МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 5 • 1993

УДК 539.3

© 1993 г. А. А. ЕВТУШЕНКО, О. М. УХАНСКАЯ

ПЛОСКАЯ КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА ТЕРМОУПРУГОСТИ ПРИ КВАЗИСТАЦИОНАРНОМ ТЕПЛООБРАЗОВАНИИ ОТ ТРЕНИЯ

Постановка плоской термоупругой контактной задачи с учетом теплообразования от трения впервые осуществлена в [1]. Решение получено для случая стационарного распределения температуры фрикционного разогрева двух упругих цилиндров с параллельными образующими. В [2] предложен численно-аналитический метод решения сингулярных интегральных уравнений контактной задачи о вдавливании равномерно движущегося штампа в упругую полуплоскость с учетом тепловыделения от трения. При этом использованы соотношения для определения нормальных перемещений и температуры граничных точек полупространства, нагреваемого движущимися с постоянной скоростью по его границе источниками тепла постоянной мощности. Соответствующие функции Грина представлены в виде интегралов Фурье, что затрудняет численную реализацию подхода на ЭВМ. Аналитические выражения для этих интегралов получены в работе [3] и на их основании решены плоские квазистатические контактные задачи термоупругости для плоского [4] и кругового [5] теплоизолированного штампа, скользящего по поверхности теплопроводящей полуплоскости. В [6] решена плоская контактная задача термоупругости, моделирующая фрикционное упрочнение упругой детали круглым диском. Совместное влияние шероховатости, износа и теплообразования от трения на распределение контактного давления и температуры в слое большой толщины исследовано в [7]. Задача об износе упругого покрытия на жестком основании от действия равномерно скользящего бесконечного штампа плиты с учетом теплообразования рассмотрена в [8].

Настоящая работа является обобщением полученных ранее результатов на случай, когда материалы контактирующих тел упругие и теплопроводящие, а тепловой контакт неидеальный.

1. Геометрия пары трения показана на фиг. 1. Упругий круговой цилиндр радиуса R скользит с постоянной скоростью V по поверхности изотропного полупространства и вдавливается в него силой P. Вследствие трения в области контакта (a, b) происходит теплообразование, приводящее к возникновению тепловых потоков $q_i(x)$, $i=1, 2$, направленных в каждое из тел. Исследуется случай, когда все тепло, генерируемое на отрезке контакта, поглощается соприкасающимися телами, т. е. теплоотдача со свободной поверхности тел отсутствует. Введем систему прямоугольных координат xOy, жестко связанную с цилиндром, в которой отрезок контакта неподвижен и термомеханические процессы установившиеся. Величины, относящиеся к цилиндру и полуплоскости, снабдим индексами 1 и 2 соответственно. Граничные условия задачи при $y=0$ имеют вид

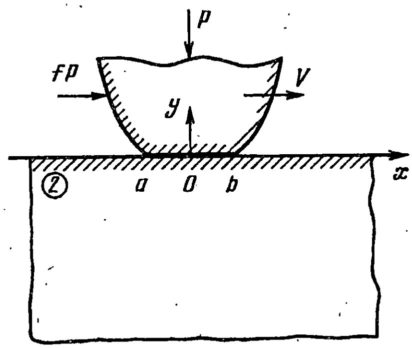
$$\sigma_{y1}(x) = \sigma_{y2}(x) = \sigma_y(x), \quad a \le x \le b \tag{1}$$

$$\sigma_{xy1}(x) = \sigma_{xy2}(x) = \sigma_{xy}(x), \quad a \le x \le b$$

$$\sigma_{yi}(x) = \sigma_{xyi}(x) = 0 \quad (i = 1, 2), \quad a > x > b \tag{2}$$

$$\frac{d}{dx}[v_1(x) - v_2(x) + g_0(x)] = 0, \quad a \le x \le b \tag{3}$$

где $g_0(x) = x^2/2R$ — расстояние между поверхностями цилиндра и полуплоскости.



