

УДК 533.6.013.42

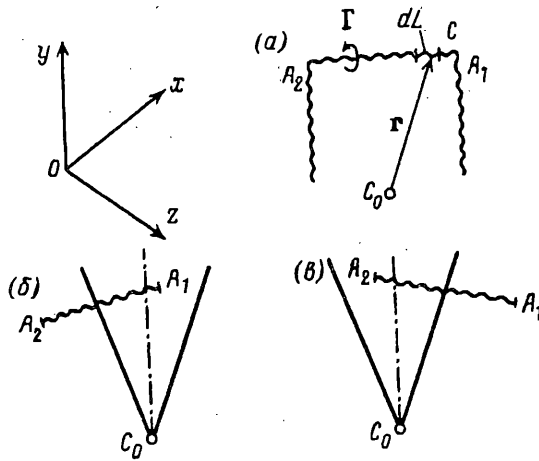
© 1993 г. В. А. ЗОРИН, В. И. МОРОЗОВ, А. Т. ПОНОМАРЕВ

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ВРАЩАЮЩЕГОСЯ УПРУГОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

В настоящее время большое внимание уделяется разработке методологии построения и применения математических моделей летательных аппаратов (ЛА) с привлечением современных численных методов аэродинамики, теории упругости и ЭВМ [1]. В решении проблемы аэроупругости даже традиционных ЛА имеется трудность, связанная с отсутствием унифицированного численного метода для расчета аэродинамических и аэроупругих характеристик на до- и сверхзвуковых скоростях полета [2]. Продолжающееся расширение диапазона скоростей полета ЛА вызывает кроме усложнения их геометрии и структуры еще ряд дополнительных трудностей: конструкция высокоскоростных ЛА в отличие от обычных аппаратов в период разгона подвергается широкополосному нагружению, что требует более тщательного подхода в определении ее упругих свойств и отображении их в математической модели аэроупругости; в уравнениях пространственного движения таких объектов приходится учитывать силы, связанные с наличием больших продольных ускорений и значительных скоростей вращения вокруг его центра масс.

В публикуемой статье предлагается методика построения модели пространственного движения беспилотного высокоскоростного вращающегося упругого ЛА, реализуемой в виде нелинейных интегродифференциальных уравнений [3], линеаризованных по аэродинамике и упругости и дополненных членами, учитывающими его вращение и переменность во времени массы. Она базируется на синтезе данных, получаемых с помощью современных численных методов аэродинамики и строительной механики на ЭВМ. Аэродинамическая часть задачи аэроупругости решается в рамках модели идеальной сжимаемой «холодной» среды и модифицированного метода дискретных вихрей (МДВ), позволяющего унифицировать расчет аэродинамических и аэроупругих характеристик в широком диапазоне скоростей полета [4]; упругая часть — путем нахождения частот и форм собственных колебаний конструкции методом декомпозиции [5] в сочетании с методом конечных элементов (МКЭ) [6]. Синтез составных частей аэроупругости — аэродинамической и упругой осуществляется на основе метода заданных форм [1], в качестве которых используются предварительно найденные собственные функции. Возможности методики иллюстрируются на примере изучения процесса разгона гипотетического беспилотного высокоскоростного вращающегося упругого ЛА переменной массы, имеющего в качестве управляющих и стабилизирующих органов тонкие несущие поверхности малого удлинения.

1. Модель аэродинамики. Стационарная задача. В соответствии с принятой методикой [2, 4] ЛА аппроксимируется базовыми вертикальными и горизонтальными тонкими несущими поверхностями, которые моделируются семейством поперечных и продольных вихревых отрезков, а свободная вихревая поверхность, сходящаяся с боковых и задних кромок — семейством свободных вихревых линий постоянной интенсивности, совпадающих с линиями тока. Скачки уплотнения на сверхзвуковых скоростях считаются слабыми, размещение их на поверхности аппарата постулируется. Аэродинамическая нагрузка определяется с помощью теоремы Жуковского «в малом» через нахождение неизвестных циркуляций присоединенных вихрей при выполнении граничных условий непротекания в соответствующим образом расположенных на несущих поверхностях контрольных точках и условия Чаплыгина — Жуковского о конечности скоростей на кромках схода пелен.



