

УДК 531.8

© 1993 г. Н. Н. БОЛОТНИК, В. Б. ВЕШНИКОВ, В. Г. ГРАДЕЦКИЙ,  
Ф. Л. ЧЕРНОУСЬКО

## МНОГОЗВЕННЫЙ УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ШАГАЮЩИЙ РОБОТ: НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ ДИНАМИКИ<sup>1</sup>

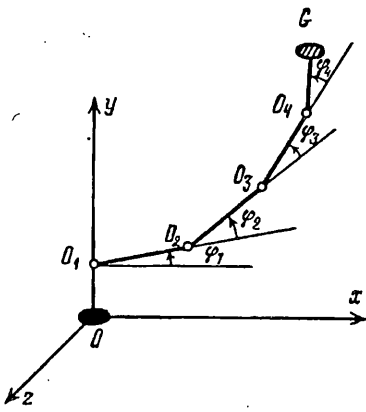
Описывается разработанная в Институте проблем механики Российской академии наук конструкция многозвенного универсального шагающего робота с вакуумными схватами, предназначенного для перемещения по поверхностям, произвольным образом ориентированным по отношению к горизонту. Рассматриваются проблемы статики и динамики, связанные с надежностью контакта робота с рабочей поверхностью. Получены условия гарантированного равновесия стопы робота на рабочей поверхности. Дается алгоритм проверки выполнения этих условий, который может применяться как на этапе предварительного планирования движений, так и в ходе реального движения в контуре системы управления по принципу обратной связи. Приведены примеры.

1. Введение. Создание мобильных роботов, способных автоматически передвигаться по поверхностям сложной формы — важная научно-техническая проблема, решением которой занимаются ученые и инженеры промышленно развитых стран: Великобритании, России, США, Украины, Японии и др. [1—18]. Такие роботы могут оснащаться автоматическими манипуляторами и другим оборудованием, что превращает их в универсальные технологические машины. Область возможного использования мобильных роботов очень разнообразна: от простых транспортных операций в производственных цехах до сложнейших задач по доставке различного оборудования (например, инспекционного или технологического) в труднодоступные или недоступные для человека места и проведению там диагностических, технологических, ремонтных и иных работ.

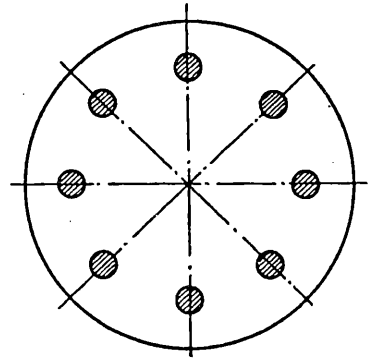
В последние годы инженеры-технологи, исследователи, строители, работники пожарной охраны и других аварийных служб (например, на атомных электростанциях) проявляют большой интерес к универсальным мобильным роботам, способным перемещаться по поверхностям, расположенным под произвольными углами по отношению к горизонту, в частности, по стенам и потолкам различных сооружений. Создание таких роботов ставит перед учеными и инженерами ряд принципиально новых проблем. Прежде всего, необходимо обеспечить надежное удержание машины на поверхности стены или потолка. Эта проблема сводится к тому, как достаточно сильно прижать робот к стене или потолку, чтобы прижимающие силы и силы сухого трения между опорной поверхностью и контактными поверхностями робота смогли предотвратить его отрыв от опорной поверхности и скольжение по ней. В настоящее время для создания прижимающих усилий используются вакуумные схваты (присоски) [5, 7, 10, 11, 18], магнитные схваты (для ферромагнитных поверхностей) [12, 18] и воздушные винты [14]. Теоретическим исследованиям условий равновесия мобильного робота на вертикальной поверхности посвящены работы [5, 6, 9, 19].

Другая проблема состоит в разработке эффективного способа движения по поверхностям, расположенным под различными углами по отношению к горизонту,

<sup>1</sup> Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 93—013—16262).



Фиг. 1



Фиг. 2

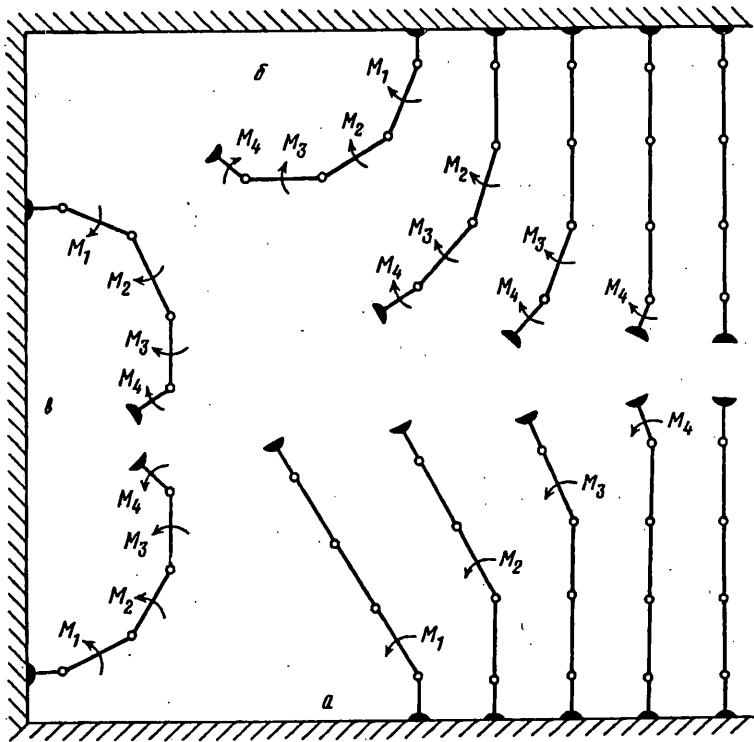
и перехода с одной поверхности на другую (например, с пола на стену, с одной стены на другую или со стены на потолок). Эта проблема сводится, прежде всего, к выбору кинематической схемы робота, типа движителя (колеса, гусеницы, ноги и т. п.), приводов и созданию соответствующего алгоритма управления. Для перехода между поверхностями, расположенными под разными углами, в [16, 17] предложена конструкция со складывающимися платформами. В [15] описана конструкция, в которой используются складывающиеся гусеничные устройства с вакуумными схватами, а в [8] — микроробот с пьезострикционным миниатюрным приводом и магнитным замком, способный перемещаться в лабиринтах произвольной конфигурации.

В Институте проблем механики Российской академии наук разработан новый тип универсального шагающего робота для перемещения по сложным поверхностям, участки которых могут быть расположены под различными углами по отношению к горизонтальной плоскости. Механическая часть робота представляет собой шарнирный многозвенник. В шарнирах расположены электроприводы, осуществляющие относительное вращение соседних звеньев. Каждый электропривод управляется независимо. На концевых звеньях робота расположены стопы с вакуумными схватами. Такая конструкция придает роботу очень высокую маневренность, позволяет легко изменять алгоритмы управления в зависимости от конкретных обстоятельств и обеспечивает надежное удержание механизма на рабочей поверхности. Кроме того, роботы подобного типа могут легко собираться из стандартных модулей, что дает возможность пользователю самому изменять число звеньев в зависимости от сложности поверхности, по которой предстоит двигаться роботу, и других условий его эксплуатации (например, массы технологического оборудования).