Фиг. 1

Для связи касательных σ_{xy} и нормальных σ_y усилий на полоске контакта используем закон Амонтона

$$\sigma_{xy}(x) = -f\sigma_y(x), \quad a \le x \le b \tag{4}$$

(f — коэффициент трения). Считаем, что тепловой контакт тел неидеален

$$T_1(x) - T_2(x) = h_0[q_1(x) - q_2(x)], \quad a \le x \le b \tag{5}$$

где h_0 — термическое контактное сопротивление [9]. Неконтактирующие части поверхности цилиндра и полуплоскости считаем теплоизолированными

$$q_1(x) = q_2(x) = 0, \quad a > x > b \tag{6}$$

а в каждой точке на отрезке контакта сумма интенсивностей тепловых потоков, идущих в каждое из тел, равна интенсивности теплообразования за счет сил трения

$$q_1(x) + q_2(x) = fV\sigma_y(x), \quad a \le x \le b \tag{7}$$

Нормальные перемещения поверхности $y=0$ цилиндра и полупространства представим как сумму упругой и термоупругой составляющих

$$v_i(x) = v_i^e(x) + v_i^t(x) \quad (i = 1, 2), \quad |x| < \infty \tag{8}$$

На основании [10, 11] с учетом условий (1), (2), (4) имеем

$$\frac{dv_i^e(x)}{dx} = \frac{A_i}{\mu_i\pi}\int_a^b \frac{p(\xi)\,d\xi}{x-\xi} + f\frac{B_i}{\mu_i}p(x), \quad |x| < \infty \tag{9}$$

$$A_1 = 1 - \nu_1, \quad B_1 = (1 - 2\nu_1)/2, \quad A_2 = \beta_1(1 - \beta_2^2)/C, \quad B_2 = (2\beta_1\beta_2 - 1 - \beta_2^2)/C$$

$$C = (1 + \beta_2^2)^2 - 4\beta_1\beta_2, \quad \beta_i = 1 - M_i^2, \quad M_i = V/c_i$$

$$\frac{c_1^2}{c_2^2} = \frac{2(1-\nu_2)}{1-2\nu_2}, \quad \mu_i = \frac{E_i}{2(1+\nu_i)} \quad (i = 1, 2).$$

где $p(x) \equiv -\sigma_y(x)$ — контактное давление, E_i, ν_i $(i=1, 2)$ — модуль Юнга и коэффициент Пуассона материалов пары трения.

Температура и нормальное перемещение граничных точек полуплоскости $y > 0$ от действия стационарных тепловых источников, распределенных вдоль отрезка (a, b) оси Ox с плотностью $q_1(x)$, имеют вид [2, 3, 5]:

$$T_1(x) = -\frac{1}{\lambda_1\pi}\int_a^b q_1(\xi)\ln|x-\xi|\,d\xi, \quad |x| < \infty \tag{10}$$

$$v_1^t(x) = \frac{\delta_1}{2} \int_a^b q_1(\xi) \, |x - \xi| \, d\xi, \quad |x| < \infty \tag{11}$$

Если же тепловые источники распределены вдоль (a, b) с плотностью $q_2(x)$ и движутся с постоянной скоростью V в положительном направлении оси Ox, то [3]:

$$T_2(x) = \frac{1}{\lambda_2 \pi} \int_a^b q_2(\xi) \, N(x - \xi) \, d\xi, \quad |x| < \infty. \tag{12}$$

$$N(x - \xi) = \exp(-X) \, K_0(|X|), \quad X = V(x - \xi)/k_2$$

$$v_2^t(x) = \frac{2\delta_2 k_2}{V} \int_a^b q_2(\xi) \, K^*(x - \xi) \, d\xi, \quad |x| < \infty \tag{13}$$

$$K^*(x - \xi) = \begin{cases} K(x - \xi), & x > \xi \\ 1, & x < \xi \end{cases}$$

