

УДК 539.3:537.633.9

© 1993 г. М. А. ВЛАСОВ, И. П. ГЕТМАН

## ПИРОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ В ПЬЕЗОАКТИВНЫХ КОМПОЗИТАХ

В работе теоретически исследуется механизм возникновения пьезоэлектрического эффекта в пьезоактивных композитах регулярной структуры, полученных на основе соединения двух активных фаз — пьезоэлектрической и термоупругой. Указывается на возможность увеличения пьезоэлектрических постоянных композита по сравнению с пьезоэлектрическими постоянными пьезоэлектрической фазы. Приводятся выражения для вычисления эффективных характеристик рассмотренных композитов. Ранее эффективные термопьезоэлектрические свойства слоистых композитов исследовались в [1].

1. Рассмотрим линейную задачу термоэлектроупругости [2]:

$$\nabla \cdot \sigma = \rho \ddot{U}, \quad \nabla \cdot D = 0, \quad \nabla \cdot q + T_0 \dot{S} = 0 \quad (1)$$

для композита периодической структуры, каждая фаза которого может быть описана с помощью определяющих соотношений

$$\sigma = C \circ \varepsilon - e^T \cdot E - \gamma \theta, \quad D = e \circ \varepsilon + \mathcal{E} \cdot E + g \theta \quad (2)$$

$$S = \gamma \circ \varepsilon + g \cdot E + C_\theta \theta / T_0$$

Здесь  $\varepsilon = 1/2(\nabla U + \nabla U^T)$  — тензор деформации,  $E = -\nabla \varphi$  — вектор напряженности электрического поля,  $\theta = T - T_0$  — изменение температуры,  $q = -K \cdot \nabla \theta$  — вектор потока тепла,  $\sigma$  — тензор напряжений,  $D$  — вектор электрической индукции,  $S$  — энтропия,  $C$  — тензор модулей упругости с компонентами  $C_{ijkl}(x/\varepsilon)$ ,  $e$  — тензор пьезомодулей с компонентами  $e_{kij}(x/\varepsilon)$ ,  $\gamma$  — тензор термоупругих постоянных с компонентами  $\gamma_{ij}(x/\varepsilon)$ ,  $\mathcal{E}$  — тензор диэлектрических проницаемостей с компонентами  $\mathcal{E}_{ij}(x/\varepsilon)$ ,  $g$  — вектор пьезоэлектрических коэффициентов с компонентами  $g_k(x/\varepsilon)$ ,  $C_\theta(x/\varepsilon)$  — теплоемкость,  $K$  — тензор коэффициентов теплопроводности с компонентами  $K_{ij}(x/\varepsilon)$ . Все перечисленные выражения являются периодическими функциями по  $x = (x_1, x_2, x_3)$ ,  $\varepsilon$  — характерный размер ячейки периодичности, отнесенный к линейному размеру композита.

Свяжем с ячейкой периодичности локальную систему координат  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ ,  $\xi_k = x_k/\varepsilon$ . Тогда в соответствии с методом осреднения [4, 3] решение задачи (1) ищется в виде разложений

$$\begin{aligned} U &= U_0(x) + \varepsilon U_1(x, \xi) + \varepsilon^2 U_2(x, \xi) + \dots \\ \varphi &= \varphi_0(x) + \varepsilon \varphi_1(x, \xi) + \varepsilon^2 \varphi_2(x, \xi) + \dots \\ \theta &= \theta_0(x) + \varepsilon \theta_1(x, \xi) + \varepsilon^2 \theta_2(x, \xi) + \dots \end{aligned} \quad (3)$$

подстановка которых в (1) приводит с учетом равенства  $\nabla = \nabla_x + \varepsilon^{-1} \nabla_\xi$ , где  $\nabla_x, \nabla_\xi$  — набла-операторы в системах  $x$  и  $\xi$  соответственно, к последовательности уравнений

$$\nabla_x \cdot \sigma_{k-1} + \nabla_\xi \cdot \sigma_k = \rho \ddot{U}_{k-1}, \quad \nabla_x \cdot D_{k-1} + \nabla_\xi \cdot D_k = 0 \quad (4)$$

$$\nabla_x \cdot \mathbf{q}_{k-1} + \nabla_\xi \cdot \mathbf{q}_k = -T_0 \dot{S}_{k-1} \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