Фиг. 1

Основой построения вихревых схем являются вихревые отрезки конечной (A_1, A_2) и полубесконечной $(+\infty, A_1)$ и $(A_2, +\infty)$ длин, которые в произвольной точке $C_0(x_0, y_0, z_0)$ пространства индуцируют возмущенную скорость $V_1(C_0)$ (фиг. 1). Элемент вихревого отрезка dL в выделенной точке пространства сжимаемого потока вызывает элементарную возмущенную скорость, величина которой определяется аналогом формулы Био-Савара

$$dV_1(C_0) = \frac{\Gamma h^2}{\pi E} \frac{\mathbf{r}_{C_0 C} \times d\mathbf{L}}{R_{C_0 C}^3}$$

$$R_{C_0 C} = [(x - x_0)^2 - h^2 [(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]]^{1/2} \quad (1.1)$$

$$h^2 = M_\infty^2 - 1, \quad \mathbf{r}_{C_0 C} = (x - x_0) \mathbf{i} + (y - y_0) \mathbf{j} + (z - z_0) \mathbf{k}$$

где $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ — орты декартовой системы координат $Oxyz$; Γ — циркуляция вихревого отрезка; x, y, z — координаты произвольной точки C , в которую помещено начало элемента dL ; M_∞ — число Маха невозмущенного потока; E — множитель, равный 4 при $M < 1$ и 2 при $M > 1$.

Рассмотрим поле скоростей от вихревого отрезка $[A_1, A_2]$ конечной длины L . Величины, входящие в (1.1), будут

$$\mathbf{r}_{C_0 C} = \mathbf{r}_C - \mathbf{r}_{C_0}, \quad \mathbf{r}_C = \mathbf{r}_{A_1} + t \mathbf{r}_{A_1 A_2} \quad (0 \leq t \leq 1) \quad (1.2)$$

где $\mathbf{r}_C, \mathbf{r}_{C_0}, \mathbf{r}_{A_1}$ — векторы-радиусы точек $C(x, y, z)$, $C_0(x_0, y_0, z_0)$ и $A_1(x_1, y_1, z_1)$ (фиг. 1, а). Интегрируя выражение (1.1) по длине L с учетом соотношений (1.2), получим формулу для определения возмущенной скорости V_1 в точке C_0 от вихревого отрезка $[A_1, A_2]$ [4]:

$$V_1(C_0) = \frac{\Gamma h^2}{\pi E} \frac{\mathbf{r}_{C_0 A_1} \times \mathbf{r}_{A_1 A_2}}{4ac - b^2} \left(\frac{2a + b}{\sqrt{a + c + b}} - \frac{b}{\sqrt{c}} \right) \quad (1.3)$$

$$a = (x_2 - x_1)^2 - h^2 [(y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2]$$

$$b = (x_1 - x_0)(x_2 - x_1) - h^2 [(y_1 - y_0)(y_2 - y_1) + (z_1 - z_0)(z_2 - z_1)]$$

$$c = (x_1 - x_0)^2 - h^2 [(y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2]$$

При $M > 1$ вихревой отрезок может пересекаться с линией Маха (фиг. 1,б, в). В этом случае интегрирование производится лишь по той его части, которая находится в обратном конусе Маха с вершиной в точке C_0 . Тогда в соответствии с понятием конечной части интеграла по Адамару [7] будем иметь

$$V_1(C_0) = - \frac{\Gamma h^2}{2\pi} \frac{\Gamma_{C_0 A_1} \times \Gamma_{A_1 A_2}}{4ac - b^2} \frac{b}{\sqrt{c}} \quad (1.4)$$

$$V_1(C_0) = - \frac{\Gamma h^2}{2\pi} \frac{\Gamma_{C_0 A_1} \times \Gamma_{A_1 A_2}}{b^2} \frac{2a + b}{\sqrt{a + b}}$$

Здесь первое выражение относится к случаю фиг. 1,б а второе — к случаю фиг. 1,в.

Особенности на скачках уплотнения при пересечении вихревого отрезка с линией Маха учитываются через сингулярную составляющую возмущенной скорости V_1^* [8]:

$$V_1^*(C_0) = - \frac{\Gamma}{\Delta x_i} \frac{\sqrt{h^2 - \operatorname{tg}^2 \chi_i}}{2} \quad (1.5)$$

где Δx_i — средняя хорда вихревой панели, χ_i — угол стреловидности i -го вихря.

Итак, на дозвуковых скоростях обтекания возмущенная скорость V_1 вычисляется по формуле (1.3), а на сверхзвуковых — в дополнение к (1.3) используются соотношения (1.4) и (1.5).