$$K(x - \xi) = \exp(-X) \, \dot{I}_0(X)$$

В соотношениях (10) — (13) λ_i, k_i — соответственно коэффициенты теплопроводности, температуропроводности, $\delta_i = (1 + \nu_i)\alpha_{ti}/\lambda_i$ — коэффициенты термического искажения, α_{ti} — коэффициенты линейного температурного расширения материалов цилиндра и полупространства, $I_\nu(\cdot)$, $K_\nu(\cdot)$ — модифицированные функции Бесселя. Дифференцируя выражения (11), (13) по x, получаем

$$\frac{dv_1^t(x)}{dx} = \frac{\delta_1}{2} \int_a^b q(\xi) \, \operatorname{sign}(x - \xi) \, d\xi, \quad |x| < \infty \tag{14}$$

$$\frac{dv_2^t(x)}{dx} = -\delta_2 \int_a^b q_2(\xi) \, L(x - \xi) \, d\xi, \quad |x| < \infty$$

$$L(x - \xi) = \exp(-X) \, [\dot{I}_0(X) - \dot{I}_1(X)] \, H(x - \xi)$$

где $H(\cdots)$ — функция Хевисайда.

Подставляя соотношения (8), (9), (14) в граничное условие (3), приходим к интегральному уравнению

$$\left(\frac{A_1}{\mu_1} + \frac{A_2}{\mu_2}\right) \frac{1}{\pi} \int_a^b \frac{p(\xi) \, d\xi}{x - \xi} + \left(\frac{B_1}{\mu_1} - \frac{B_2}{\mu_2}\right) f p(x) + \tag{15}$$

$$+ \frac{\delta_1}{2} \int_a^b q_1(\xi) \, \operatorname{sign}(x - \xi) \, d\xi + \delta_2 \int_a^b q_2(\xi) \, L(x - \xi) \, d\xi = -\frac{x}{R}, \quad a \le x \le b$$

Условие теплового контакта (5) с учетом выражений (10), (12) и последующего дифференцирования по переменной ox (здесь и в дальнейшем производная обозначена штрихом), дает

$$h_0 \, [q_1'(x) - q_2'(x)] + \frac{1}{\lambda_1 \pi} \int_a^b \frac{q_1(\xi) \, d\xi}{x - \xi} - \tag{16}$$

$$- \frac{V}{2k_2 \lambda_2 \pi} \int_a^b q_2(\xi) \, M(x - \xi) \, d\xi = 0, \quad a \le x \le b$$

$$M(x - \xi) = \exp(-X) \, [K_0(|X|) + K_1(|X|)]$$

При этом условие (6) автоматически удовлетворено. Обозначим

$$\alpha = \frac{A_1}{\mu_1} + \frac{A_2}{\mu_2}, \quad \beta = \left(\frac{B_1}{\mu_1} - \frac{B_2}{\mu_2}\right)\frac{1}{\alpha}, \quad H = \frac{\delta_2 k_2}{\alpha}$$

$$\mathrm{Pe} = \frac{Va_0}{2k_2}, \quad a_0 = \frac{b-a}{2}, \quad b_0 = \frac{b+a}{2}$$

$$x = a_0 s + b_0, \quad \xi = a_0 r + b_0, \quad q(r) = q_1(r) - q_2(r)$$

$$p^*(r) = p(r)\, a_0/P, \quad q^*(r) = q(r)\, a_0/(fVP)$$

Тогда интегральные уравнения (15), (16) запишем в виде

$$\beta f p^*(s) + \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{p^*(r)\,dr}{s-r} - f\,\mathrm{Pe}\,H\int_{-1}^{1} p^*(r)\left[\frac{\delta_1}{2\delta_2}\,\mathrm{sign}\,(s-r) + L(s-r)\right]dr +$$

$$+ f\,\mathrm{Pe}\,H\int_{-1}^{1} q^*(r)\left[\frac{\delta_1}{2\delta_2}\,\mathrm{sign}\,(s-r) - L(s-r)\right]dr = -\left(s + \frac{b_0}{a_0}\right)\Lambda, \quad |s| < 1 \quad (17)$$