Здесь  $\sigma_k$ ,  $\mathbf{D}_k$ ,  $\mathbf{q}_k$ ,  $S_k$  — компоненты в разложении по параметру  $\varepsilon$  тензора напряжений, вектора электрической индукции, вектора потока тепла и энтропии соответственно

$$\begin{aligned} \sigma_k &= \mathbf{C}(\xi) \odot (\nabla_x \mathbf{U}_k + \nabla_\xi \mathbf{U}_{k+1}) + \mathbf{e}^\tau(\xi) \cdot (\nabla_x \varphi_k + \nabla_\xi \varphi_{k+1}) - \gamma(\xi) \theta_k \\ \mathbf{D}_k &= \mathbf{e}(\xi) \odot (\nabla_x \mathbf{U}_k + \nabla_\xi \mathbf{U}_{k+1}) - \mathcal{E}(\xi) \cdot (\nabla_x \varphi_k + \nabla_\xi \varphi_{k+1}) + \mathbf{g}(\xi) \theta_k \\ \mathbf{q}_k &= -\mathbf{K}(\xi) \cdot (\nabla_x \theta_k + \nabla_\xi \theta_{k+1}) \\ S_k &= \gamma(\xi) \odot (\nabla_x \mathbf{U}_k + \nabla_\xi \mathbf{U}_{k+1}) - \mathbf{g}(\xi) \cdot (\nabla_x \varphi_k + \nabla_\xi \varphi_{k+1}) + C_\varepsilon(\xi) \theta_k / T_0 \end{aligned} \quad (5)$$

В (4) компоненты с отрицательным индексом следует полагать равными нулю.

Отметим, что  $\mathbf{U}_k(x, \xi)$ ,  $\varphi_k(x, \xi)$ ,  $\sigma_k(x, \xi)$ ,  $\mathbf{D}_k(x, \xi)$ ,  $\mathbf{q}_k(x, \xi)$ ,  $\theta_k(x, \xi)$  ( $k \geq 1$ ) являются периодическими функциями по быстрым координатам  $\xi$ . Задача на нулевом этапе ( $k=0$ ) носит название задачи на ячейке

$$\nabla_\xi \cdot \sigma_0 = 0, \quad \nabla_\xi \cdot \mathbf{D}_0 = 0, \quad \nabla_\xi \cdot \mathbf{q}_0 = 0 \quad (6)$$

и заключается в отыскании периодических функций  $\mathbf{U}_1$ ,  $\varphi_1$ ,  $\theta_1$  на ячейке периодичности. С этой целью  $\mathbf{U}_1$ ,  $\varphi_1$ ,  $\theta_1$  представим в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_1 &= \mathbf{N}(\xi) \odot \nabla_x \mathbf{U}_0 + \mathbf{R}(\xi) \cdot \nabla_x \varphi_0 + \mathbf{M}(\xi) \theta_0 \\ \varphi_1 &= \mathbf{S}(\xi) \odot \nabla_x \mathbf{U}_0 + \mathbf{\Phi}(\xi) \cdot \nabla_x \varphi_0 + \mathbf{T}(\xi) \theta_0 \\ \theta_1 &= \mathbf{X}(\xi) \odot \nabla_x \mathbf{U}_0 + \mathbf{Y}(\xi) \cdot \nabla_x \varphi_0 + \mathbf{G}(\xi) \nabla_x \theta_0 \end{aligned} \quad (7)$$

где компоненты  $\mathbf{N}(\xi)$ ,  $\mathbf{R}(\xi)$ ,  $\mathbf{S}(\xi)$ ,  $\mathbf{\Phi}(\xi)$ ,  $\mathbf{M}(\xi)$ ,  $\mathbf{T}(\xi)$ ,  $\mathbf{X}(\xi)$ ,  $\mathbf{Y}(\xi)$ , и  $\mathbf{G}(\xi)$  периодические по  $\xi$  функции.