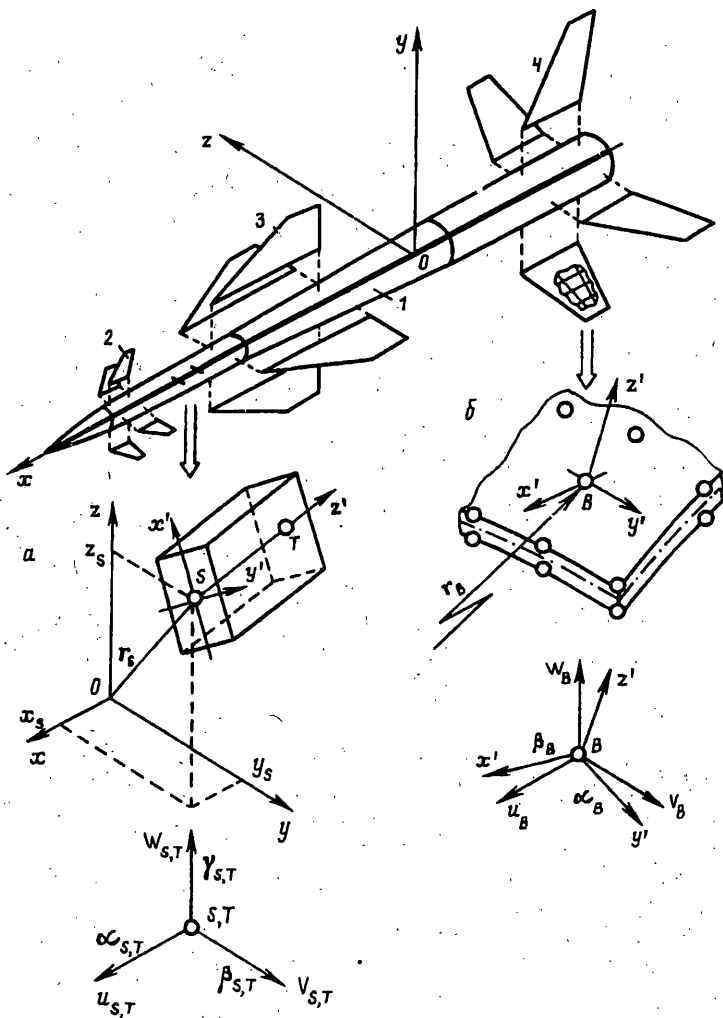
Исходная задача по расчету линейных аэродинамических характеристик сводится к решению ряда канонических ϵ_j — задач аэродинамики по кинематическим параметрам $\epsilon_j = \{q_{0k}, \dot{q}_{0k}, q_l, \dot{q}_l, \delta_v, \dot{\delta}_v, \Delta_\mu, \dot{\Delta}_\mu\}$, где $q_{0k}, \dot{q}_{0k}$ и $q_l, \dot{q}_l$ — параметры, характеризующие соответственно смещение ЛА как жесткого тела и упругие перемещения точек его конструкции относительно связанной системы координат; $\delta_v, \dot{\delta}_v$ — углы и скорости отклонения рулевых поверхностей ЛА; $\Delta_\mu, \dot{\Delta}_\mu$ — параметры порывов ветра или ударных волн (здесь и далее точкой обозначается производная по времени). Тогда, записав в каждой контрольной точке граничные условия, получим систему линейных алгебраических уравнений для определения неизвестных циркуляций Γ

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \Gamma_{\epsilon_j} W_{ij} = -4\pi G_{\epsilon_j} \quad (1.6)$$

где W_{ij} — коэффициенты, которые вычисляются в зависимости от режима обтекания по формуле (1.3) либо по (1.3) совместно с (1.4) и (1.5), G_{ϵ_j} — значение граничного условия, соответствующего кинематическому параметру ϵ_j в контрольной точке i , N — число вихрей, которое равно числу контрольных точек.

2. Упругая модель. Строится на основе принципа декомпозиции [5] в сочетании с МКЭ [6]. При этом конструкция ЛА представляется в виде идеального упругого тела и «расчленяется» на отдельные подконструкции (фиг. 2), для которых соответствующая расчетная упругая схематизация выбирается в зависимости от их конструктивного оформления.

Как правило, корпус (фюзеляж) (1) ЛА представляет собой регулярную структуру и с достаточной для практики точностью схематизируется упругой балкой с произвольно распределенными по длине массой, моментами инерции и жесткостями, которая согласно МКЭ аппроксимируется стержневыми конечными элементами (СКЭ). СКЭ представляет собой прямолинейный, произвольно ориентированный в пространстве стержень из изотропного материала постоянного сечения по длине с двумя узлами, расположенными в центрах тяжести начального ($z' = 0$) и конечного ($z' = 1$) сечений (фиг. 2,а). Каждый из этих узлов имеет



Фиг. 2

шесть степеней свободы, представляемыми перемещениями u, v, w по направлению глобальных (связанных) осей x, y, z и углами поворота α, β, γ относительно тех же осей соответственно.