$$\varepsilon q^{*\prime}(s) + \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1} q^*(r)\left[\frac{1}{s-r} + \mathrm{Pe}\,\frac{\lambda_1}{\lambda_2} M(s-r)\right]dr -$$

$$-\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1} p^*(r)\left[\frac{1}{s-r} - \mathrm{Pe}\,\frac{\lambda_1}{\lambda_2} M(s-r)\right]dr = 0, \quad |s| < 1$$

$$\varepsilon = \frac{2\lambda_1 h_0}{a_0}, \quad \Lambda = \frac{1}{2\pi AB}\left(\frac{P^e}{P}\right), \quad A = \frac{1}{\pi}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{1}{\beta f}\right)$$

где $B = 1 - A$, $0 < A < 1$; P^e — сила, необходимая для образования полоски контакта шириной $2a_0$ в соответствующей изотермической задаче, причем [12] $a_0^2 = P^e R_\alpha/(2\pi AB)$. Поскольку при малых значениях аргумента $M(s-r) \simeq [\mathrm{Pe}(s-r)]^{-1}$ для регуляризации подынтегральной функции при $p^*(r)$ во втором из уравнений (17) произведем замену

$$q(r) = \eta p(r) + q^{\vee}(r), \quad \eta = (1 - \lambda_1/\lambda_2)/(1 + \lambda_1/\lambda_2)$$

В результате имеем систему сингулярных интегральных уравнений

$$\beta f p^*(s) + \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{p^*(r)\,dr}{s-r} - f\,\mathrm{Pe}\,H\int_{-1}^{1} p^*(r)\,G_{11}(s-r)\,dr + \quad (18)$$

$$+ f\,\mathrm{Pe}\,H\int_{-1}^{1} q^{\vee}(r)\,G_{12}(s-r)\,dr = -\left(s + \frac{b_0}{a_0}\right)\Lambda, \quad |s| < 1$$

$$\varepsilon\eta p^{*\prime}(s) - \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1} p^*(r)\,G_{21}(s-r)\,dr + \varepsilon q^{\vee\prime}(s) + \frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1} q^{\vee}(r) G_{22}(s-r)\,dr = 0, \quad |s| < 1$$

$$G_{11}(s-r) = (1-\eta)\frac{\delta_1}{2\delta_2}\,\mathrm{sign}\,(s-r) + (1+\eta)\,L(s-r)$$

$$G_{12}(s-r) = \frac{\delta_1}{2\delta_2}\,\mathrm{sign}\,(s-r) - L(s-r)$$

$$G_{21}(s-r) = \frac{1-\eta}{s-r} - (1+\eta)\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\,\mathrm{Pe}M(s-r)$$

$$G_{22}(s-r) = \frac{1}{s-r} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\,\mathrm{Pe}M(s-r)$$

Решение системы интегральных уравнений должно удовлетворять условию равновесия

$$\int_{-1}^{1} p^* (r)\, dr = 1 \tag{19}$$

и имеет вид

$$p^* (s) = \Lambda w (s, A, B)\, \varphi (s), \quad q^\vee (s) = \Lambda w (s, -1/2, -1/2)\, \psi (s),$$

$$w (s, A, B) = (1 - s)^A (1 + s)^B$$

где $\varphi (s)$, $\psi (s)$ — ограниченные на $(-1, 1)$ функции.