На основе (5) запишем представления

$$\begin{aligned} \sigma &= [\mathbf{C} + \mathbf{C} \odot \nabla_\xi \mathbf{N} + \mathbf{e}^\tau \cdot \nabla_\xi \mathbf{S}] \odot \nabla_x \mathbf{U}_0 + [\mathbf{e}^\tau + \mathbf{C} \odot \nabla_\xi \mathbf{R} + \mathbf{e}^\tau \cdot \nabla_\xi \mathbf{\Phi}] \cdot \nabla_x \varphi_0 - \\ &\quad - [\gamma - \mathbf{C} \odot \nabla_\xi \mathbf{M} - \mathbf{e}^\tau \cdot \nabla_\xi \mathbf{T}] \theta_0 \\ \mathbf{D}_0 &= [\mathbf{e} + \mathbf{e} \odot \nabla_\xi \mathbf{N} - \mathcal{E} \cdot \nabla_\xi \mathbf{S}] \odot \nabla_x \mathbf{U}_0 - [\mathcal{E} - \mathbf{e} \odot \nabla_\xi \mathbf{R} + \mathcal{E} \cdot \nabla_\xi \mathbf{\Phi}] \cdot \nabla_x \varphi_0 + \\ &\quad + [\mathbf{g} + \mathbf{e} \odot \nabla_\xi \mathbf{M} - \mathcal{E} \cdot \nabla_\xi \mathbf{T}] \theta_0 \\ \mathbf{q}_0 &= -\mathbf{K} \cdot \nabla_\xi \mathbf{X} \odot \nabla_x \mathbf{U}_0 - \mathbf{K} \cdot \nabla_\xi \mathbf{Y} \cdot \nabla_x \varphi_0 - [\mathbf{K} + \nabla_\xi \mathbf{G} \cdot \mathbf{K}] \cdot \nabla_x \theta_0 \\ S_0 &= [\gamma + \gamma \odot \nabla_\xi \mathbf{N} - \mathbf{g} \cdot \nabla_\xi \mathbf{S}] \odot \nabla_x \mathbf{U}_0 - [\mathbf{g} + \mathbf{g} \cdot \nabla_\xi \mathbf{\Phi} - \gamma \odot \nabla_\xi \mathbf{R}] \cdot \nabla_x \varphi_0 + \\ &\quad + [C_\varepsilon / T_0 - \mathbf{g} \cdot \nabla_\xi \mathbf{T} + \gamma \odot \nabla_\xi \mathbf{M}] \theta_0 \end{aligned} \quad (8)$$

тогда уравнения (6) будут выполняться для любых  $\mathbf{U}_0(x)$ ,  $\varphi_0(x)$  и  $\theta_0(x)$ , если будут выполняться следующие группы равенств:

$$\nabla_\xi \cdot (\mathbf{C} + \mathbf{C} \odot \nabla_\xi \mathbf{N} + \mathbf{e}^\tau \cdot \nabla_\xi \mathbf{S}) = 0, \quad \nabla_\xi \cdot (\mathbf{e} + \mathbf{e} \odot \nabla_\xi \mathbf{N} - \mathcal{E} \cdot \nabla_\xi \mathbf{S}) = 0 \quad (9)$$

$$\nabla_\xi \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla_\xi \mathbf{X}) = 0$$

$$\nabla_\xi \cdot (\mathbf{C} \odot \nabla_\xi \mathbf{R} + \mathbf{e}^\tau \cdot \nabla_\xi \mathbf{\Phi} + \mathbf{e}^\tau) = 0, \quad \nabla_\xi \cdot (\mathbf{e} \odot \nabla_\xi \mathbf{R} - \mathcal{E} \cdot \nabla_\xi \mathbf{\Phi} - \mathcal{E}) = 0 \quad (10)$$

$$\nabla_\xi \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla_\xi \mathbf{Y}) = 0$$

$$\nabla_\xi \cdot (\mathbf{C} \odot \nabla_\xi \mathbf{M} + \mathbf{e}^\tau \cdot \nabla_\xi \mathbf{T} - \gamma) = 0 \quad (11)$$

$$\nabla_\xi \cdot (\mathbf{e} \odot \nabla_\xi \mathbf{M} - \mathcal{E} \cdot \nabla_\xi \mathbf{T} + \mathbf{g}) = 0$$

