

**МЕХАНИКА  
ТВЕРДОГО ТЕЛА**

**№ 5 • 1993**

**УДК 621.762**

**© 1993 г. С. Е. АЛЕКСАНДРОВ**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ УПЛОТНЕНИЯ  
ПОРОШКОВЫХ МЕТАЛЛОКОМПОЗИТОВ**

Обзор работ по механике композиционных материалов (КМ) содержится в [1]. Из него видно, что постановки и методы решения задач в области моделирования технологических процессов получения и обработки КМ исследованы недостаточно. Это связано с ограниченностью непосредственного применения методов механики сплошной среды ко всему объему деформируемого материала, хотя такие попытки предпринимались, например [2]. Исследование технологических процессов получения и обработки КМ таким способом не учитывает реальную структуру армирующих элементов и требует для описания деформирования КМ большого комплекса экспериментальных данных для каждого вида структуры. В то же время свойства матрицы и армирующих элементов исследованы значительно полнее.

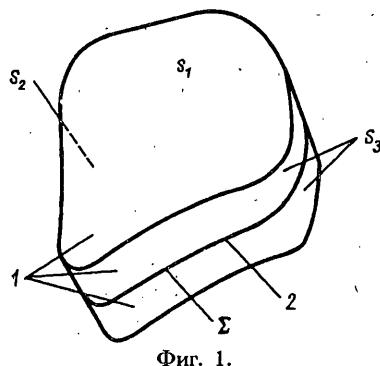
В публикуемой работе будут рассмотрены порошковые металлокомпозиты, состоящие из порошковой матрицы и арматуры в виде вязаной металлической трикотажной сетки. Распространение таких КМ связано с тем, что они обладают рядом специальных свойств функционального назначения [3]. Для этих КМ свойства матрицы могут быть описаны какой-либо теорией пластичности, например [4, 5], а свойства арматуры с учетом реальной геометрии также известны [6, 7]. В работе эти данные используются для построения механико-математической модели деформирования КМ. Отметим, что структурный подход к анализу технологических процессов обработки КМ использовался, например в [8—10]. Однако сложность предложенного в этих работах описания поведения КМ вынудила ограничиться исследованием макрооднородного напряженно-деформированного состояния, что сильно сужает класс решаемых этим методом задач.

В публикуемой работе предложена механико-математическая модель деформирования порошковых КМ, армированных трикотажными сетками, основанная на методах механики сплошной среды и, в то же время, учитывающая реальную структуру армирующей сетки. Модель позволяет определять напряженно-деформированное состояние и плотность матрицы, усилия и удлинения сетки. Определены критические размеры очага деформации, а, следовательно, и геометрические размеры инструмента, при которых армирующая сетка еще сохраняет свои свойства, необходимые для эксплуатации изделия, на примере процесса прокатки в условиях плоской деформации.

**1. Общий метод анализа уплотнения металлокомпозитов.** Необходимость учета реальной структуры и свойств армирующих элементов, с одной стороны, и ограниченные возможности при исследовании технологических задач, даже при применении современных ЭВМ, с другой стороны, заставляют искать компромиссные подходы к решению задач уплотнения КМ между феноменологическим [2] и структурным [8—10].

В работе определен класс КМ, армированных трикотажной металлической сеткой, процессы компактирования которых могут быть описаны уравнениями механики сплошной среды, примененными ко всему деформируемому объему. В то же время при анализе поведения армирующей сетки удается учесть ее реальную геометрию, так как эффекты от введения сетки не осредняются по всему объему очага деформации, а определяются изменением свойств матрицы на геометрическом месте точек, соответствующем расположению сетки.

Отметим, что при исследовании технологических процессов поведение сетки



Фиг. 1.

описывается в основном уравнениями деформационного типа [6, 7], а поведение порошковой матрицы — уравнениями пластического или вязкого течения [4, 5]. Это приводит, вообще говоря, к необходимости пользоваться теорией конечных деформаций, даже если поведение матрицы определяется только мгновенными кинематическими характеристиками, что значительно усложняет исследование. Предлагаемый ниже подход позволяет избежать этого для таких материалов матрицы.

Рассмотрим некоторое текущее состояние заготовки в технологическом процессе. Выделим в окрестности элемента армирующей сетки произвольный объем  $V$ , ограниченный поверхностью  $s$ , состоящей из гладких кусков  $s_1, s_2, s_3$  (фиг. 1). На этой фигуре: 1 — матрица, 2 — сетка.

