка — $[0_n/90_m]$.

На втором участке поверхности предельных возможностей оптимальные структуры $[0_n/90_m]$ соответствуют максимальным величинам модуля упругости для каждого λ_x^* (горизонтальные линии на фиг. 6). Наклонные линии в левой нижней части рисунка соответствуют оптимальным структурам общего вида $[0_n/90_m/\pm\varphi_l]$. Низшие точки кривых при $\lambda_x^* = 27$; 26,5 и 26 Вт/м/К соответствуют оптимальным структурам $[\pm\varphi_l]$.

Третий участок поверхности предельных возможностей при $E_x^* > 100$ ГПа или $\lambda_x^* > 35$ Вт/м/К (верхняя часть фиг. 6) соответствует оптимальным решениям, достигаемым на классе структур $[0_n/90_m]$. Зона малых значений $|\alpha_x|^*$ представляет собой цилиндрическую поверхность, образующая которой параллельна оси λ_x^*, причем в этой зоне совпадают оптимальные значения $|\alpha_x|^*$ и E_x^* для любых λ_x^*. Это объясняется тем фактом, что оптимальные структуры в этой зоне имеют отрицательное значение α_x и, таким образом, критерии min λ_x и min $|\alpha_x|$ не являются конфликтными.

В зоне больших $|\alpha_x|^*$ как на втором, так и на третьем участках поверхность предельных возможностей представляет собой цилиндрическую поверхность, образующая которой параллельна оси $|\alpha_x|^*$. При $\lambda_x^* \geq 50$ Вт/м/К (т. е., когда не накладывается никаких требований на λ_x) она превращается в цилиндрическую поверхность, образующая которой параллельна оси λ_x^*.

Фиг. 7 иллюстрирует предельные возможности многослойных структур при установлении требований максимизации прочности при осевом растяжении σ_{+x}^* [МПа] (по первому разрушению структуры), сдвиговой жесткости пакета G_{xy}^* [ГПа] и осевого коэффициента демпфирования ψ_x^* [%]. Поверхность предельных возможностей состоит из цилиндрических участков, соответствующих решениям для максимального коэффициента демпфирования и максимального модуля сдвига; первому из этих участков соответствуют оптимальные структуры $[\pm\varphi_l]$, второму — $[90_m/\pm\varphi_l]$ или $[0_n/\pm\varphi_l]$. Поскольку для этих классов структур при $\sigma_{+x}^* > 200$ МПа критерии max G_{xy} и max ψ_x не являются конфликтными, в данном диапазоне не удается найти структуры с промежуточными значениями свойств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алфутов Н. А., Зиновьев П. А., Попов Б. Г.* Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1984. 264 с.
2. *Борисов В. И.* Проблемы векторной оптимизации//Исследование операций. М.: Наука, 1972. С. 72—91.
3. *Нарусберг В. Л., Тетерс Г. А.* Устойчивость и оптимизация оболочек из композитов. Рига: Зинатне, 1983. 298 с.
4. *Амбарцумян С. А.* Общая теория анизотропных оболочек. М.: Наука, 1974. 448 с.
5. *Васильев В. В.* Механика конструкций из композиционных материалов.—М.: Машиностроение, 1988. 272 с.
6. *Ван Фо Фы Г. А.* Теория армированных материалов. Киев: Наукова думка, 1971. 232 с.
7. *Зиновьев П. А., Ермаков Ю. Н.* Анизотропия диссипативных свойств волокнистых композитов//Механика композитных материалов. 1985. № 5. С. 816—825.
8. *Образцов И. Ф., Васильев В. В., Бунаков В. А.* Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1977. 144 с.

Москва

Поступила в редакцию
8.XI.1993