$$\nabla_{\xi} \cdot (K + K \cdot \nabla_{\xi} G) = 0$$

Следует отметить, что последние уравнения систем (9) и (10) при решении однородной периодической задачи дают  $X = 0$ ,  $Y = 0$ . Таким образом, задача на ячейке сводится к определению периодических локальных функций  $N_{kpq}(\xi)$  и  $S_{pq}(\xi)$  из системы уравнений (9):

$$\begin{aligned} (C_{ijkl}N_{kpq,l} + e_{kij}S_{pq,k} + C_{ijpq})_{,j} &= 0 \\ (e_{kij}N_{ipq,j} - \epsilon_{kn}S_{pq,n} + e_{kpq})_{,k} &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

функций  $R_{kp}(\xi)$  и  $\Phi_p(\xi)$  из системы (10):

$$\begin{aligned} (C_{ijkl}R_{kp,l} + e_{kij}\Phi_{p,k} + e_{pij})_{,j} &= 0 \\ (e_{kij}R_{ip,j} - \epsilon_{kn}\Phi_{p,n} - \epsilon_{kp})_{,k} &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

функций  $M_k(\xi)$  и  $T(\xi)$  из первых двух уравнений системы (11)

$$\begin{aligned} (C_{ijkl}M_{k,l} + e_{kij}T_{,k} - \gamma_{ij})_{,j} &= 0 \\ (e_{kij}M_{i,j} - \epsilon_{kn}T_{,n} + g_k)_{,k} &= 0 \end{aligned} \quad (14)$$

и функций  $G_n(\xi)$  из последнего уравнения системы (11)

$$(K_{nj} + K_{ij}G_{n,i})_{,j} = 0 \quad (15)$$

на ячейке периодичности.

Для однозначной разрешимости уравнений (12)–(15) следует потребовать выполнения условий

$$\langle N_{kpq} \rangle = \langle S_{pq} \rangle = \langle R_{kp} \rangle = \langle \Phi_p \rangle = \langle M_k \rangle = \langle T \rangle = \langle G_n \rangle = 0 \quad (16)$$

где угловыми скобками обозначается среднее по объему ячейки периодичности. Кроме этого, необходимо добавить условия непрерывности на границе раздела между материалами перемещений, вектора напряжений, электрического потенциала, нормальной компоненты вектора электрической индукции, температуры и вектора потока тепла

$$\begin{aligned} [N_{kpq}(\xi)] &= 0, \quad [S_{pq}(\xi)] = 0 \\ [C_{ijkl}N_{kpq,l} + e_{kij}S_{pq,k} + C_{ijpq}]n_j &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} [e_{kij}N_{ipq,j} - \epsilon_{kn}S_{pq,n} + e_{kpq}]n_k &= 0 \\ [R_{kp}(\xi)] &= 0, \quad [\Phi_p(\xi)] = 0 \\ [C_{ijkl}R_{kp,l} + e_{kij}\Phi_{p,k} + e_{pij}]n_j &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} [e_{kij}R_{ip,j} - \epsilon_{kn}\Phi_{p,n} - \epsilon_{kp}]n_k &= 0 \\ [M_k(\xi)] &= 0, \quad [T(\xi)] = 0, \quad [G_n(\xi)] = 0 \\ [C_{ijkl}M_{k,l} + e_{kij}T_{,k} - \gamma_{ij}]n_j &= 0 \\ [e_{kij}M_{i,j} - \epsilon_{kn}T_{,n} + g_k]n_k &= 0, \quad [K_{nj} + K_{ij}G_{n,i}]n_j = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

где квадратные скобки обозначают скачок заключенных в них величин на границе раздела фаз.