Роботы описанного типа могут использоваться для автоматического контроля технического состояния и диагностики сложных сооружений, в том числе объектов атомной, химической и нефтегазовой промышленности, а также в строительстве, пожарном деле, для выполнения различного рода ремонтных работ и т. п.

Создание универсальных многозвенных шагающих роботов порождает специфические проблемы статики и динамики, в частности проблемы, связанные с надежностью контакта робота с опорной поверхностью. Решению некоторых из них посвящена данная статья. Для определенности здесь рассматривается базовая пятизвонная модель робота, однако основные результаты справедливы для систем с произвольным числом звеньев.

2. Механическая система робота и ее математическая модель. Робот представляет собой шарнирный пятизвонник (фиг. 1). Звенья последовательно соединены друг с другом посредством одинаковых двухстепенных шарниров, так что вся система имеет восемь относительных степеней свободы. Все степени свободы независимо управляются при помощи одинаковых редукторных элект-



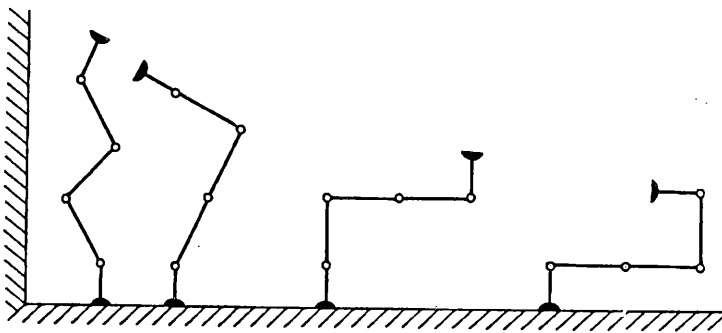
Фиг. 3

приводов, которые расположены в соответствующих шарнирах. На концах крайних звеньев жестко закреплены стопы, снабженные вакуумными схватами (присосками), что позволяет роботу удерживаться на поверхностях, произвольным образом ориентированных относительно горизонтали (например, на стенах и потолках зданий), и перемещаться по ним.

Одна из возможных конструкций стопы (вид снизу) показана на фиг. 2. Стопа состоит из круглого основания и вакуумных схватов (присосок), размещенных по его периферии. Число их может быть различным, но их расположение образует центрально-симметричную конфигурацию. Это означает, что если в некоторой точке А основания закреплен хват, то точно такой же хват закреплен в точке А', симметричной А относительно центра основания. Стопа крепится на соответствующем звене таким образом, что плоскость ее основания перпендикулярна оси этого звена.

Многозвенная конструкция робота придает ему очень высокую мобильность и дает возможность свободно двигаться по поверхностям сложной формы. Он, например, может начать движение по полу некоторого помещения, затем вскарабкаться по его стене до потолка, пройти по потолку до любой другой стены и спуститься по ней.

Управление роботом сводится по существу к последовательности включений и выключений двигателей приводов, расположенных в шарнирах. В зависимости от алгоритма управления, конфигурация робота может изменяться в широких пределах. На фиг. 3 схематически изображены движения робота в следующих случаях: а) когда включен только один двигатель, а остальные шарниры арретированы; б) когда двигатели различных звеньев включаются последовательно; в) когда все двигатели работают одновременно. Примеры конфигураций, которые может принимать робот во время движения и выполнения предписанных ему операций, показаны также на фиг. 4.



Фиг. 4

Для исследования динамики рассматриваемого шагающего робота и проведения расчетов будем пользоваться математической моделью, в которой все звенья, а также стопы трактуются как абсолютно твердые тела.

Поскольку линейные размеры схватов значительно меньше диаметра основания стопы, будем считать что контакт стопы с поверхностью, по которой движется робот, происходит в конечном числе точек. Рассматривая взаимодействие между поверхностью и стопой, предполагаем, что в точках контакта действуют силы нормальной реакции и силы сухого (кулонова) трения, которые препятствуют скольжению стопы.

3. Условия равновесия стопы робота на опорной поверхности. При планировании движений и соответствующих режимов управления для универсального шагающего робота очень важно быть уверенным, что при этих движениях робот не сорвется со стены или потолка и его стопы не будут скользить по опорной поверхности. Поэтому одним из существенных исследовательских этапов разработки универсального шагающего робота является получение и анализ условий, выполнение которых гарантирует надежный контакт стоп с поверхностью, по которой движется робот.

Эти условия сводятся к условиям равновесия стопы (абсолютно твердого тела) на шероховатой поверхности под действием сил, приложенных к стопе со стороны робота (о том, как вычислить главный вектор и главный момент этих сил см. разд. 4), веса стопы, сил нормальной реакции поверхности контакта, сил сухого трения, действующих в точках контакта, и сил, прижимающих (присасывающих) схваты к поверхности (эти силы создаются благодаря разности между атмосферным давлением и давлением разреженного воздуха в полости присоски).

Введем декартову систему координат  $Oxyz$  так, чтобы плоскость  $Oxz$  совпадала с плоскостью контакта, а ось  $Oy$  проходила через центр основания стопы и была направлена в сторону, где находится робот. Обозначим:  $R = (R_x, R_y, R_z)$  — главный вектор всех сил, приложенных к стопе, за исключением присасывающих сил, сил нормальной реакции поверхности и сил трения;  $M = (M_x, M_y, M_z)$  — главный момент указанных выше сил относительно точки  $O$ ;  $N_i = (0, N_i, 0)$  — сила нормальной реакции поверхности в  $i$ -й точке контакта (в  $i$ -м схвате);  $\Phi_i = (\Phi_{ix}, 0, \Phi_{iz})$  — сила сухого трения в  $i$ -й точке контакта;  $p_i = (0, -p_i, 0)$  — сила, присасывающая  $i$ -й схват к поверхности контакта ( $p_i > 0$ );  $r_i = (x_i, 0, z_i)$  — радиус-вектор  $i$ -й точки контакта относительно точки  $O$ ;  $\mu$  — коэффициент сухого трения между поверхностью контакта и каждым схватом;  $n$  — число вакуумных схватов на стопе.

Уравнения равновесия стопы имеют вид

$$R + \sum (N_i + p_i + \Phi_i) = 0 \quad (3.1)$$

$$M + \sum r_i \times (N_i + p_i + \Phi_i) = 0 \quad (3.2)$$

Всюду в данном разделе суммирование производится по индексу  $i$  в пределах от 1 до  $n$ .