2. С помощью методики из [2, 13] перейдем от интегральных уравнений (18), (19) к системе линейных алгебраических уравнений относительно значений функций $\varphi(r)$, $\psi(r)$ в точках, являющихся корнями соответствующих полиномов Якоби $P_\nu^{(A_0,B)}(\cdot)$. Имеем

$$\gamma_{0n} + \sum_{j=1}^{n} W_{j,n}^{(A,B)} \left[\frac{1}{\pi (s_i - r_j)} - f\mathrm{Pe}HG_{11} (s_i - r_j) \right] \varphi (r_j) + \tag{20}$$

$$+ f\mathrm{Pe}H \sum_{k=1}^{m} W_{k,m}^{(-1/2, -1/2)} G_{12} (s_i - \tau_k)\, \psi (\tau_k) = - \left(s_i + \frac{b_0}{a_0} \right) \quad (i = 1, 2, \ldots, n + 1)$$

$$\sum_{j=1}^{n} W_{j,n}^{(A,B)} [\varepsilon\eta \mathrm{FP} (n, A, B, r_j, t_l) - \pi^{-1} G_{21} (t_l - r_j)]\, \varphi (r_j) +$$

$$+ \sum_{k=1}^{m} W_{k,m}^{(-1/2, -1/2)} [\varepsilon \mathrm{FP} (m, -1/2, -1/2, \tau_k, t_l) + \pi^{-1} G_{22} (t_l - \tau_k)]\, \psi (\tau_k) = 0$$

$$\sum_{j=1}^{n} W_{j,n}^{(A,B)} \varphi (r_j) = 2\pi AB \left(\frac{P}{P^e} \right) \quad (l = 1, 2, \ldots, m - 1) \tag{21}$$

$$W_{j,n}^{(A,B)} = -2^{A+B} \frac{\Gamma (n + A + 1)\, \Gamma (n + B + 1)}{(n + 1)!\, \Gamma (n + A + B + 2)} \frac{(2n + A + B + 2)}{P_n^{(A,B)\prime} (r_j)\, P_{n+1}^{(A,B)} (r_j)}$$

$$P_n^{(A,B)} (r_j) \equiv 0 \quad (j = 1, 2, \ldots, n), \quad P_{n+1}^{(-A, -B)} (s_i) \equiv 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, n + 1)$$

$$W_{k,m}^{(-1/2, -1/2)} = \frac{\pi}{m}, \quad \tau_k = \cos \left(\frac{2k - 1}{2m} \pi \right), \quad k = 1, 2, \ldots, m,$$

$$t_l = \cos \left(\frac{l}{m} \pi \right) \quad l = 1, 2, \ldots, m - 1$$

где γ_{0n} — регуляризующая переменная, причем решение системы линейных алгебраических уравнений (20) существует тогда и только тогда, когда выполняется условие

$$\lim_{n \to \infty} \gamma_{0n} = 0 \tag{22}$$

Интерполяционный полином FP $(\cdots)$ на основании результатов [14] имеет вид

$$\mathrm{FP} (n, A, B, x, s) = w (s, A - 1, B - 1) \sum_{\nu=0}^{n-1} h_\nu^{(A,B)} P_\nu^{(A,B)} (x) \times$$

$$\times \{[B - A - s (B + A)]\, P_\nu^{(A,B)} (s) + (1 - s^2)\, P_\nu^{(A,B)\prime} (s)\}$$

$$h_\nu^{(A,B)} = \frac{2\nu + A + B + 1}{2^{A+B+1}} \frac{\nu!\,\Gamma(\nu + A + B + 1)}{\Gamma(\nu + A + 1)\,\Gamma(\nu + B + 1)}.$$

Коэффициент разделения тепловых потоков введем следующим образом:

$$\lambda = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1 + Q_2}, \quad Q_i = \int_a^b q_i(\xi)\, d\xi \quad (i = 1, 2)$$

Отсюда следует интегральное уравнение для функции $q^\vee(s)$

$$\int_{-1}^{1} q^\vee(r)\, dr = -(\lambda + \eta)$$

или в дискретизированном виде

$$\sum_{k=1}^{m} W_{k,m}^{(-1/2,\,-1/2)} \psi(\tau_k) = -\frac{(\lambda + \eta)}{\Lambda} \tag{23}$$

С помощью параметра λ удобно регулировать суммарные потоки тепла, идущие на разогрев пары трения. Так, при $\lambda = -1$ цилиндр теплоизолирован и все фрикционное тепло направлено внутрь полуплоскости, если же $\lambda = 1$, то нагревается движущееся тело, а полуплоскость теплоизолирована. Несколько иной вид параметра λ предложен в работе [2].