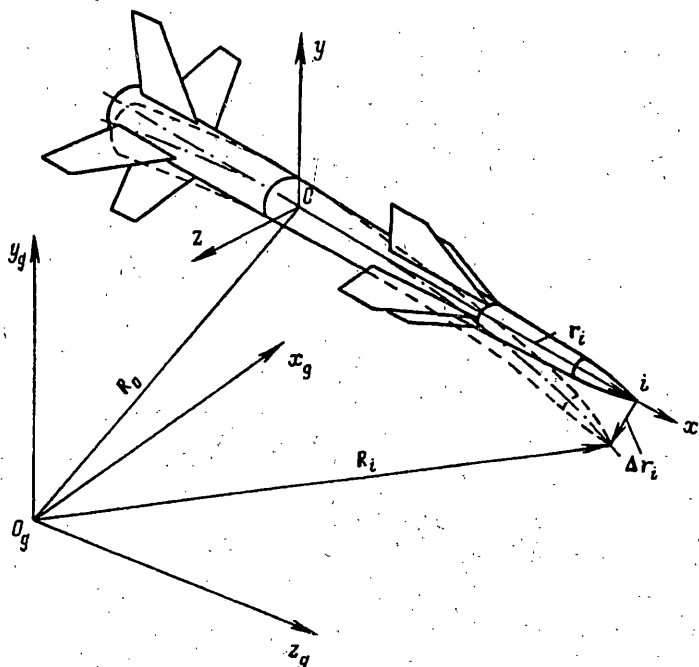
Поверхности (2—4) аппарата заменяются оболочковыми конечными элементами (ОКЭ). Поле перемещений ОКЭ характеризуется тремя линейными смещениями u, v, w и двумя углами поворота α и β вектора-нормали к поверхности ОКЭ, совпадающего с осью Oz' (фиг. 2, б).

Проблема нахождения частот и форм собственных колебаний ЛА согласно декомпозиции и МКЭ сводится к решению модифицированным методом одновременных итераций в подпространстве матричного уравнения вида [9]:

$$[K] [\varphi] = [\Omega^2] [M] [\varphi] \quad (2.1)$$

$$[\varphi] = [\{f\}_1 \dots \{f\}_N]^T, \quad [\Omega^2] = \text{diag}(\omega_1^2, \dots, \omega_N^2)$$

где $\{f\}$ — вектор-столбец узловых перемещений, ω — частота колебаний, $[M]$, $[K]$ — соответственно матрицы масс и жесткости, N — целочисленный параметр, равный $\min(2p, p+8)$ (p — число определяемых собственных частот и форм



Фиг. 3

системы). Критериями выхода из итерационного процесса, проводимого до сходимости $[\Omega^2]_j \rightarrow [\Omega^2]$, $[\varphi]_j \rightarrow [\varphi]$ ($j = \overline{1, J}$), служат условия

$$|1 - (\omega_i^2)_{j-1} / (\omega_i^2)_j| < \text{EPS} \quad (i = \overline{1, p}), \quad j < J$$

$$\text{ESP} = |1 - (\omega_p^2)_{k-1} / (\omega_p^2)_k|$$

где J — предельное число итераций, EPS — относительная точность вычисления высшей из p требуемых частот ω_p , k — номер итерации. При заданном N процесс сходится не более, чем за восемь циклов итераций. Действительное число итераций зависит от того, насколько близко начальное приближение матрицы $[\varphi]_0$ к матрице собственных векторов $[\varphi] = [\varphi]_\infty$. Выбор $[\varphi]_0$ выполняется по схеме, основанной на знании лишь диагональных коэффициентов матриц $[K]$ и $[M]$.

3. Синтез модели динамики движения упругого ЛА. Движение ЛА будем рассматривать относительно земной (инерциальной) системы координат $O_g x_g y_g z_g$, оси которой x_g и z_g лежат в горизонтальной плоскости, а ось y_g направлена вертикально вверх (фиг. 3). В качестве связанной системы координат $Oxyz$ выберем так называемые средние оси, совпадающие с главными центральными осями инерции деформированного ЛА. Вектор-радиус R_i произвольной точки ЛА в инерциальной системе координат представляется в виде суммы (см. фиг. 3): $R_i = R_0 + r_i + \Delta r_i$, в которой R_0 — вектор-радиус начала связанной системы координат, r_i — вектор-радиус точки относительно связанных осей в недеформированном состоянии, Δr_i — вектор относительного перемещения точки при деформации тела.

Линейные и угловые скорости объекта как твердого тела предполагаются произвольными по величине, а упругие перемещения i -й точки конструкции Δr_i — малыми. Последние определяются относительно связанной системы координат $Oxyz$ и представляются в виде разложения в ряд по собственным формам колебаний, найденным по методике п. 2.

При составлении уравнений движения используется принцип затвердевания, согласно которому ЛА рассматривается как тело постоянной массы, если в качестве внешних сил учитываются реактивные силы и силы Кориолиса.