Уравнение (3.1) отражает равенство нулю главного вектора всех сил, действующих на стопу, а (3.2) — равенство нулю главного момента этих сил относительно точки  $O$ . В проекциях на координатные оси, после некоторой перегруппировки, система уравнений (3.1), (3.2) представляется следующим образом:

$$R_y + \sum (N_i - p_i) = 0 \quad (3.3)$$

$$M_x - \sum z_i (N_i - p_i) = 0 \quad (3.4)$$

$$M_z + \sum x_i (N_i - p_i) = 0 \quad (3.5)$$

$$R_x + \sum \Phi_{ix} = 0 \quad (3.6)$$

$$R_z + \sum \Phi_{iz} = 0 \quad (3.7)$$

$$M_y + \sum (z_i \Phi_{ix} - x_i \Phi_{iz}) = 0 \quad (3.8)$$

К этим уравнениям необходимо добавить неравенства

$$N_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, n) \quad (3.9)$$

$$\Phi_{ix}^2 + \Phi_{iz}^2 \leq \mu^2 N_i^2 \quad (i = 1, \dots, n) \quad (3.10)$$

Неравенство (3.9) означает, что сила нормальной реакции в точке контакта схвата с поверхностью всегда направлена в сторону робота. Соотношение (3.10) выражает закон Кулона для сил сухого трения.

Если  $\sum p_i - R_y > 0$ , то уравнения (3.3)—(3.5) можно заменить следующей эквивалентной системой

$$\sum N_i = \sum p_i - R_y > 0 \quad (3.11)$$

$$x_* = \frac{\sum x_i p_i - M_z}{\sum p_i - R_y} = \sum x_i \lambda_i, \quad z_* = \frac{\sum z_i p_i + M_x}{\sum p_i - R_y} = \sum z_i \lambda_i, \quad (3.12)$$

$$\lambda_i = N_i / \sum N_i, \quad \lambda_i \geq 0, \quad \sum \lambda_i = 1$$

Уравнения (3.12) легко получаются, если систему (3.3)—(3.5) представить в виде  $\sum p_i - R_y = \sum N_i$ ,  $\sum x_i p_i - M_z = \sum x_i N_i$ ,  $\sum z_i p_i + M_x = \sum z_i N_i$ , а затем последние два уравнения разделить на первое. С геометрической точки зрения, соотношения (3.12) означают, что точка с радиусом-вектором  $\mathbf{r}_* = (x_*, 0, z_*)$  принадлежит выпуклой оболочке множества  $D$  точек контакта стопы с поверхностью:

$$\mathbf{r}_* \in \text{co } D \quad (3.13)$$

Если распределение нормальных реакций  $N_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , таково, что удовлетворяются уравнения (3.3)—(3.5) или (3.11), (3.12), то стопа будет находиться в контакте с поверхностью. С другой стороны, если выполнены неравенство (3.11) и соотношение (3.13), то существует такой набор  $N_i \geq 0$ ,  $i = 1, \dots, n$ , что уравнения (3.11), (3.12) и, следовательно, (3.3)—(3.5) удовлетворяются. Если окажется, что  $\sum p_i - R_y < 0$ , то произойдет отрыв стопы по нормали к поверхности, а нарушение условия (3.13) повлечет «опрокидывание» стопы. В обоих этих случаях робот практически мгновенно сорвется со стены или потолка или опрокинется, двигаясь по полу. Неравенство (3.11) вместе с соотношением (3.13)

являются необходимыми и достаточными условиями неотрыва стопы от опорной поверхности. Для универсального шагающего робота выполнение условий неотрыва должно быть обеспечено с некоторым запасом, т. е. должно иметь место неравенство  $\sum p_i - R_y > \alpha$ , где  $\alpha$  — положительная константа, а точка  $\mathbf{r}_*$  (см. (3.13)) не должна лежать очень близко к границе множества со  $D$ .

Уравнения (3.6)—(3.8) выражают условия непроскальзывания. Если нарушатся условия (3.6) или (3.7), а (3.3)—(3.5) будут выполнены, то стопа будет скользить по опорной поверхности в направлении оси  $Ox$  или  $Oz$  соответственно. При нарушении условия (3.8) будет происходить вращение стопы вокруг оси  $Oy$ .

В общем случае при  $n > 3$  совокупность нормальных реакций  $N_i \geq 0$ ,  $i = 1, \dots, n$ , удовлетворяющих трем уравнениям (3.3)—(3.5), определяется неоднозначно, и задача равновесия является статически неопределимой. В зависимости от конкретной реализации распределения нормальных реакций, могут выполняться или не выполняться условия непроскальзывания (3.6)—(3.8), (3.10). Реализация распределения нормальных реакций зависит от упругих свойств конструкции робота и физических характеристик поверхности контакта. Попытка учета перечисленных факторов в математической модели привела бы к значительному ее усложнению. Поэтому при проведении расчетов целесообразно пользоваться достаточными условиями равновесия стопы на опорной поверхности, предусматривающими наименее благоприятную реализацию распределения нормальных реакций из числа допустимых (т. е. удовлетворяющих условиям неотрыва стопы (3.3)—(3.5)). Такие условия были впервые получены и исследованы в [19] и названы условиями гарантированного равновесия.

Следуя [19], условия гарантированного равновесия можно выразить неравенством

$$|M_y + xR_z - zR_x| \leq \mu \sum \rho_i N_i \quad (3.14)$$

$$\rho_i = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_i| = [(x - x_i)^2 + (z - z_i)^2]^{1/2}, \quad \mathbf{r} = (x, 0, z)$$

которое должно быть выполнено для всех допустимых распределений нормальных реакций  $N_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , и для любой точки  $\mathbf{r} = (x, 0, z)$ , лежащей в плоскости контакта стопы (возможного мгновенного центра вращения).

Под знаком модуля в левой части (3.14) стоит проекция на ось  $Oy$  главного момента относительно точки  $\mathbf{r}$  всех сил, действующих на стопу, за исключением сил трения. В правой части (3.14) стоит максимально возможный (в силу неравенства (3.10)) момент сил трения относительно точки  $\mathbf{r}$  при заданном распределении нормальных реакций. Таким образом, условие гарантированного равновесия (3.14) выражает требование, чтобы при любом распределении нормальных реакций, не нарушающем условий (3.11), (3.13), момент действующих на стопу сил относительно оси, параллельной оси  $Oy$  и проходящей через произвольную точку  $\mathbf{r} = (x, 0, z)$ , не превышал максимально возможного момента сил трения относительно этой оси.