После решения задач (12)–(15) могут быть найдены эффективные модули композита. Для этого рассмотрим систему уравнений (4) при  $k = 1$  и проинтегрируем ее по объему ячейки периодичности

$$\nabla_x \cdot \langle \sigma_0 \rangle + \langle \nabla_{\xi} \cdot \sigma_1 \rangle = \langle \rho \rangle \ddot{U}_0, \quad \nabla_x \cdot \langle D_0 \rangle + \langle \nabla_{\xi} \cdot D_1 \rangle = 0$$

$$\nabla_x \cdot \langle q_0 \rangle + \langle \nabla_\xi \cdot q_i \rangle = -T_0 \langle \dot{S}_0 \rangle \quad (20)$$

Вторые слагаемые в левых частях (20) в силу теоремы Гаусса — Остроградского и условий периодичности обращаются в нуль. Отсюда макроскопические уравнения имеют вид

$$\nabla_x \cdot \sigma^* = \rho \ddot{U}_0, \quad \nabla_x \cdot D^* = 0, \quad \nabla_x \cdot q^* = -T_0 \dot{S}^* \quad (21)$$

$$\sigma^* = \langle \sigma_0 \rangle, \quad D^* = \langle D_0 \rangle, \quad q^* = \langle q_0 \rangle, \quad S^* = \langle S_0 \rangle, \quad \rho^* = \langle \rho \rangle$$

и сравнивая с (8), определяем эффективные свойства пьезоактивного композита

$$C_{ijnq}^* = \langle C_{ijnq} + C_{ijkl} N_{kpq,l} + e_{kij} S_{pq,k} \rangle$$

$$e_{kij}^* = \langle e_{kij} + e_{kmn} N_{mij,n} - \mathcal{E}_{kn} S_{ij,n} \rangle$$

$$\mathcal{E}_{kn}^* = \langle \mathcal{E}_{kn} + \mathcal{E}_{kl} \Phi_{n,l} - e_{kij} R_{in,j} \rangle \quad (22)$$

$$\gamma_{ij}^* = \langle \gamma_{ij} - C_{ijpq} M_{p,q} - e_{kij} T_{,k} \rangle$$

$$g_k^* = \langle g_k + e_{kij} M_{i,j} - \mathcal{E}_{kn} T_{,n} \rangle$$

$$K_{ij}^* = \langle K_{ij} + K_{ip} G_{j,p} \rangle, \quad c_\epsilon^* = T_0 \langle c_\epsilon / T_0 - g_i T_{,i} + \gamma_{ij} M_{i,j} \rangle$$

2. В качестве примера рассмотрим слоистый композит, состоящий из чередующихся слоев пьезоактивной керамики и термоупругого материала с высоким значением коэффициента теплового расширения. Ось  $x_1$  декартовой системы координат  $(x_1, x_2, x_3)$  направим перпендикулярно плоскостям раздела слоев и будем считать, что ось предварительной поляризации керамики совпадает с осью  $x_3$ . В этом случае параметры материалов определяются матрицами

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}, \quad e = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$\mathcal{E} = \begin{pmatrix} \mathcal{E}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{E}_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{E}_{33} \end{pmatrix}, \quad \gamma = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{33} \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g_3 \end{pmatrix}$$

$$c_{66} = 1/2(c_{11} - c_{12})$$

Здесь используется двухиндексная запись компонент тензоров  $C_{ijkl}$  и  $e_{kij}$  согласно которой симметричная пара индексов заменяется одним по правилу:  $11 \rightarrow 1, 22 \rightarrow 2, 33 \rightarrow 3, 23 \rightarrow 4, 13 \rightarrow 5, 12 \rightarrow 6$ . Для термоупругой фазы пьезомодули  $e_{kl}$  и пьезоэлектрический коэффициент  $g_3$  следует полагать равными нулю.

Для композита выбранной структуры неизвестные функции  $N_{kpq}, S_{pq}, R_{kp}, \Phi_p, M_k, T$  и  $G_n$  зависят только от координаты  $\xi_1$  и могут быть определены явным образом из уравнений (12)–(15).

Не приводя решения систем (12)–(15) представим матрицы эффективных коэффициентов пьезокомпозита

$$C^* = \begin{vmatrix} C_{11}^* & C_{12}^* & C_{13}^* & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}^* & C_{22}^* & C_{23}^* & 0 & 0 & 0 \\ C_{13}^* & C_{23}^* & C_{33}^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44}^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55}^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}^* \end{vmatrix}, \quad e^* = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15}^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24}^* & 0 & 0 \\ e_{31}^* & e_{32}^* & e_{33}^* & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\mathfrak{A}^* = \begin{vmatrix} \mathfrak{A}_{11}^* & 0 & 0 \\ 0 & \mathfrak{A}_{22}^* & 0 \\ 0 & 0 & \mathfrak{A}_{33}^* \end{vmatrix}, \quad \gamma^* = \begin{vmatrix} \gamma_{11}^* & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_{22}^* & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_{33}^* \end{vmatrix}, \quad g^* = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ g_3^* \end{vmatrix}$$

