

УДК 539.374

© 1994 г. Д. А. АЛЕКСАНДРОВ, В. С. ЗАРУБИН

## ИССЛЕДОВАНИЕ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ТЕЛАХ С ПЛАСТИЧЕСКИ СЖИМАЕМЫМ СЛОЕМ

В условиях неизотермического нагружения неупругих тел на распределение напряжений и деформаций значительное влияние оказывают реологические свойства материалов. В случае расчета конструкций с пористыми уплотняемыми элементами проблема создания модели пластически сжимаемого материала решается с учетом особенностей конкретной задачи, так как достоверных методов определения реологических свойств на макрообразцах не разработано.

Математическая модель пластического пористого материала описывает два механизма неупругого деформирования: 1) пластичность вследствие уплотнения и формоизменения пор и 2) пластичность твердой поликристаллической фазы. Оба механизма действуют параллельно, но при достижении высокой степени уплотнения, когда пористость материала сопоставима с пористостью сплошного поликристалла, процесс деформирования целиком определяется вторым механизмом, характерным для конструктивных сплавов. Предлагаемая модель пластичности пористого материала с поликристаллической твердой фазой применима для тел, характерные размеры которых позволяют пренебречь формой и размерами структурных составляющих (пор и частиц твердой фазы) и использовать феноменологический подход [1, 2].

Качественные стороны пластического деформирования пористых и монолитных поликристаллических материалов обладают определенным сходством. В монолитном поликристалле возникают сдвиги в кристаллографических плоскостях, в пористом материале также происходит взаимное перемещение частиц твердой фазы благодаря наличию пор. При этом в макрообъеме наблюдается возрастающее сопротивление пластическим деформациям в зависимости от их уровня [3]. На этом основании целесообразно строить модель пластичности пористого материала по аналогии с теорией пластичности для сплошной среды [4].

1. В модели пластического деформирования с учетом изменения пористости используются два структурных параметра — пористость  $\omega$ , т. е. объемная доля пор и интенсивность деформации  $q^*$ , которая является количественной мерой формоизменения пор в макрообъеме.

Уравнение пластического объемного деформирования в случае линейного закона упрочнения примем в виде

$$d\omega = \omega h(T) d\sigma_0 \quad (1)$$

где  $h(T)$  — коэффициент объемной пластической сжимаемости,  $\sigma_0$  — гидростатическое напряжение.

Соотношение (1) выполняется только при условии пластичности ( $\omega_0$  — начальная пористость):

$$\sigma_0 < \frac{1}{h(T)} \ln \frac{\omega}{\omega_0} \quad (2)$$

Таким образом, пластическая деформация за счет изменения объема пор вычисляется по формуле ( $\delta_j$  — символ Кронекера):

$$q_{ij}^0 = q^0 \delta_{ij}, \quad q^0 = (1 + \omega_0 - \omega)^{1/3} - 1 \quad (3)$$

Условие (2) аналогично условию пластического течения в теориях пластичности с деформационным упрочнением [4]; оно учитывает также неизотермические условия нагружения.

Пластическое деформирование при формоизменении пор управляется девиатором напряжений  $s_{ij}$ :

$$dq_{ij}^* = 3/2 dq^* s_{ij} / s^*, \quad s^* = (3/2 s_{ij} s_{ij})^{1/2} \quad (4)$$

где  $s^*$  — интенсивность напряжений,  $dq^*$  — интенсивность приращений пластических деформаций — аналог параметра Одквиста [4]. Примем, что интенсивность приращений деформаций при постоянной температуре в условиях активного нагружения пропорциональна приращению интенсивности напряжений. Учитывая также упрочнение при формоизменении пор, запишем

$$dq^* = (q_0^* - q^*) h(T) ds^* \quad (5)$$

где  $q_0^* = (1 + \omega_0)^{1/3} - 1$  — располагаемая пластичность за счет формоизменения пор.