Условия гарантированного равновесия (3.11)—(3.14) перепишем в виде

$$\sum p_i - R_y > 0, \quad \mathbf{r}_* = (x_*, 0, z_*) \in \text{co } D \quad (3.15)$$

$$x_* = \left( \sum x_i p_i - M_z \right) / \left( \sum p_i - R_y \right), \quad z_* = \left( \sum z_i p_i + M_x \right) / \left( \sum p_i - R_y \right)$$

$$\max_{x, z, N_i} |Q| \leq \mu, \quad Q = (M_y + xR_z - zR_x) \left( \sum \rho_i N_i \right)^{-1} \quad (3.16)$$

Здесь  $D$  — множество точек контакта схвата с опорной поверхностью, максимум по  $x$ ,  $z$  в (3.16) берется по всем  $x \in (-\infty, \infty)$ ,  $z \in (-\infty, \infty)$ , а максимум по  $N_i$  — по всем наборам  $N_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ , удовлетворяющим уравнениям (3.3)—(3.5). Условия (3.16), так же как и (3.14), впервые получены в [19].

На практике проверка соотношений (3.15) не вызывает никаких затруднений, а для проверки неравенства (3.16) требуется вычислить условный экстремум

нелинейной функции, что в общем случае весьма непросто. В некоторых частных случаях эту задачу удастся решить, и тогда условия (3.16) приобретают более простой вид. Рассмотрим случай, который является практически наиболее важным для расчета и анализа допустимых режимов движения универсального шагающего робота.

Пусть главный вектор и главный момент всех сил, действующих на стопу (за исключением сил трения, присасывающих сил и сил нормальной реакции) удовлетворяют условиям

$$R_z = 0, M_x = 0, M_y = 0 \quad (3.17)$$

Как будет показано в разд. 5, такая ситуация реализуется при плоскопараллельном движении робота в вертикальной плоскости. Предположим, кроме того, что присасывающие силы  $p_i$  одинаковы во всех схватах:  $p_i = p, i = 1, \dots, n$ . В этом случае в силу центрально-симметричной конфигурации расположения вакуумных схватов на стопе (см. разд. 2 и фиг. 2) выполняются равенства  $\sum p_i x_i = p \sum x_i = 0, \sum p_i z_i = p \sum z_i = 0$ , и, с учетом (3.17), уравнения неотрыва стопы (3.3)—(3.5) значительно упрощаются и принимают вид

$$R_y + \sum (N_i - p_i) = 0, \sum z_i N_i = 0, \sum x_i N_i = 0 \quad (3.18)$$

Функция  $|Q|$ , фигурирующая в (3.16), также упрощается и представляется следующим образом:

$$|Q| = \frac{|R_x| |z|}{\sum \{ [(x - x_i)^2 + (z - z_i)^2]^{1/2} N_i \}} \quad (3.19)$$

Преобразуем (3.19) к виду

$$|Q| = |R_x| / \psi(x, \xi, x_p, z_p, N_i) \quad (3.20)$$

$$\psi = \sum [(a_i \xi^2 - 2z_i \xi + 1)^{1/2} N_i], \quad a_i = (x - x_i)^2 + z_i^2, \quad \xi = z^{-1}$$

Из (3.20) очевидно, что максимум  $|Q|$  достигается одновременно с минимумом функции  $\psi$ . Покажем, что

$$\min_{x, \xi, N_i} \psi(x, \xi, x_p, z_p, N_i) = \psi(x, 0, x_p, z_p, N_i) = \sum p_i - R_y \quad (3.21)$$

Двукратное дифференцирование функции  $\psi$  по переменной  $\xi$  дает

$$\frac{\partial \psi}{\partial \xi} = \sum N_i (a_i \xi - z_i) \Delta_i^{-1}, \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} = \sum N_i (x - x_i)^2 \Delta_i^{-3} \quad (3.22)$$

$$\Delta_i = (a_i \xi^2 - 2z_i \xi + 1)^{1/2}$$

Из (3.22), с учетом  $N_i \geq 0$  следует, что  $\partial^2 \psi / \partial \xi^2 \geq 0$ , т. е.  $\psi$  — выпуклая функция переменной  $\xi$ . Подставляя  $\xi = 0$  в выражение (3.22) для  $\partial \psi / \partial \xi$ , получим, с учетом (3.18), что  $\partial \psi / \partial \xi = - \sum N_i z_i = 0$ . Отсюда вытекает, что  $\xi = 0$  — точка абсолютного минимума функции  $\psi$  по переменной  $\xi$  при любых фиксированных  $x$  и  $N_i$ . Подставляя  $\xi = 0$  в выражения (3.20) для  $\psi$  и  $|Q|$ , получим

$$\psi = \sum N_i = \sum p_i - R_y, \quad |Q| = |R_x| \left( \sum p_i - R_y \right)^{-1} \quad (3.23)$$

Здесь использовано первое равенство (3.18). Таким образом, (3.21) доказано. С учетом (3.17) и (3.23) условия гарантированного равновесия стопы (3.15), (3.16) при «плоском» распределении действующих на нее сил принимают простой вид:

$$np - R_y > 0, \quad |M_z| / (np - R_y) \leq A \quad (3.24)$$

$$|R_x| \leq \mu (np - R_y) \quad (3.25)$$

Здесь  $A > 0$  — координата точки пересечения полуоси  $x > 0$  с границей выпуклой оболочки множества точек контакта. Условия (3.24) и (3.25) есть, соответственно, условия неотрыва и непроскальзывания стопы. Если, как это реализовано в конструкции робота, центры присосок лежат в вершинах правильного многоугольника (шестиугольника), то в качестве  $A$  можно взять радиус окружности, вписанной в этот многоугольник.

Отметим, что условия (3.24), (3.25) можно записать в следующей компактной форме

$$np - R_y \geq \max \left( \frac{|M_z|}{A}, \frac{|R_x|}{\mu} \right) \quad (3.26)$$

**4. Расчет сил взаимодействия робота со стопой в одноопорной фазе движения.** Для проверки выполнения условий равновесия стопы робота на опорной поверхности при конкретном его движении необходимо знать главный вектор и главный момент сил, действующих на стопу со стороны движущегося манипулятора. В этом разделе описывается схема расчета этих величин для одноопорной фазы движения, когда робот касается поверхности только одной стопой. В рассматриваемом случае робот представляет собой открытую кинематическую цепь с восемью степенями свободы (по суммарному числу степеней свободы шарниров, соединяющих звенья робота).

Занумеруем звенья робота числами от 0 до 4, считая неподвижное звено (на котором расположена опорная стопа) нулевым, и обозначим шарнир, соединяющий  $(i - 1)$ -е и  $i$ -е звенья, через  $O_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ . Обозначим через  $\varphi_i$  и  $\psi_i$  углы поворота относительно осей двухстепенного шарнира  $O_i$ . В совокупности эти углы составляют набор  $q$  обобщенных координат системы:  $q = (\varphi_1, \psi_1, \dots, \varphi_4, \psi_4)$ . Если движение манипулятора задано, т. е. задана вектор-функция  $q(t)$ , то, решая обратную задачу динамики, можно легко рассчитать главный вектор и главный момент всех внешних сил, действующих на робот (и тем самым, применяя третий закон Ньютона, определить  $R$  и  $M$ ). Примем за полюс отсчета главного момента точку  $O$  — начало неподвижной системы координат  $Oxuz$ , введенной в разд. 3.