$$K^* = \begin{vmatrix} k_{11}^* & k_{12}^* & k_{13}^* \\ k_{12}^* & k_{22}^* & k_{23}^* \\ k_{13}^* & k_{23}^* & k_{33}^* \end{vmatrix}, \quad c_e^* = T_0 \langle c_e / T_0 + \gamma_{11}^2 / c_{11} - \gamma_{11} \gamma_{11}^* / c_{11} \rangle$$

$$c_{11}^* = \langle c_{11}^{-1} \rangle^{-1}, \quad c_{12}^* = \langle c_{12} c_{11}^* / c_{11} \rangle, \quad c_{13}^* = \langle c_{13} c_{11}^* / c_{11} \rangle$$

$$c_{22}^* = \langle c_{22} - c_{12}^2 / c_{11} + c_{21} c_{12}^* / c_{11} \rangle, \quad c_{23}^* = \langle c_{13} - c_{12} c_{13} / c_{11} + c_{12} c_{13}^* / c_{11} \rangle$$

$$c_{66}^* = 1/2 \langle (c_{11} - c_{12})^{-1} \rangle^{-1}, \quad c_{44}^* = \langle c_{44} \rangle, \quad c_{55}^* = \langle c_{44} B^{-1} \rangle / \Delta$$

$$c_{33}^* = \langle c_{33} - c_{13}^2 / c_{11} + c_{13} c_{13}^* / c_{11} \rangle$$

$$e_{31}^* = \langle e_{31} c_{11}^* / c_{11} \rangle, \quad e_{32}^* = \langle e_{31} - e_{31} c_{12} / c_{11} + e_{31} c_{12}^* / c_{11} \rangle$$

$$e_{33}^* = \langle e_{33} - e_{31} c_{13} / c_{11} + e_{31} c_{13}^* / c_{11} \rangle, \quad e_{24}^* = \langle e_{15} \rangle, \quad e_{15}^* = \langle e_{15} B^{-1} \rangle / \Delta$$

$$\mathfrak{A}_{11}^* = \langle \mathfrak{A}_{11} B^{-1} \rangle / \Delta, \quad \mathfrak{A}_{22}^* = \langle \mathfrak{A}_{11} \rangle, \quad \mathfrak{A}_{33}^* = \langle \mathfrak{A}_{33} + e_{31}^2 / c_{11} - e_{31} e_{31}^* / c_{11} \rangle$$

$$\gamma_{11}^* = \langle \gamma_{11} c_{11}^* / c_{11} \rangle, \quad \gamma_{22}^* = \langle \gamma_{11} - c_{12} \gamma_{11} / c_{11} + c_{12} \gamma_{11}^* / c_{11} \rangle$$

$$\gamma_{33}^* = \langle \gamma_{33} - c_{13} \gamma_{11} / c_{11} + c_{13} \gamma_{11}^* / c_{11} \rangle$$

$$g_3^* = \langle g_3 + e_{31} \gamma_{11} / c_{11} - e_{31} \gamma_{11}^* / c_{11} \rangle$$

$$k_{11}^* = \langle k_{11}^{-1} \rangle^{-1}, \quad k_{12}^* = \langle k_{12} k_{11}^* / k_{11} \rangle, \quad k_{13}^* = \langle k_{13} k_{11}^* / k_{11} \rangle$$

$$k_{22}^* = \langle k_{22} - k_{12}^2 / k_{11} + k_{12} k_{12}^* / k_{11} \rangle, \quad k_{23}^* = \langle k_{23} - k_{12} k_{13} / k_{11} + k_{12} k_{13}^* / k_{11} \rangle$$

$$k_{33}^* = \langle k_{33} - k_{13}^2 / k_{11} + k_{13} k_{13}^* / k_{11} \rangle$$

$$B = (c_{44} \mathfrak{A}_{11} + e_{15}^2), \quad \Delta = \langle \mathfrak{A}_{11} B^{-1} \rangle \langle c_{44} B^{-1} \rangle + \langle e_{15} B^{-1} \rangle^2$$