Система уравнений, описывающая пространственное движение высокоскоростного вращающегося упругого ЛА, в векторно-матричной форме имеет вид [3, 10]:

$$M_0 (\dot{V} + \Omega \times V) = G + T^* + F_a + F_r + F_k + F_* \quad (3.1)$$

$$I \dot{\Omega} + \Omega \times I \Omega = M^* + M_a + M_k + M_*, \quad \dot{M}_0 = \mu^*$$

$$M_l [\ddot{q}_l + (2\kappa_l \Omega_l + E_l^k) \dot{q}_l + (\Omega_l^2 - \Omega_{xl}^2 - C_l^N) q_l] = P_l + T^* \cdot \varphi_l \quad (l = \overline{1, N_q})$$

Здесь M_0 — масса ЛА, V — вектор абсолютной скорости центра масс ЛА, Ω — вектор абсолютной угловой скорости, G — вес ЛА, I — тензор инерции, F_a , M_a — главный вектор и главный момент аэродинамических сил, T^* — тяга двигателя, вектор которой считается направленным вдоль упругой оси корпуса, M^* — момент тяги двигателя.

Силы, обусловленные перемещением центра масс ЛА относительно его корпуса F_r , в общем случае равны

$$F_r = m W_c + 2m \Omega \times V_c \quad (3.2)$$

где V_c , W_c — соответственно скорость и ускорение перемещения центра масс относительно корпуса. Обычно первым слагаемым в (3.2) в силу его малости пренебрегают. Тогда приближенно для F_r будем иметь $F_r = 2m \Omega \times V_c$.

Главный вектор F_k и главный момент сил Кориолиса M_k , возникающих при вращении ЛА вокруг центра масс и движения частиц топлива и газа относительно корпуса, определяются по формулам

$$F_k = - \int_{\Sigma} W_k dm, \quad M_k = - \int_{\Sigma} r' \times W_k dm$$

где r' — вектор-радиус рассматриваемой частицы фиктивного твердого тела Σ , W_k — кориолисово ускорение, определяемое векторным произведением $W_k = 2\Omega \times V_r$, где V_r — относительная скорость движения частиц фиктивного твердого тела для момента времени t .

Далее в (3.1) F_* , M_* — главный вектор и главный момент управляющих сил, возникающих при отклонении рулевых поверхностей для изменения перегрузок ЛА и условий его ориентации в пространстве; μ^* — секундный расход топлива через сечение сопла двигателя; M_r , q_l , κ_l , Ω_l , Ω_{xl} , P_l — соответственно обобщенная масса, обобщенная координата, коэффициент конструкционного демпфирования, собственная частота, угловая скорость по крену, обобщенная аэродинамическая сила, отвечающие l -й форме φ_l собственных свободных колебаний (ССК); E_l^k — квадратная матрица, элементами которой являются коэффициенты демпфирования, обусловленные силами Кориолиса и определяемые по формуле [10]:

$$e_{ij} = 2 \int_0^l \mu(x) \frac{d\varphi_j}{dx} \varphi_i dx \quad (i = \overline{1, N_q})$$

где $\mu(x)$ — массовый расход через произвольное поперечное сечение x , φ_j — форма j -го тона собственных колебаний, l — длина ЛА, N_q — число тонов ССК, C_l^N — квадратная матрица, элементы которой характеризуют влияние сжимающих

и растягивающих сил в поперечных сечениях корпуса на вынужденные колебания конструкции. Элементы матрицы C_l^N вычисляются по зависимости [10]:

$$c_{ij} = - \int_0^l N(x) \frac{d\varphi_j(x)}{dx} \frac{d\varphi_i(x)}{dx} dx + T^* \varphi_i(l) \frac{d\varphi_j(x)}{dx} \Big|_{x=l}$$

$$N(x) = j_m \int_0^x m(x) dx + \int_0^x X^a(x) dx \quad (3.3)$$

$$j_m = T^v/m, \quad T^v = T^* - X^a$$

Здесь $N(x)$ — продольные сжимающие силы, действующие в поперечных сечениях корпуса, $m(x)$ — погонная масса ЛА, $X^a(x)$ — погонная сила аэродинамического сопротивления, j_m — интенсивность массовых сил, направленная против движения ЛА, T^v — эффективная тяга.

Ориентация подвижной системы координат $Oxuz$ относительно неподвижной устанавливается с помощью параметров Родрига — Гамильтона λ_k ($k = \overline{0, 3}$). Параметры λ_k составляют четыре компоненты (одна действительная и три мнимых) кватерниона Λ , связанные между собой уравнением [11]:

$$|\Lambda| = \lambda_0^2 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 = 1 \quad (3.4)$$

Компоненты λ_k кватерниона Λ ищутся по известным кинематическим соотношениям [11].