На робот действуют два типа внешних сил: реакция стопы и сила тяжести. Воспользуемся теоремами об изменении импульса и момента импульса для робота

$$dP/dt = -R + mg, \quad dK/dt = -M + r_c \times mg \quad (4.1)$$

Здесь  $P$  — импульс робота,  $K$  — момент импульса робота относительно точки  $O$ ,  $m$  — масса робота (включая массу стопы),  $g$  — вектор ускорения силы тяжести,  $r_c$  — текущее значение радиуса-вектора центра масс робота относительно точки  $O$ ,  $R$  и  $M$  — введенные в разд. 3 главный вектор и главный момент сил, которые действуют на стопу. Проекции векторов  $R$  и  $M$  на координатные оси фигурируют в условиях равновесия (3.15), (3.16), (3.24), (3.25).

Выразим левые части уравнений (4.1) через обобщенные координаты, скорости и ускорения робота. Обозначим через  $r_\alpha^c$  радиус-вектор центра масс  $\alpha$ -го звена относительно точки  $O$ , а через  $m_\alpha$  — массу этого звена. Векторы  $r_\alpha^c$  выражаются через обобщенные координаты и геометрические параметры системы:  $r_\alpha^c = r_\alpha^c(q)$ . Радиус-вектор центра масс робота как целого определяется соотношением

$$r_c = r_c(q) = \left[ \sum_{\alpha=0}^4 m_\alpha r_\alpha^c(q) \right] / m \quad (4.2)$$

а его импульс представляется в виде

$$P = \sum_{\alpha=1}^4 m_\alpha \dot{r}_\alpha^c(q) = \sum_{j=1}^8 A_j(q) \dot{q}_j, \quad A_j = \sum_{\alpha=1}^4 m_\alpha \frac{\partial r_\alpha^c}{\partial q_j} \quad (4.3)$$



Отметим, что в состав нулевого и последнего (четвертого) звеньев входят прикрепленные к ним стопы.

Дифференцируя (4.3) по времени, получим левую часть первого уравнения (4.1):

$$\frac{dP}{dt} = \sum_{j=1}^8 A_j(q) \ddot{q}_j + \sum_{j,k=1}^8 \frac{\partial A_j(q)}{\partial q_k} \dot{q}_j \dot{q}_k \quad (4.4)$$

Момент импульса робота как целого есть сумма моментов импульса отдельных его звеньев и равен

$$K = \sum_{\alpha=1}^4 (r_{\alpha}^c \times m_{\alpha} \dot{r}_{\alpha}^c + J_{\alpha} \omega_{\alpha}) \quad (4.5)$$

Здесь  $J_{\alpha}$  — центральный тензор инерции  $\alpha$ -го звена,  $\omega_{\alpha}$  — угловая скорость этого звена относительно неподвижной системы координат. Вектор  $\omega_{\alpha}$  выражается в виде функции обобщенных координат и скоростей, причем зависимость от обобщенных скоростей — линейная, поэтому момент импульса (4.5) представляется в виде, аналогичном (4.3):

$$K = \sum_{j=1}^8 B_j(q) \dot{q}_j$$

где  $B_j(q)$  — определенные вектор-функции. Дифференцируя последнее тождество по  $t$ , получим левую часть второго уравнения (4.1):

$$\frac{dK}{dt} = \sum_{j=1}^8 B_j(q) \ddot{q}_j + \sum_{j,k=1}^8 \frac{\partial B_j}{\partial q_k} \dot{q}_j \dot{q}_k \quad (4.6)$$

После подстановки соотношений (4.2), (4.4) и (4.6) в (4.1) выразим искомые величины  $R$  и  $M$  через текущие значения обобщенных координат, скоростей и ускорений робота

$$R = mg - \sum_{j=1}^8 A_j(q) \ddot{q}_j - \sum_{j,k=1}^8 \frac{\partial A_j(q)}{\partial q_k} \dot{q}_j \dot{q}_k \quad (4.7)$$

$$M = r_c(q) \times mg - \sum_{j=1}^8 B_j(q) \ddot{q}_j - \sum_{j,k=1}^8 \frac{\partial B_j}{\partial q_k} \dot{q}_j \dot{q}_k \quad (4.8)$$

Итак, для проверки условий равновесия стопы шагающего робота на опорной поверхности в текущий момент времени  $t$  в общем случае необходимо последовательно выполнить следующие операции:

- 1) измерить или вычислить значения обобщенных координат  $q_i$ , скоростей  $\dot{q}_i$  и ускорений  $\ddot{q}_i$  в момент времени  $t$ ;
- 2) по формулам (4.7), (4.8) рассчитать главный вектор  $R$  и главный момент  $M$  сил, приложенных к опорной стопе;
- 3) проверить условия неотрыва (3.15);
- 4) если условия неотрыва выполнены, вычислить левую часть неравенства (3.16), решив задачу на условный максимум функции  $|Q|$ ;
- 5) проверить условия непроскальзывания (3.16).

Сделаем некоторые замечания общего характера. Если планируемое движение задано заранее в виде вектор-функции  $q(t)$ , то вычисление сил и моментов, действующих на стопу, по формулам (4.7), (4.8) требует только двукратного дифференцирования  $q(t)$  по времени. Если задан закон управления роботом (например, моменты в шарнирах или электрические напряжения, подаваемые на приводы) и начальные условия движения, то для получения необходимых значений  $q$ ,  $\dot{q}$  и  $\ddot{q}$  потребуются проинтегрировать (в общем случае численно)

совокупность дифференциальных уравнений динамики системы. Обобщенные координаты, скорости и ускорения могут также непосредственно измеряться в ходе реального движения робота. В последнем случае проверка условий равновесия стопы на опорной поверхности может входить в алгоритм управления роботом по принципу обратной связи.

При вычислении момента импульса по формуле (4.5) предполагалось, что все звенья робота — абсолютно твердые тела. В действительности же на них расположены электродвигатели, роторы которых вращаются относительно звеньев. Как правило, массы и моменты инерции роторов двигателей значительно меньше масс и моментов инерции звеньев, и вкладом роторов в суммарный момент импульса системы можно пренебречь, если угловая скорость их вращения не слишком велика по сравнению с угловой скоростью звеньев. Однако, если в приводах используются высокооборотные электродвигатели и редукторы с большими передаточными числами, то момент импульса роторов может оказаться сравнимым с моментом импульса звеньев и даже превзойти его. В этом случае потребуются вычислить суммарный момент импульса роторов всех электродвигателей по формуле, аналогичной (4.5), и прибавить его к величине  $K$ , вычисленной в соответствии с (4.5).