Соотношения (20), (23) дают систему $n+1+m$ линейных алгебраических уравнений относительно такого же количества искомых функций γ_{0n}, $\varphi(r_j)$, $j = 1, 2, \ldots, n$; $\psi(\tau_k)$, $k = 1, 2, \ldots, m$. Сложность решения этой системы состоит в том, что величины a_0 и b_0, а значит a и b, заранее не определены. Для их нахождения предлагается следующий алгоритм [6]. Задаем одну из границ области контакта, например a. Решаем систему линейных алгебраических уравнений (20), (23) при некотором начальном значении b. Методом линейно-квадратичной интерполяции подбираем b такое, чтобы выполнялось условие (22). Тогда из (20) находим все искомые величины, а соотношение (21) служит для определения P/P^e.

Температуру тел при $y = 0$ находим по формулам (10), (12), которые приближаем в виде

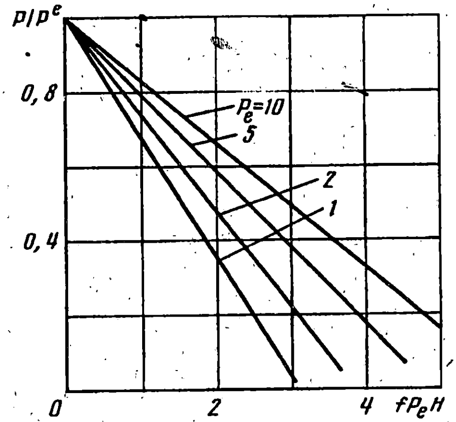
$$\frac{4\lambda_1\pi^2 AB}{fVP} T_1(s) \simeq \left(\frac{P^e}{P}\right) \Big\{ (1 - \eta) \sum_{j=1}^{n} W_{j,n}^{(A,B)} \varphi(r_j) \ln|a_0(s - r)| - \tag{24}$$

$$- \sum_{k=1}^{m} W_{k,m}^{(-1/2,\,-1/2)} \psi(\tau_k) \ln|a_0(s - \tau_k)| \Big\}, \quad |s| < \infty$$

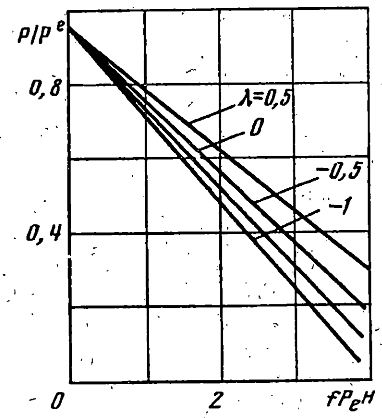
$$\frac{4\lambda_2\pi^2 AB}{fVP} T_2(s) \simeq -\left(\frac{P^e}{P}\right) \Big\{ (1 + \eta) \sum_{j=1}^{n} W_{j,n}^{(A,B)} \varphi(r_j) N(s - r_j) +$$

$$+ \sum_{k=1}^{m} W_{k,m}^{(-1/2,\,-1/2)} \psi(\tau_k) N(s - \tau_k) \Big\}, \quad |s| < \infty$$