Кинематические уравнения, связывающие производные по времени от координат земной системы $O_g x_g y_g z_g$ и проекции скорости полета V_x, V_y, V_z соответственно на оси x, y, z связанной с ЛА системы координат, имеют вид

$$\begin{vmatrix} \dot{X}_g \\ \dot{Y}_g \\ \dot{Z}_g \end{vmatrix} = |V_x V_y V_z|^T [a] \quad (3.5)$$

где элементами матрицы $[a]$ служат коэффициенты a_{ij} ($i, j = \overline{1, 3}$) — направляющие косинусы, определяемые через параметры λ_k с помощью известных зависимостей [11].

Таким образом, решение задачи динамики движения высокоскоростного вращающегося упругого ЛА при разгоне сводится к совместному интегрированию уравнений (3.1) и (3.5).

Возможности предлагаемой методологии синтезирования аэроупругих моделей ниже проиллюстрируем на конкретном примере.

4. Пример. Рассмотрим процесс нагружения, деформирования и движения гипотетического вращающегося крестокрылого ЛА при разгоне. При формировании математической модели аэроупругости будем учитывать три низших тона ССК, рассчитанные по методике, изложенной в п. 2.

Уравнения движения (3.1) в скалярной форме приобретают вид

$$m(\dot{V}_x + \omega_y V_z - \omega_z V_y) = 0,8T^* \cos \left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i^d \right) + 0,2T^* \cos \left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i^s \right) +$$

$$+ 0,5c_{x\rho} V^2 S \sin \alpha - 0,5c_{x\rho} V^2 S \cos \alpha - G \sin \vartheta$$

$$m(\dot{V}_y + \omega_z V_x - \omega_x V_z) = 0,8T^* \sin \left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i^d \right) + 0,2T^* \sin \left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i^s \right) +$$

$$+ 0,5c_{y\rho} V^2 S \cos \alpha - 0,5c_{x\rho} V^2 S \sin \alpha - G \cos \vartheta \cos \gamma$$

$$m(\dot{V}_z + \omega_x V_y - \omega_y V_x) = 0,5c_{z\rho} V^2 S + G \cos \vartheta \sin \gamma$$

$$\begin{aligned} I_x \dot{\omega}_x + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z &= 0,5 m_x \rho V^2 S b \\ I_y \dot{\omega}_y + (I_x - I_z) \omega_x \omega_z &= 0,5 m_y \rho V^2 S b \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} I_z \dot{\omega}_z + (I_y - I_x) \omega_x \omega_y &= 0,5 m_z \rho V^2 S b + 0,8 T^* \left[\cos \left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i^d \right) \sum_{i=1}^3 f_i^d + \right. \\ &+ \left. \sin \left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i^d \right) l_d \right] + 0,2 T^* \left[\sin \left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i^s \right) \sum_{i=1}^3 f_i^s + \sin \left(\sum_{i=1}^3 \varphi_i^s \right) l_s \right] \end{aligned}$$

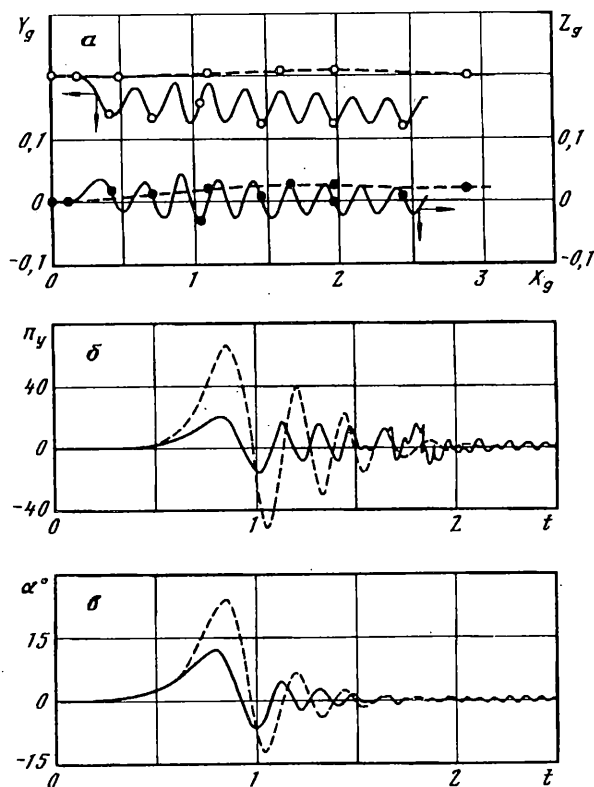
$$\begin{aligned} \dot{m} &= T^* / (j^* g), \quad m_i [\ddot{q}_i + 2\kappa_i \omega_i \dot{q}_i + (\omega_i^2 - (\omega_z^2)_i) q_i] = \\ &= 0,5 c_i \rho V^2 S b + 0,8 T^* \sin(\varphi_i^d) f_i^d + 0,2 T^* \sin(\varphi_i^s) f_i^s \quad (i = \overline{1, 3}) \end{aligned}$$