Соотношение (4) выражает закон пластического деформирования, ассоциированный с поверхностью нагружения [4]. В пространстве компонентов девиатора поверхность нагружения представляется сферой Мизеса, а исходя из закона упрочнения (5), получаем уравнение поверхности нагружения

$$s^* = - \frac{1}{h(T)} \ln \frac{q_0^* - q^*}{q_0^*} \quad (6)$$

Для твердой фазы пористого материала модель пластического деформирования отражает пластическую несжимаемость. В [5—7] для конструкционных материалов предложены соотношения, учитывающие взаимодействие механизмов пластического и вязкого деформирования, деформационное упрочнение и термическое разупрочнение. Эти модели построены на основе концепции [8] разделения девиатора  $s_{ij}$  на внутренние микронапряжения  $\rho_{ij}$  и активные напряжения  $\alpha_{ij}$ :

$$s_{ij} = \rho_{ij} + \alpha_{ij} \quad (7)$$

Закон пластического течения имеет вид

$$dp_{ij} = 3/2 dp^* \alpha_{ij} / \alpha^* \quad (8)$$

где  $p_{ij}$  — пластические деформации,  $dp^*$  — параметр Одквиста:  $\alpha^* = (3/2 \alpha_{ij} \alpha_{ij})^{1/2}$  — интенсивность активных напряжений. Положение поверхности нагружения определяется компонентами микронапряжений  $\rho_{ij}$ , радиус поверхности равен пределу текучести

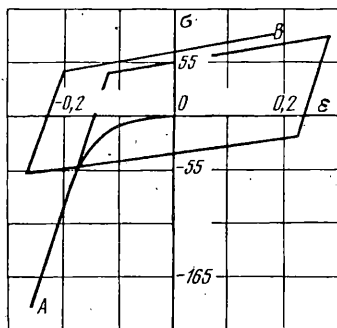
$$\sigma^* = \sigma_0^* + \sigma_a^* \quad (9)$$

где  $\sigma_0^*$  — начальный предел текучести,  $\sigma_a^*$  — накопленное изотропное упрочнение.

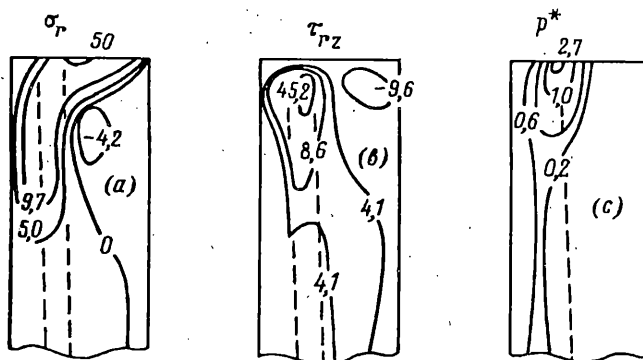
Процессы деформационного упрочнения и термического разупрочнения носят кинетический характер и учитывают историю нагружения [7, 9]. В данном случае соотношения для анизотропного и изотропного упрочнения имеют вид

$$d\rho_{ij} = H^p(T) dp_{ij} - H^r(T) dr_{ij}(T, \rho_{ij}) \quad (10)$$

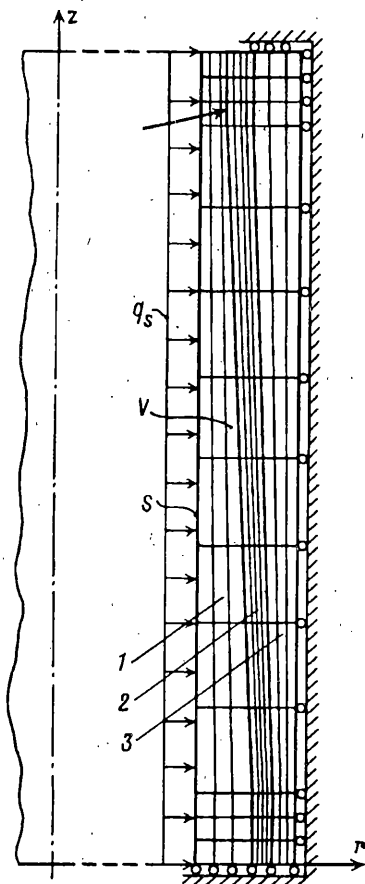
$$d\sigma_a^* = D^p(T) dp^* - D^r(T) d\varphi^*(T, \sigma_a^*) \quad (11)$$