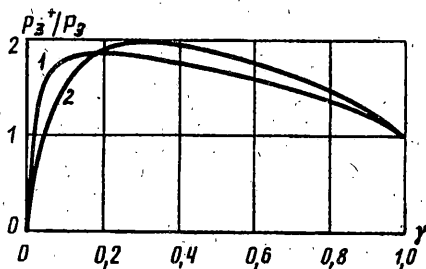
По найденным матрицам эффективных модулей можно определить любой другой набор параметров, характеризующих эффективные свойства пьезокомпозиита. В частности, параметры из другой формы определяющих соотношений

$$e_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl} + d_{kj} E_k + \alpha_{ij} \theta$$

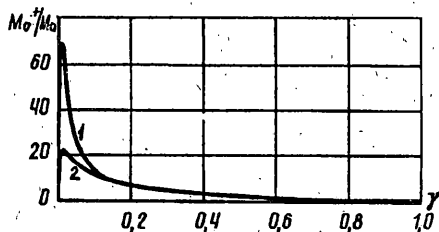
$$D_i = d_{ijk} \sigma_{jk} + \mathfrak{A}_{ij} E_j + p_i \theta$$

$$S = \alpha_{ij} \sigma_{ij} + p_i E_i + c_\sigma \theta / T_0$$

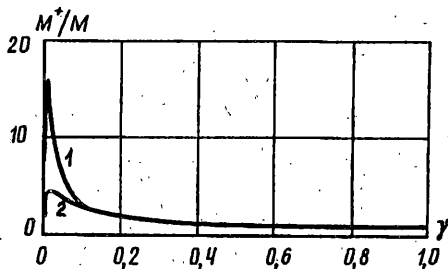
Приведем некоторые результаты расчетов по определению эффективных характеристик рассмотренных пьезокомпозиитов. На фиг. 1 представлена для композиита зависимость нормированного пьезокоэффициента  $p_3$  от объемной концентрации первой фазы (материал ЦТС-19). Значение равное единице соответствует коэффициенту для однородной пьезокерамики. Кривая 1 соответствует напол-



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

нителю из полиэтилена с коэффициентом теплового расширения  $\alpha = 330 \cdot 10^6$  1/К, кривая 2 — наполнителю из оргстекла с  $\alpha = 83 \cdot 10^6$  1/К. Из графиков видно, что при определенной концентрации пьезоактивной и термоупругой фаз удается удвоить значение продольного пироккоэффициента.

На фиг. 2, 3 представлены графики нормированных к соответствующим значениям для пьезоэлектрической фазы коэффициента пьезоэлектрической чувствительности  $M_0 = p_3/\epsilon_{33}$  и коэффициента критерия качества [5]  $M = p_3/c_p \epsilon_{33}$ . Установлено, что при малых концентрациях пьезоактивной фазы происходит значительный рост указанных величин. Так, при десятипроцентном содержании пьезоматериала в композите пьезокерамика-полиэтилен величина продольной пирочувствительности достигает значения  $0,44 \cdot 10^3$  В/мК, а коэффициент критерия качества  $0,20 \cdot 10^{-12}$  Кл·м/Дж.

Полученные соотношения для эффективных модулей позволяют прогнозировать свойства слоистых пьезокомпозитов в зависимости от упругих, температурных и электрических параметров его компонентов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каролюнас Р. И. Эффективные термопьезоэлектрические свойства слоистых композитов // Механика композитных материалов. 1990. № 5. С. 823—835.
2. Новацкий В. Электромагнитные эффекты в твердых телах. М.: Мир, 1986. 159 с.
3. Бахвалов Н. С., Панасенко Г. П. Осреднение процессов в периодических средах. М.: Наука, 1984. 352 с.
4. Победра Б. Е. Механика композиционных материалов. М.: Изд-во МГУ, 1984. 336 с.
5. Кремнезугский Л. С., Ройцина О. В. Пьезоэлектрические приемники излучения. Киев: Наук. думка, 1979. 382 с.