5. Плоскопараллельное движение робота. Рассмотрим частный случай, когда из восьми степеней свободы робота активны только четыре, отвечающие обобщенным координатам  $\varphi_1, \dots, \varphi_4$  (см. фиг. 1), и вся система движется в вертикальной плоскости  $Oxy$ . Более точно, это означает, что в плоскости  $Oxy$  расположена ломаная, образованная отрезками  $OO_1, O_1O_2, O_2O_3, O_3O_4$  и  $O_4G$ , соединяющими шарниры и стопы (центр опорной стопы расположен в точке  $O$ , а центр переносимой стопы — в точке  $G$ ).

Отметим некоторые конструктивные особенности универсального шагающего робота, которые будут использованы в дальнейшем. Три промежуточных звена робота совершенно одинаковы, и также одинаковы концевые звенья, на которых расположены стопы. Все звенья сбалансированы. Центры масс промежуточных звеньев расположены в серединах отрезков  $O_iO_{i+1}$ ,  $i=1, 2, 3$ , а центры масс концевых звеньев лежат на отрезках  $OO_1$  и  $O_4G$ , на расстоянии  $a$  от шарниров  $O_1$  и  $O_4$  соответственно. Оси, проходящие через центры масс звеньев и перпендикулярные плоскости  $Oxy$ , суть главные оси инерции этих звеньев.

Каждая стопа имеет по шесть одинаковых вакуумных схватов, центры которых расположены в вершинах правильного шестиугольника. Центр этого шестиугольника совпадает с центром основания стопы. Система откачки воздуха устроена таким образом, что в полостях всех схватов создается одна и та же степень разрежения воздуха и, следовательно, все схваты «присасываются» к поверхности с одной и той же силой  $p = S\Delta p_0$ . Здесь  $\Delta p_0$  — разность давлений воздуха снаружи и в полости присоски,  $S$  — площадь контакта схвата с поверхностью.

Обозначим:  $L$  — длина промежуточных звеньев ( $L = O_iO_{i+1}$ ,  $i=1, 2, 3$ );  $l$  — длина концевых звеньев ( $l = OO_1 = O_4G$ );  $m_1, J_1$  — масса и центральный момент инерции (относительно оси, перпендикулярной плоскости  $Oxy$ ) промежуточных звеньев;  $m_2, J_2$  — масса и центральный момент инерции концевых звеньев;  $g_x$  и  $g_y$  — проекции вектора ускорения силы тяжести  $g$  на оси  $Ox$  и  $Oy$  соответственно.

При отмеченных выше конструктивных характеристиках робота его центр масс  $G_c$  расположен в плоскости  $Oxy$ . Проекция вектора  $G_c$  на оси  $Ox$  и  $Oy$  задаются следующими выражениями:

$$x_c = \left( \sum_{i=1}^4 \eta_i \cos \gamma_i \right) / m, \quad y_c = \left[ \sum_{i=1}^4 \eta_i \sin \gamma_i + 3m_1 l + m_2 (2l - a) \right] / m \quad (5.1)$$

$$\gamma_1 = \varphi_1, \quad \gamma_2 = \varphi_1 + \varphi_2, \quad \gamma_3 = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3, \quad \gamma_4 = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 \quad (5.2)$$

$$\eta_1 = (5m_1/2 + m_2) L, \quad \eta_2 = (3m_1/2 + m_2) L$$

$$\eta_3 = (m_1/2 + m_2) L, \quad \eta_4 = m_2 a, \quad m = 3m_1 + 2m_2$$

Уравнения (4.7) для определения главного вектора сил, действующих на опорную стопу, в рассматриваемом случае имеют вид

$$R_x = mg_x + \sum_{i=1}^4 \ddot{\gamma}_i \eta_i \sin \gamma_i + \sum_{i=1}^4 \dot{\gamma}_i^2 \eta_i \cos \gamma_i \quad (5.3)$$

$$R_y = mg_y - \sum_{i=1}^4 \ddot{\gamma}_i \eta_i \cos \gamma_i + \sum_{i=1}^4 \dot{\gamma}_i^2 \eta_i \sin \gamma_i, \quad R_z = 0$$

Момент импульса робота относительно точки  $O$ , вычисленный в соответствии с (4.5), в рассматриваемом случае плоскопараллельного движения есть

$$K = (0, 0, K_z), \quad K_z = \sum_{i=1}^4 K_z^i, \quad K_z^i = m_i L (L + 2l \sin \gamma_i) \dot{\gamma}_i / 4 + J_i \dot{\gamma}_i \quad (5.4)$$

$$K_z^1 = m_1 L \{ [2L + 2l \sin \gamma_1 + L \cos (\gamma_1 - \gamma_2)] \dot{\gamma}_1 / 2 +$$

$$+ [L + 2L \cos (\gamma_1 - \gamma_2) + 2l \sin \gamma_2] \dot{\gamma}_2 / 4 \} + J_1 \dot{\gamma}_1$$

$$K_z^2 = m_1 L \{ [2L + 2l \sin \gamma_1 + 2L \cos (\gamma_1 - \gamma_2) + L \cos (\gamma_1 - \gamma_3)] \dot{\gamma}_1 / 2 +$$

$$+ [2L + 2L \cos (\gamma_1 - \gamma_2) + 2l \sin \gamma_2 + L \cos (\gamma_2 - \gamma_3)] \dot{\gamma}_2 / 2 +$$

$$+ [L + 2l \sin \gamma_3 + 2L \cos (\gamma_1 - \gamma_3) + 2L \cos (\gamma_2 - \gamma_3)] \dot{\gamma}_3 / 4 \} + J_1 \dot{\gamma}_1$$

$$K_z^3 = m_2 L \{ [2L + 2l \sin \gamma_1 + 2L \cos (\gamma_1 - \gamma_2) + 2L \cos (\gamma_1 - \gamma_3) +$$

$$+ 2a \cos (\gamma_1 - \gamma_4)] \dot{\gamma}_1 / 2 + [2L + 2l \sin \gamma_2 + 2L \cos (\gamma_1 - \gamma_2) +$$

$$+ 2L \cos (\gamma_2 - \gamma_3) + 2a \cos (\gamma_2 - \gamma_4)] \dot{\gamma}_2 / 2 +$$

$$+ [2L + 2l \sin \gamma_3 + 2L \cos (\gamma_1 - \gamma_3) + 2L \cos (\gamma_2 - \gamma_3) +$$

$$+ 2a \cos (\gamma_3 - \gamma_4)] \dot{\gamma}_3 / 2 + a [2a + 2l \sin \gamma_4 + 2L \cos (\gamma_1 - \gamma_4) +$$

$$+ 2L \cos (\gamma_2 - \gamma_4) + 2L \cos (\gamma_3 - \gamma_4)] \dot{\gamma}_4 / (2L) \} + J_2 \dot{\gamma}_4$$

Выражения  $K_z^i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ , в (5.4) суть проекции момента импульса соответствующих звеньев на ось  $Oz$ .