Фиг. 1



Фиг. 3



Фиг. 2

где  $H^p$  и  $D^p$  — коэффициенты деформационного упрочнения,  $H^r$  и  $D^r$  — коэффициенты термической релаксации,  $r_{ij}$  и  $\varphi^*$  — функции термической релаксации.

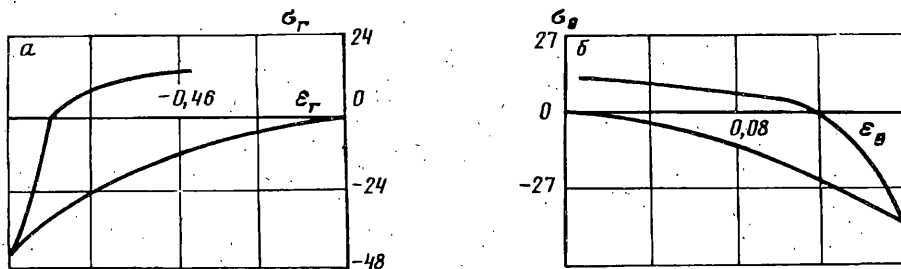
Из уравнений (7)–(11) следует

$$dp^* = \frac{1}{H^p + 2/3 D^p} \left( \frac{\alpha_{ij} ds_{ij}}{\alpha^*} + \frac{s^{*2} - \alpha^{*2} - \rho^{*2}}{2\alpha^* \rho^*} H^r dr^* + 2/3 D^r d\varphi^* \right) \quad (12)$$

где  $dr^* = (2/3 dr_{ij} dr_{ij})^{1/2}$ ,  $\rho^* = (3/2 \rho_{ij} \rho_{ij})^{1/2}$ .

2. Рассмотрим кинетику деформирования пористой композиции с начальным значением  $\omega_0 = 0,44$ , состоящей из смеси двух компонентов: 28% — нержавеющая сталь, 72% — циркониевый сплав. Механические характеристики рассчитаны согласно смесовому подходу с учетом объемных долей составляющих. На фиг. 1 показаны диаграммы уплотнения при гидростатическом сжатии до значения  $\omega_1 = 0,01$  (кривая OA) при температуре 1073K и последующего циклического деформирования при одноосном нагружении (кривая AB) при температуре 673K. Как следует из диаграммы, полученный псевдосплав сталь-цирконий проявляет при циклическом нагружении изотропное и анизотропное упрочнение, что составляет значительную часть остаточных напряжений ( $\sigma$ , МПа)

Представленный вариант модели пластического деформирования был использован при решении прикладных задач численными методами.



Фиг. 4

Для расчета кинетики напряженно-деформированного состояния и остаточных напряжений в элементах конструкций, исходим из принципа возможных перемещений

$$\int_V E_{ijkl} (\epsilon_{kl} - q_{kl}^0 - q_{kl}^* - p_{kl} - \theta_{kl}) \delta \epsilon_{ij} dV = \int_S q_{Si} \delta u_i dS \quad (13)$$

где  $\epsilon_{kl}$  — тензор полных деформаций,  $\theta_{kl}$  — температурные деформации,  $E_{ijkl}$  — тензор коэффициентов упругости,  $u_i$  — вектор перемещений,  $q_{Si}$  — вектор внешних нагрузок.