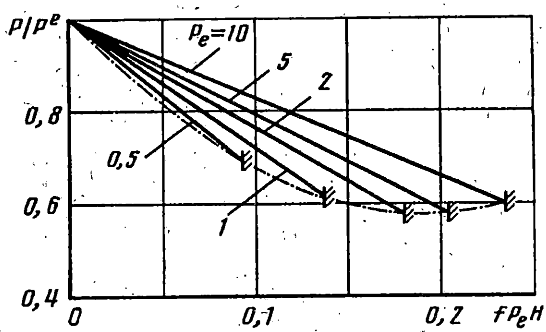
3. Для проведения численного анализа необходимо задать параметры задачи n, m, E_1/E_2, ν_1, ν_2, λ_1/λ_2, δ_1/δ_2, H, f, V/c_2, ε и прижимающую силу P. Определяем контактное давление, температуру граничных точек цилиндра и полуплоскости, ширину площадки контакта $2a_0$ и коэффициент разделения тепловых потоков λ. Однако более удобно задавать параметр Пекле Pe, коэффициент $-1 \leq \lambda \leq 1$ и находить a_0 и P/P^e. При расчетах полагали $E_1/E_2 = 100$, $\nu_1 = \nu_2 = 0{,}3$, $f = 0{,}3$, $V/c_2 = 0{,}1$, $\varepsilon = 10^{-3}$. Размерность системы линейных алгебраических уравнений (20), (23) (параметры n и m) задавалась из условия достижения относительной точности вычислений в 1%. На фиг. 2 представлены значения P/P^e, найденные



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

при $\lambda_1/\lambda_2 = 0{,}1$; $\delta_1/\delta_2 = 0{,}01$ и различных Ре в зависимости от f Ре H. Гарантировалось, что все фрикционное тепло идет на разогрев упругой полуплоскости ($\lambda = -1$). Сила P, необходимая для получения полуширины участка контакта величиной a_0, уменьшается с ростом f Pe H, причем этот эффект сглаживается с ростом Pe, поскольку при больших значениях параметра Пекле (Pe ≥ 5) тепло диффундирует в контактирующие тела на незначительное расстояние за время прохождения через зону теплообразования. При этом функция Грина для термоупругих перемещений в полупространстве (13) принимает вид функции скачка

$$v_2^t(x) = \frac{2\delta_2 k_2}{V} \int_a^b q_2(\xi)\, H(\xi - x)\, d\xi, \quad |x| < \infty$$

а ее производные

$$\frac{dv_2^t(x)}{dx} = -\frac{2\delta_2 k_2}{V} q_2(x), \quad |x| < \infty$$

Если к тому же цилиндр теплоизолирован ($\lambda = -1$), то система сингулярных интегральных уравнений (18) сводится к одному интегральному уравнению

$$f(\beta - 2H)\, p^*(s) + \frac{1}{\pi} \int_{-1}^{1} \frac{p^*(r)\, dr}{s - r} = -\left(s + \frac{b_0}{a_0}\right) \Lambda, \quad |s| < 1$$

решение которого имеет вид

$$p^*(s) = -\frac{\sin \pi A^*}{2\pi A^* B^*} w(s, A^*, B^*), \quad a_0^2 = \frac{PR\alpha}{2\pi A^* B^*} \tag{25}$$

$$A^* = \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} \left[\frac{1}{f(\beta - 2H)} \right], \quad B^* = 1 - A^*, \quad 0 < A^* < 1$$

Соотношения (25) использовались для сравнения с результатами, получаемыми при решении системы линейных алгебраических уравнений (20), (23), при $\lambda = -1$ и больших значениях Pe.

На фиг. 3 показано изменение P/P^e в зависимости от $f\,\mathrm{Pe}\,H$ для некоторых значений λ при $\lambda_1/\lambda_2 = 0{,}1$, $\delta_1/\delta_2 = 0{,}01$, $\mathrm{Pe} = 2$. Уменьшение нагрузки с ростом $f\,\mathrm{Pe}\,H$ свидетельствует о том, что термоупругие искажения полуплоскости приводят к уменьшению области контакта по сравнению с соответствующим изотермическим случаем.