Уравнения (4.8) для определения главного момента (относительно точки  $O$ ) сил, действующих на опорную стопу, имеют вид

$$M_x = 0, \quad M_y = 0, \quad M_z = g_y x_c - g_x y_c - dK_z / dt \quad (5.5)$$

где  $x_c$ ,  $y_c$  и  $K_z$  определяются формулами (5.1), (5.2), (5.4). Развернутое выражение для компоненты  $M_z$  главного момента не приводится ввиду его громоздкости.

Из (5.3), (5.5) вытекает, что при плоскопараллельном движении робота реализуется «плоское» распределение сил, действующих на стопу, о котором сказано в конце раздела 3. В этом случае проверка условий равновесия опорной стопы на рабочей поверхности производится по простым формулам (3.24), (3.25) или (3.26) с учетом предположения о равенстве присасывающих сил для всех схватов. В качестве параметра  $A$  в условиях (3.24), (3.26) с учетом сказанного в конце разд. 3, можно взять величину

$$A = R_0 \sqrt{3/2} \quad (5.6)$$

где  $R_0$  — расстояние от центра стопы  $O$  до центра присосок.

6. Пример расчета. Определим, пользуясь формулами (3.26), (5.1)—(5.5), минимальную величину присасывающей силы  $p$ , гарантирующую равновесие стопы на опорной поверхности, в случае, когда звенья робота вытянуты в прямую и вращаются как единое целое в плоскости  $Oxy$  вокруг оси шарнира  $O_1$ . В этом случае имеем

$$\varphi_2 = \varphi_3 = \varphi_4 = 0, \quad \varphi_1 = \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4 \quad (6.1)$$

Числовые расчеты будем проводить для одного из опытных образцов универсального шагающего робота, созданного в Институте проблем механики РАН. Приведем необходимые конструктивные параметры этого робота.

Длина промежуточного звена:  $L = 0,198$  м.

Длина конечного звена:  $l = 2L/3 = 0,132$  м.

Расстояние от шарнира конечного звена до центра масс звена:  $a = 0,088$  м.

Расстояние от центра стопы до центров присосок:  $R_0 = 0,085$  м.

Площадь одной присоски:  $S = 5,02 \cdot 10^{-3}$  м<sup>2</sup>.

Масса промежуточного звена:  $m_1 = 2,7$  кг.

Масса конечного звена (вместе со стопой):  $m_2 = 2,7$  кг.

Момент инерции промежуточного звена:  $J_1 = 0,01$  кг·м<sup>2</sup>.

Момент инерции конечного звена:  $J_2 = 7,9 \cdot 10^{-3}$  кг·м<sup>2</sup>.

Момент инерции ротора электродвигателя относительно оси его вращения:  $J_d = 3,6 \cdot 10^{-6}$  кг·м<sup>2</sup>.

Передаточное число редуктора привода:  $\nu = 32987$ .

Угловая скорость вращения ротора в стационарном режиме:  $\omega_d = 4500$  об/мин =  $= 471,24$  с<sup>-1</sup>.

Максимальное угловое ускорение ротора электродвигателя привода в момент старта:  $\varepsilon_d = 44\,202$  с<sup>-2</sup>.

Зная  $\omega_d$ ,  $\varepsilon_d$  и  $\nu$ , можно подсчитать стационарную угловую скорость вращающейся части робота  $\omega$  и максимальное угловое ускорение  $\varepsilon$ :

$$\omega = \omega_d/\nu = 0,014 \text{ с}^{-1}, \quad \varepsilon = \varepsilon_d/\nu = 1,34 \text{ с}^{-2} \quad (6.2)$$

Вычисленные в соответствии с (5.1), (5.2), (5.4), (6.1) координаты центра масс робота и его момент импульса относительно точки  $O$  равны

$$x_c = B_1 \cos \varphi_1 / (ml) = 1,57 \cos \varphi_1 \quad (6.3)$$

$$y_c = B_1 \sin \varphi_1 / (ml) + B_2 / m = 1,57 \sin \varphi_1 + 0,57$$

$$K_z = (B_1 \sin \varphi_1 + B_3) \dot{\varphi}_1 = (0,56 \sin \varphi_1 + 2,22) \dot{\varphi}_1$$

$$B_1 = Ll [9m_1/2 + m_2 (3 + a/L)] = 0,56 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$B_2 = 3m_1 l + m_2 (2l - a) = 1,54 \text{ кг} \cdot \text{м}$$

$$B_3 = L^2 (35m_1/4 + 9m_2) + m_2 a (a + 6L) + 3J_1 + J_2 = 2,22 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Собственный момент импульса ротора двигателя рассчитывается по формуле

$$K_d = J_d \nu \dot{\varphi}_1 = 0,12 \dot{\varphi}_1$$

Сравнение  $K_d$  и  $K_z$  из (6.3) показывает, что  $K_d$  на порядок меньше, чем  $K_z$ , и в дальнейшем вклад собственного момента импульса ротора в момент импульса робота не учитывается.

Соотношения (5.3) для  $R_x$  и  $R_y$  и (5.5) для  $M_z$  в рассматриваемом частном случае имеют вид:

$$R_x = mg_x + B_1 (\sin \varphi_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 + \cos \varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2) / l = \quad (6.4)$$

$$= 13,5g_x + 4,25 (\sin \varphi_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 + \cos \varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2)$$

$$R_y = mg_y - B_1 (\cos \varphi_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 - \sin \varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2) / l =$$

$$= 13,5g_y - 4,25 (\cos \varphi_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 + \sin \varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2)$$

$$M_z = B_1 (g_y \cos \varphi_1 - g_x \sin \varphi_1) / l - B_2 g_x - (B_1 \sin \varphi_1 + B_3) \ddot{\varphi}_1 -$$

$$- B_1 \cos \varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2 = 4,25 (g_y \cos \varphi_1 - g_x \sin \varphi_1) - 1,54g_x -$$

$$- (0,56 \sin \varphi_1 + 2,22) \ddot{\varphi}_1 - 0,56 \cos \varphi_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2$$

Из условий равновесия стопы на опорной поверхности (3.26) вытекает, что присасывающая сила  $p$  должна удовлетворять неравенству

$$p \geq \left\{ R_y + \max \left[ \frac{|M_z|}{A}, \frac{|R_x|}{\mu} \right] \right\} / n \quad (6.5)$$

Величина  $A$  рассчитывается по формуле (5.6) и для рассматриваемого робота ( $R_0 = 0,085$  м) имеем  $A = 0,074$  м.