Толщина сетки обычно значительно меньше характерного размера очага деформации, поэтому представим сетку поверхностью  $\Sigma$ . Такое представление для другого класса КМ было использовано в [11]. Наличие сетки в уравнениях, описывающих течение матрицы, будем учитывать, предполагая, что свойства матрицы теряют разрыв на поверхности  $\Sigma$  (фиг. 1). Для вывода условия на поверхности разрыва положим, что проскальзывание между сеткой и матрицей отсутствует. В пользу этого предположения говорит сложная пространственная структура сетки, не позволяющая перемещаться по ней частичками порошка, а также известные результаты по моделированию поверхности контакта в плоских сетках [12].

Условие равновесия объема  $V$  определяется векторным уравнением

$$\int p_n ds = 0 \quad (1.1)$$

Здесь  $p_n$  — вектор напряжений на поверхности  $s$ . На поверхностях  $s_1$  и  $s_2$  действуют только напряжения в матрице  $p_{n1}$  и  $p_{n2}$ , а на поверхности  $s_3$  как напряжения в матрице  $p_{n3}$ , так и усилие на единицу длины в сетке  $F_n$ . Интеграл (1.1) в этих обозначениях можно представить в виде

$$\int_{s_1} p_{n1} ds + \int_{s_2} p_{n2} ds + \int_{s_3} p_{n3} ds + \int_l F_n dl = 0$$

Здесь  $l$  — линия пересечения поверхностей  $s_3$  и  $\Sigma$ .

Устремляя  $s_3 \rightarrow 0$ , получим связь между напряжениями в матрице с обеих сторон сетки и усилием в ней

$$\int_{s_1} p_{n1} ds + \int_{s_2} p_{n2} ds + \int_l F_n dl = 0 \quad (1.2)$$

Оценим порядок членов в этом уравнении. Для этого примем следующие характерные размеры: для длин —  $R$  — характерный размер очага деформации; для скоростей —  $v_0$  — скорость инструмента; для усилия на единицу длины в

сетке —  $p_*$  — усилие, при котором в случае одноосного растяжения в сетке возникают пластические деформации; для напряжений в матрице —  $\sigma_* = \gamma\mu_0 v_0 / R$  в случае вязкого материала ( $\mu_0$  — коэффициент вязкости твердой фазы) и  $\sigma_* = \gamma k$  в случае пластического материала ( $k$  — предел текучести при чистом сдвиге материала твердой фазы), коэффициент  $\gamma$  учитывает влияние пористости.

Для безразмерных величин сохраним прежние обозначения. Уравнение (1.2) преобразуется к виду

$$\int_{s_1} p_{n1} ds + \int_{s_2} p_{n2} ds + \delta \int_l F_n dl = 0, \quad \delta = p_*/(\sigma_* R) \quad (1.3)$$

Для вычисления величины  $\delta$  примем  $\mu_0 = 10^{10}$  Па·с [5],  $v_0 = 10^{-2} - 10^{-1}$  м/с [13],  $p_* = 10^2$  Н/м [7],  $k = 10^9$  Па [14]. Величина  $\gamma$  принимает максимальное значение  $\gamma = 1$  при  $\rho = 1$ , поэтому для получения оценки, приемлемой во всем диапазоне изменений относительной плотности, необходимо знать значение  $\gamma$  при минимальном значении  $\rho$ . Известно, что феноменологические теории хорошо работают только при  $\rho \geq 0,6$  [15]. Используя зависимости свойств материала от относительной плотности, например [4], получим минимальное значение  $\gamma \sim 10^{-1}$ . Следовательно, для вязкого материала  $\delta \sim 10^{-6} - 10^{-5}$ , для пластического —  $\delta \sim 10^{-5} - 10^{-4}$ .

Таким образом, как в случае вязкого, так и в случае пластического материала матрицы величина  $\delta << 1$  и, следовательно, последним слагаемым в (1.3) можно пренебречь. Это показывает, что усилия, возникающие в армирующей сетке, не оказывают существенного влияния на распределение напряжений в матрице, так как по предположению скорости частиц матрицы и сетки на поверхности контакта равны между собой, то, совместно с полученными условиями на напряжения, это приводит к эффективному методу расчета технологических процессов обработки КМ, армированных трикотажной сеткой. На первом этапе необходимо решить начально-краевую задачу по расчету процесса уплотнения порошковой матрицы, без учета наличия в ней сетки. Потом, по определенному на первом этапе полю скоростей, могут быть вычислены усилия и деформации сетки.