Некоторые из полученных решений приводят к нарушению граничных условий ($p(x) < 0$, $g(x) > 0$) задачи вблизи границ области контакта $x = a$ и $x = b$. Так, отрицательные значения контактного давления при $\lambda = -1$ наиболее распространены в окрестности точки $x = a$, когда коэффициенты термического искажения материалов пары трения примерно равны. На фиг. 4 область возможных нарушений находится ниже границы, отмеченной пунктиром. Результаты получены при $\lambda_1/\lambda_2 = 0{,}1$, $\delta_1/\delta_2 = 1{,}0$, $\lambda = -1$ для нескольких значений параметра Пекле. Наблюдаемое поведение $p(x)$ и $g(x)$ подобно ситуации, описанной в [15] для стационарной контактной задачи термоупругости, когда тепловой поток направлен в тело с меньшим коэффициентом искажения материала. Указанная трудность в работе [15] и в последующих работах этих же авторов преодолевается введением зависимого от давления термического контактного сопротивления (зон «неполного контакта»). В исследуемой задаче задание параметра неидеальности теплового контакта ε не приводит к существенному качественному и численному отличию от случая равенства температур в области контакта ($\varepsilon = 0$). Этого и следовало ожидать, так как разрывы контакта при фрикционном теплообразовании, как показывают решения соответствующих нестационарных задач, имеют ярко выраженный циклический характер.

Авторы благодарят Д. В. Грилицкого, под руководством которого выполнена работа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Коровчинский М. В.* Плоская контактная задача термоупругости при стационарном тепловыделении на поверхностях соприкасания.//Контактная прочность машиностроительных материалов. М.: Наука, 1964. С. 5—24.
2. *Лифанов И. К., Саакян А. В.* Метод численного решения задачи о вдавливании движущегося штампа в упругую полуплоскость с учетом тепловыделения.//ПММ. 1982. Т. 46. Вып. 3. С. 494—501.
3. *Barber J. R.* Thermoelastic displacements and stresses due to a heat sourse moving over the surface of a half plane.//Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech. 1984. V. 51. No. 3. P. 636—640.
4. *Hills D. A., Barber J. R.* Steady motion of an insulating rigid flat-ended punch over a thermally conducting half plane.//Wear. 1985. V. 102. No. 1—2. P. 15—22.
5. *Hills D. A., Barber J. R.* Steady sliding of a circular cylinder over a dissimilar thermally half-plane.//Int. J. Mech. Sci. 1986. V. 28. No. 9. P. 613—622.
6. *Максимович В. Н., Бабей Ю. И., Кратюк П. Б. и др.* Плоская термоупругая контактная задача с учетом тепловыделения.//ФХММ. 1986. № 6. С. 76—81.
7. *Александров В. М., Коваленко Е. В.* Методы решения контактных задач термоупругости с учетом износа взаимодействующих поверхностей.//ПМТФ. 1985. № 3. С. 129—131.
8. *Александров В. М., Аннакулова Г. К.* Контактная задача термоупругости с учетом износа и тепловыделения от трения.//Трение и износ. 1990. Т. 11. № 1. С. 24—28.

9. *Lemczyk T. F., Yovanovich M. M.* Thermal constriction resistence with convective boundary conditions.— 1. Half-space contacts.//Int. J. Heat. Mass. Transfer. 1988. V. 31. No. 9. P. 1861—1884.
10. *Галин Л. А.* Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. М.: Наука, 1980. 304 с.
11. *Eringen A. C., Suhubi E. S.*Elastodynamics. V. 2. N. Y.: Acad. Press, 1975. 995 p.
12. *Джонсон К.* Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. 510 с.
13. *Krenk S.* On quadrature formulas for singular integral equations of the first and the second kind.//Quart. Appl. Math. 1975. V. 33. No. 3. P. 225—232.
14. *Назарчук З. Т.* Численное исследование дифракции волн на цилиндрических структурах. Киев: Наук. думка, 1989. 256 с.
15. *Comninou M., Barber J. R., Dundurs J.* Heat conduction through a flat punch.//Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech. 1991. V. 48. No. 4. P. 871—875.

Львов

Поступила в редакцию
15.XI.1991