Пользуясь формулами (6.3) — (6.5), будем рассчитывать минимально допустимое значение присасывающей силы для двух режимов движения: равномерного вращения ( $|\dot{\varphi}_1| = \omega = 0,014$  с<sup>-1</sup>,  $\ddot{\varphi}_1 = 0$ ) и начала движения (трогания с места) с максимальным ускорением ( $\varphi_1 = 0$ ,  $|\dot{\varphi}_1| = \varepsilon = 1,34$  с<sup>-2</sup>). Рассмотрим три наиболее важных случая движения робота: по горизонтальному полу ( $g_x = 0$ ,  $g_y = -g = -9,8$  м/с<sup>2</sup>); по вертикальной стене ( $g_x = g$ ,  $g_y = 0$ ); по потолку ( $g_x = 0$ ,  $g_y = g$ ). Во всех трех случаях будем определять необходимую присасывающую силу  $p^*$  в расчете на наименее благоприятное положение робота. Для этого следует взять максимум правой части (6.5) по всем допустимым значениям угла  $\varphi_1$  и вычислять искомое значение  $p^*$  по формуле

$$p^* = \max_{\varphi_1} \left\{ R_y + \max \left[ \frac{|M_z|}{A}, \frac{|R_x|}{\mu} \right] \right\} / n \quad (6.6)$$

При вычислении максимума по  $\varphi_1$  в (6.6) будем считать, что

$$-4^\circ \leq \varphi_1 \leq 184^\circ \quad (0,07 \text{ рад} \leq \varphi_1 \leq 3,2 \text{ рад}) \quad (6.7)$$

Когда значения угла  $\varphi_1$  достигают границ отрезка (6.7), переносимая стопа робота упирается в опорную поверхность.

Ниже приводятся результаты расчетов по формуле (6.6) при  $\mu = 0,2$ , что соответствует трению металла о металл.

*Движение по полу.*

Равномерное вращение:  $p^* = 72,2$  Н.

Трогание с места:  $p^* = 78$  Н.

*Движение по вертикальной стене.*

Равномерное вращение при подъеме или опускании робота ( $\dot{\varphi}_1 = \pm \omega$ ):  $p^* = 128,5$  Н.

Трогание с места при подъеме ( $\dot{\varphi}_1 = \varepsilon$ ):  $p^* = 136,9$  Н.

Трогание с места при опускании: ( $\dot{\varphi}_1 = -\varepsilon$ ):  $p^* = 120,1$  Н.

*Движение по потолку.*

Равномерное вращение:  $p^* = 116,3$  Н.

Трогание с места:  $p^* = 124$  Н.

Приведем также для сравнения «статические» значения  $p^*$  для неподвижного робота, полученные по формуле (6.6) при  $\dot{\varphi}_1 = 0$ ,  $\ddot{\varphi}_1 = 0$ . Для положения стопы робота на полу, стене и потолке имеем, соответственно,  $p^* = 72,2$  Н,  $p^* = 128,5$  Н,  $p^* = 116,3$  Н.

Обратим внимание на то, что данные «статического» расчета практически совпадают с соответствующими результатами для равномерного вращения робота. Это объясняется тем, что квадрат угловой скорости  $\omega^2 = 1,96 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-2}$  весьма мал и соответственно мал вклад, вносимый в величины  $R_x$ ,  $R_y$  и  $M_z$  (см. (6.4)), членами, содержащими множитель  $\dot{\varphi}_1^2 = \omega^2$ .

Из приведенных данных видно, что максимальное значение величины  $p^* = 136,9 \text{ Н}$  отвечает троганию с места робота при подъеме его на вертикальной стене. Для реализации такого присасывающего усилия разность давлений воздуха снаружи и в полости присоски должна быть равна  $\Delta p_0 = p^*/S = 2,73 \cdot 10^4 \text{ Па}$ , что соответствует степени разрежения воздуха в полости присоски не ниже  $\Delta p_0/p_0 = 0,27$ ; где  $p_0$  — атмосферное давление.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белецкий В. В. Двухногая ходьба: модельные задачи динамики и управления. М.: Наука, 1984. 288 с.
2. Ларин В. Б. Управление шагающими аппаратами. Киев: Наукова думка, 1980. 168 с.
3. Охоцимский Д. Е., Голубев Ю. Ф. Механика и управление движением автоматического шагающего аппарата. М.: Наука, 1984. 310 с.
4. Формальский А. М. Перемещение антропоморфных механизмов. М.: Наука, 1982. 368 с.
5. Абаринов А. В., Аксельрод Б. В., Болотник Н. Н., Вешников В. Б. и др. Робототехнический комплекс для вертикального перемещения // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1988. № 4. С. 58—73.
6. Болотник Н. Н., Нанди Г. Ч. Об управлении равновесием робота вертикального перемещения // Изв. АН. МТТ. 1992. № 4. С. 58—70.
7. Градецкий В. Г., Рачков М. Ю., Сизов Ю. Г., Ульянов С. В., Черноусько Ф. Л. Мобильные системы с роботами вертикального перемещения // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. 1991. № 6. С. 171—191.
8. Aoyama H., Iwasaki T., Sasaki A., Shimokohbe A. Micro climber with piezo thrust and magnetic lock // Proc. Int. Symp. on Theory of Machines and Mechanisms. Nagoya, 1992.
9. Chernousko F. L. On the mechanics of a climbing robot // Mechatronic Systems Engineering. 1990. V. 1. P. 219—224.
10. Collie A. A., Billingsley J., Puttkamer E. Design and performance of the Portsmouth climbing robot // Proc. 7th Int. Symp. on Automation and Robotics in Construction. V. 1. Bristol. 1990. P. 16.
11. Gradetsky V., Rachkov M. Some trends in designing and application of wall climbing robots // Proc. 21st Int. Symp. on Industrial Robots. Copenhagen, 1990.
12. Hirose S. Wall climbing vehicle using internally balanced magnetic unit // Prepr. 6th CISM-IFTOMM Sympos. ROMANSY-86. Cracow, Poland, 1986. P. 363—370.
13. Ishlinsky A. Yu., Chernousko F. L., Gradetsky V. G. Some problems in mechanics and control for pneumatic industrial robots // Proc. 13th Int. Symp. on Industrial Robots. V. 2. Chicago, 1983. P. 1369.
14. Nishi A., Miyagi H. Control of a wall-climbing robot using propulsive force of propeller // Proc. IEEE/RS Internat. Workshop Intel. Rob. and Syst: 91. V. 3. Tokyo, 1991. P. 1561.
15. Oomichi T., Ibe T., Nakajima M., Hayashi K., Takemoto Y. The wall inspection robot with adaptive mechanism for wall surface // Proc. Int. Symp. on Theory of Machines and Mechanisms. Nagoya, 1992.
16. Sato K., Honda K., Hasegawa A., Shiota T., Morita H. On-wall locomotive vehicle. Report of Agency of Industrial Science and Technology of MITI. 1992. P. 1—18.
17. Sato K., Watanabe M., Fukagawa Y., Morita H. On-wall traveling robot for nuclear power plant // Conference on Robots and Remote Systems, Charleston, 1989.
18. Sujiata S., Naiton S., Sato K., Ozaki N., Watahiki S. Wall surface vehicles with magnetic legs or vacuum legs // Proc. 16th Int. Symp. on Industrial Robots. Brussels, 1986. P. 691.
19. Черноусько Ф. Л. Условия равновесия тела на шероховатой плоскости // Изв. АН СССР. МТТ. 1988. № 6. С. 6—17.