Для плоской деформации и некоторых частных задач такой подход был использован в [16, 17].

**2. Пример.** Рассмотрим уплотнение прокаткой тонкого листа, армированного одним слоем сетки, расположенной на оси симметрии ( $y = 0$ ), в условиях плоской деформации. Геометрическая схема прокатки показана на фиг. 2, где 1 — валки, 2 — очаг деформации, 3 — зона отставания, 4 — зона опережения.

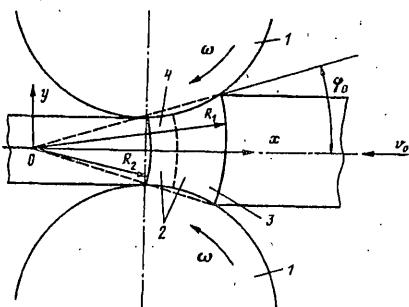
Очаг деформации ограничен дугами окружностей  $R_1$  и  $R_2 = 1$  и поверхностями валков. Исследуем установившуюся стадию процесса. Аналогичный технологический процесс получения неармированного листа из порошкового материала изучен, например, в [5]. В дальнейшем будут использованы результаты полученного в этой работе приближенного аналитического решения. В частности, поле скоростей при краевом условии  $v = -1$  при  $x = 1$  на оси симметрии определяется зависимостями (соответственно в зоне опережения и отставания):

$$v = -x^{-1}, \quad v = -(v_0 p_0 R_1) / (\rho x) \quad (2.1)$$

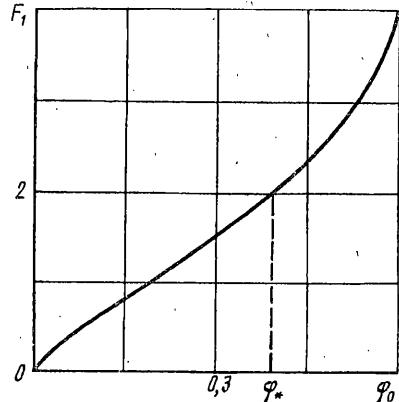
Здесь  $v$  — проекция скорости на ось  $x$ ,  $v_0$  — модуль скорости на входе в очаг деформации,  $p_0$  — плотность заготовки,  $\rho$  — плотность в произвольной точке.

В соответствии с предлагаемым методом исследования уплотнения рассматриваемых КМ выражение (2.1) определяет скорость движения элементов армирующей сетки. В случае установившегося течения удлинение сетки  $\Delta$  может быть вычислено по полю скоростей.

Пусть  $x = x(a, t)$  закон движения любой точки армирующей сетки ( $a$  —



Фиг. 2.



Фиг. 3.

лагранжева координата точки,  $t$  — время). Тогда относительное удлинение определяется так

$$\Delta = \partial x / \partial a - 1 \quad (2.2)$$

Так как движение установившееся и все точки сетки движутся вдоль оси  $x$ , то  $dx/dt = v(x)$ . Отсюда закон движения может быть определен из уравнения

$$L = \int_a^x v^{-1}(z) dz - t = 0$$

После дифференцирования этого выражения получаем

$$dx / da = -(\partial L / \partial a) / (\partial L / \partial x) = v(x) / v(a)$$

Тогда из выражения (2.2) будем иметь

$$\Delta = v(x) / v(a) - 1 \quad (2.3)$$

где  $v(a) = -v_0$  (предполагается, что до этого сеть находилась в недеформируемом состоянии),  $v(x)$  — скорость частицы в произвольной точке оси симметрии.

В общем случае зависимость между усилием в сетке  $F$  по направлению плетения и ее удлинением в этом же направлении  $\Delta$  с учетом (2.3) может быть представлена в виде (в зоне отставания и опережения соответственно):

$$\begin{aligned} F &= f(\Delta) = f[-v(x)/v_0 - 1] = f[(\rho_0 R_1)/(\rho x) - 1] \\ F &= f[(xv_0)^{-1} - 1] \end{aligned} \quad (2.4)$$

Эту зависимость примем из [7], в которой она получена для сетки типа «ластик» с различными геометрическими параметрами. Величины  $\rho = \rho(x)$  и  $v_0$ , входящие в (2.4), определены в [5]. Теперь из (2.4) может быть вычислено усилие в сетке вдоль очага деформации в зависимости от типа и параметров сетки, плотности заготовки и размера очага деформации, характеризуемого величинами (фиг. 2)  $R_1$  и  $\varphi_0$  ( $\varphi_0$  входит в выражение для определения  $\rho$ ). Поскольку максимальное удлинение сетки имеет место на выходе из очага деформации, то для оценки качества изделия достаточно определить усилие и деформацию в сетке при  $x = 1$ , т. е. в (2.4) нужно пользоваться выражением для зоны опережения. В дальнейшем положим  $\rho_0 = 0,6$ , а размеры очага деформации будем изменять с помощью  $\varphi_0$ , считая  $R_1 = 2$ .