Здесь m — масса ЛА; I_x, I_y, I_z — моменты инерции жесткого ЛА относительно главных осей инерции; $c_x, c_y, c_z, m_x, m_y, m_z$ — соответственно коэффициенты лобового сопротивления, подъемной и боковой сил, моментов крена, рыскания и тангажа; c_l — безразмерный коэффициент обобщенной аэродинамической силы P ; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ — проекции вектора угловой скорости Ω на оси связанной системы координат $Oxyz$; $\alpha, \vartheta, \gamma$ — соответственно углы атаки, тангажа и крена; ρ — плотность невозмущенного потока; V — абсолютная скорость ЛА, определяемая по формуле $V = [V_x^2 + V_y^2 + V_z^2]^{1/2}$; S — характерная площадь; b — характерный линейный размер; j^* — единичный импульс двигателя ЛА; $\varphi_i^d, \varphi_i^s, f_i^d, f_i^s$ — соответственно углы поворота дна двигателя и среза сопла относительно центра масс ЛА и прогибы этих сечений относительно исходного недеформированного состояния корпуса i -й формы ССК.

Тяга двигателя T^* раскладывалась на две составляющие, одна из которых прикладывалась ко дну двигателя и по величине составляла 80% от полной тяги, а другая, равная $0,2T^*$, — в центре среза сопла. Причем, при недеформированном состоянии корпуса принималось, что вектор результирующей силы от этих двух составляющих проходит через центр масс ЛА. Для упрощения расчетов в уравнениях движения (4.1) не учитывались силы Кориолиса и силы, возникающие при перемещении центра масс ЛА вдоль корпуса. В уравнениях упругих колебаний не принимались во внимание сжимающие и растягивающие силы в поперечных сечениях конструкции.

Суммарные аэродинамические коэффициенты в (4.1) определялись с помощью МДВ (см. п.1) на основе гипотезы квазистационарности по формулам

$$\begin{aligned} c_y &= c_y^\alpha \alpha + c_y^{\omega_z} \omega_z + \sum_{v=1}^k (c_y^{\delta_v} \delta_v + c_y^{\dot{\delta}_v} \dot{\delta}_v) + \sum_{i=1}^3 (c_y^{q_i} q_i + c_y^{\dot{q}_i} \dot{q}_i) \\ c_z &= c_z^\beta \beta + c_z^{\omega_y} \omega_y + \sum_{v=1}^k (c_z^{\delta_v} \delta_v + c_z^{\dot{\delta}_v} \dot{\delta}_v) + \sum_{i=1}^3 (c_z^{q_i} q_i + c_z^{\dot{q}_i} \dot{q}_i) \\ m_x &= m_x^\omega \omega_x + \sum_{v=1}^k (m_x^{\delta_v} \delta_v + m_x^{\dot{\delta}_v} \dot{\delta}_v) + \sum_{i=1}^3 (m_x^{q_i} q_i + m_x^{\dot{q}_i} \dot{q}_i) \\ m_y &= m_y^\beta \beta + m_y^{\omega_y} \omega_y + \sum_{v=1}^k (m_y^{\delta_v} \delta_v + m_y^{\dot{\delta}_v} \dot{\delta}_v) + \sum_{i=1}^3 (m_y^{q_i} q_i + m_y^{\dot{q}_i} \dot{q}_i) \\ m_z &= m_z^\alpha \alpha + m_z^{\omega_z} \omega_z + \sum_{v=1}^k (m_z^{\delta_v} \delta_v + m_z^{\dot{\delta}_v} \dot{\delta}_v) + \sum_{i=1}^3 (m_z^{q_i} q_i + m_z^{\dot{q}_i} \dot{q}_i) \\ c_l &= c_l^\alpha \alpha + c_l^\beta \beta + c_l^{\omega_x} \omega_x + c_l^{\omega_y} \omega_y + c_l^{\omega_z} \omega_z + \end{aligned} \quad (4.2)$$