Методом конечных элементов последнее уравнение приводится к системе линейных уравнений относительно узловых компонентов вектора перемещений. Задача является физически нелинейной, так как в левой части (13) содержатся составляющие пластических деформаций  $q_{kl}^0$ ,  $q_{kl}^*$  и  $p_{kl}$ . Решение осуществляется путем линеаризации по Ньютону, известной в прикладной теории пластичности как метод дополнительных деформаций [10].

Рассмотрим результаты исследования кинетики пластических деформаций и остаточных напряжений в биметаллической трубе, показанной на фиг. 2. Циркониевая 1 и стальная 3 составные части трубы соединяются между собой диффузионной сваркой через пористый пластически сжимаемый промежуточный слой 2. Механические свойства слоя идентичны свойствам описанной выше композиции. Труба помещается в жесткую обойму и при температуре 1073K нагружается давлением по внутренней поверхности до достижения остаточной пористости слоя  $\omega_1 \leq 0,01$ . После снятия нагрузки и освобождения трубы из обоймы происходит охлаждение до нормальной температуры.

Наиболее интенсивно процессы неупругого деформирования происходят вблизи верхнего края трубы, где, как следствие, наблюдается наибольший уровень остаточных напряжений.

На фиг. 3, а, б соответственно приведено распределение остаточных радиальных и сдвиговых напряжений  $\sigma_r$  и  $\tau_{rz}$  (в МПа). Различие в температурном расширении стальной и циркониевой частей приводит к появлению пластических деформаций в последней при охлаждении. Распределение интенсивности суммарных пластических деформаций ( $p^*$ , %) показано на фиг. 3, в.

О кинетике изменения напряженно-деформированного состояния сжимаемого слоя в течение всего процесса нагружения дают представление диаграммы, приведенные на фиг. 4 а, б соответственно для радиального и окружного направлений. Эти диаграммы приведены для элемента, отмеченного на фиг. 2 стрелкой.

Предложенная модель деформирования пластически сжимаемого материала в сочетании с методом конечных элементов является эффективным средством математического моделирования термомеханических процессов при неизо-термическом нагружении элементов конструкций. Приведенные результаты расчетов дают возможность учесть распределение и уровень остаточных напряжений при прогнозировании ресурса конструкций.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Грин Р. Дж. Теория пластичности пористых тел // Механика. 1973. № 4(140). С. 109—120.
2. Друянов Б. А. Прикладная теория пластичности пористых тел. М.: Машиностроение, 1989. 165 с.
3. Мидуков В. З., Рудь В. Д. О состоянии экспериментальных исследований пластических деформаций пористых металлов // Сб. Реологические модели и процессы деформирования пористых порошковых и композиционных материалов. Киев: Наук. думка, 1985. С. 61—67.
4. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности. М.: Машиностроение, 1975. 400 с.
5. Зарубин В. С., Кузьмин М. А. Расчетная модель неізотермического деформирования конструкционных материалов // Изв. вузов. Машиностроение. 1967. № 8. С. 31—35.
6. Малинин Н. Н., Хажинский Г. М. К построению теории ползучести с анизотропным упрочнением // Изв. АН СССР. МТТ. 1969. № 3. С. 148—152.
7. Александров Д. А. Реологическая модель неупругого и неізотермически деформируемого конструкционного материала // Изв. вузов. Машиностроение. 1982. № 5. С. 29—33.
8. Кадашевич Ю. И., Новожилов В. В. Теория пластичности, учитывающая остаточные микронапряжения // ПММ. 1958. Т. 22. Вып. 1. С. 78—89.
9. Зарубин В. С., Александров Д. А. Модель неупругого деформирования поликристаллического материала при неізотермическом нагружении // Сб. Численные методы механики сплошной среды. Новосибирск: изд. ИТПМ СО АН СССР, 1982. Т. 13. № 6. С. 53—62.
10. Биргер И. А., Шорр Б. Ф., Демьянушко И. В. и др. Термопрочность деталей машин. М.: Машиностроение, 1975. 455 с.

Москва

Поступила в редакцию  
23.X.1993