Максимально допустимое безразмерное усилие в сетке при  $\theta_0 = 1,4835$  равно  $p_* = 2,0$  ( $\theta_0$  — определяет геометрические размеры петли сетки) [7]. Условие получения качественного изделия имеет вид  $F_1 \leq p_*$  ( $F_1$  — безразмерное усилие

в сетке на выходе из очага деформации). Зависимость  $F_1 = F_1(\varphi_0)$  представлена на фиг. 3. Критическое значение угла  $\varphi_0 = \varphi_*$  равно  $\varphi_* = 0,39$ . Получение качественных изделий возможно только при  $\varphi_0 \leq \varphi_*$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тарнопольский Ю. М. Инженерная механика композитов в СССР//Механика композит. материалов. 1991. № 5. С. 787—795.
2. Друянов Б. А., Вишняков Л. Р., Александров С. Е. О расчетах процессов деформирования сжимаемых анизотропных тел//Технологическая и конструкционная пластичность порошковых материалов. Киев: Ин-т пробл. материаловедения, 1988. С. 21—32.
3. Карпинес Д. М., Тучинский Л. И., Вишняков Л. Р. Новые композиционные материалы. Киев: Вища шк., 1977. 312 с.
4. Штерн М. Б., Сердюк Г. Г., Максименко Л. А. и др. Феноменологические теории прессования порошков. Киев: Наук. думка, 1982. 139 с.
5. Друянов Б. А. Прикладная теория пластичности пористых тел. М.: Машиностроение, 1989. 164 с.
6. Тан С., Бойл Р., Уайтсайд Дж., Андерсон Р. Нелинейная зависимость между напряжениями и деформацией для металлических сеток//Ракетн. техника и космонавтика. 1980. Т. 18. № 6. С. 136—142.
7. Вишняков Л. Р., Феодосьева Л. И., Якименко С. Н. Влияние структуры на деформацию металлотрикотажа для армирования композиционных материалов//Порошковая металлургия. 1992. № 3. С. 20—25.
8. Тучинский Л. И. Твердофазное уплотнение армированных металлов. Киев: Наук. думка, 1980. 115 с.
9. Арефьев Б. А. Физико-химические основы компактирования волокнистых композиционных материалов. М.: Металлургия, 1988. 192 с.
10. Мануйлов В. Ф., Смирнов В. И., Галкин В. И. Расчеты процессов деформирования композиционных материалов. М.: Металлургия, 1992. 208 с.
11. Пипкин А. С. Конечные деформации идеальных волокнистых композитов//Композиционные материалы. Т. 2. Механика композиционных материалов. М.: Мир, 1978. С. 287—353.
12. Композиционные материалы. Справочник под ред. В. В. Васильева и Ю. М. Тарнопольского. М.: Машиностроение, 1990. 510 с.
13. Ложечников Е. Б. Прокатка в порошковой металлургии. М.: Металлургия, 1987. 185 с.
14. Соколов Л. Д. Сопротивление металлов пластической деформации. М.: Металлургия, 1963. 284 с.
15. Мартынова И. Ф., Скороход В. В. Уплотнение пористого металла при объемном пластическом деформировании в отсутствие деформационного упрочнения//Порошковая металлургия. 1976. № 5. С. 14—17.
16. Вишняков Л. Р., Александров С. Е., Феодосьева Л. И. Исследование совместного течения порошковой матрицы и армирующей сетки в условиях плоской деформации//ПМТФ. 1993. № 1. С. 144—150.
17. Vishnyakov L. R. and Alexandrov S. E. A Mathematical Model of Joint Compacting of Metal Powder Matrix and Reinforcing Knitted Net//Proc. Int. Symp, Composites: Fracture Mechanics and Technology. Chernogolovka: Rus. Comp. Soc. 1992. P. 274—279.

Москва

Поступила в редакцию  
10.VI.1992