Фиг. 4

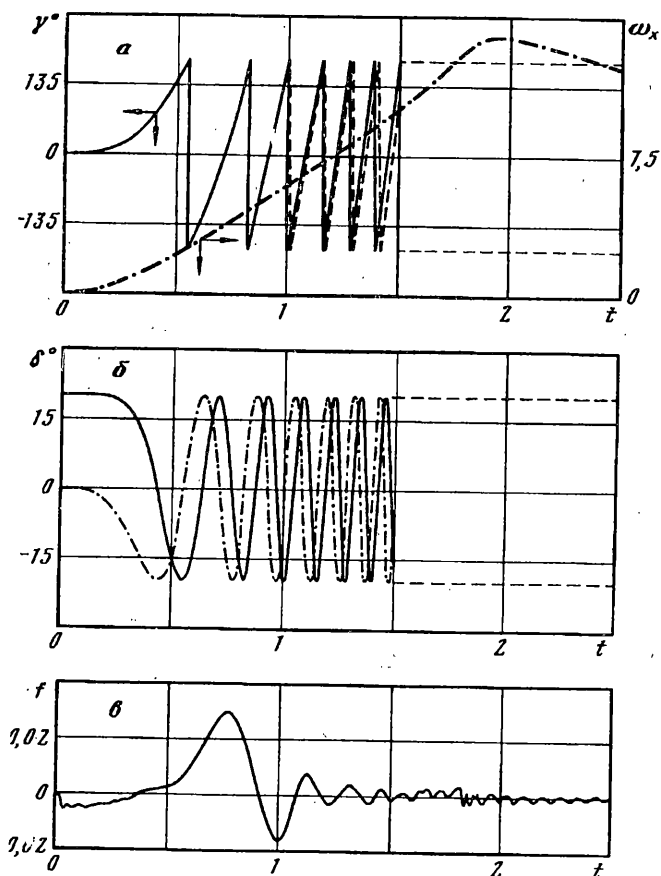
$$+ \sum_{v=1}^k (c_{\gamma}^{\delta} \dot{\delta}_v + c_{\gamma}^{\dot{\delta}} \delta_v) + \sum_{i=1}^3 (c_{\gamma}^q q_i + c_{\gamma}^{\dot{q}} \dot{q}_i) \quad (i, l = \overline{1, 3})$$

где β — угол скольжения, δ_v — угол отклонения v -й рулевой поверхности, k — количество аэродинамических рулей. Коэффициент лобового сопротивления c_x определялся по экспериментальной поляре ЛА, т. е. зависимости c_x от коэффициента подъемной силы c_y , числа Маха и высоты полета.

На фиг. 4 нанесено соответственно изменение по времени t [с] текущих координат аппарата x_g, y_g, z_g [км] относительно земной системы $O_g x_g y_g z_g$ (фиг. 4, а), нормальной перегрузки n_y в центре масс ЛА (фиг. 4, б) и угла атаки α (фиг. 4, в) при движении аппарата как твердого тела (штриховые линии) и с учетом упругости конструкции (сплошные линии) при разгоне от $M=0$ до $M=6$.

Фиг. 5, а иллюстрирует изменение во времени t в процессе разгона ЛА угла крена γ (сплошная линия — полет ЛА с учетом упругости конструкции, штриховая — без учета упругости) и угловой скорости ω_x [Гц] (штрихпунктирная линия). Первоначальное положение и законы отклонения рулевых поверхностей в процессе полета демонстрирует фиг. 5, б; сплошная линия относится к рулям тангажа, штрихпунктирная — к рулям курса. Изменение по времени t прогиба f [м] точки корневого сечения хвостового оперения ЛА относительно связанной системы координат $Oxuz$ отражено на фиг. 5, в.

Из фиг. 4, 5 видно, что упругость конструкции оказывает значительное влияние на параметры движения (фиг. 4, а, в), нагружения (фиг. 4, б) и деформирования (фиг. 5, в) в процессе разгона ЛА. Колебательный характер изменения рассматриваемых параметров объясняется наличием вращения ЛА по крену (фиг. 5, а) и отклонения аэродинамических рулей (фиг. 5, б), играющих роль возмущающего



Фиг. 5

фактора. Анализ графиков фиг. 4 и фиг. 5, в показывает, что упругость конструкции, с одной стороны, демпфирует амплитуды колебаний параметров нагружения и движения ЛА, что благоприятно сказывается на устойчивости движения аппарата в целом, а с другой — ухудшает его управляемость (фиг. 4, а). Это свидетельствует о том, что за счет упругости конструкции вращающийся ЛА крестовидной компоновки во время разгона становится более устойчивым и менее управляемым.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоцерковский С. М., Кочетков Ю. А., Красовский А. А., Новицкий В. В. Введение в аэроавтоупругость. М.: Наука, 1980. 384 с.
2. Белоцерковский С. М., Скрипач Б. К., Табачников В. Г. Крыло в нестационарном потоке газа. М.: Наука, 1971. 767 с.
3. Астапов И. С., Белоцерковский А. С., Морозов В. И. Нелинейные интегродифференциальные уравнения аэроупругости // Изв. АН СССР. МТТ. 1985. № 6. С. 61—70.
4. Граськин С. С. Расчет отрывного обтекания треугольных крыльев сжимаемым потоком // Уч. записки ЦАГИ. 1991. Том 22. № 4. С. 53—61.
5. Кузнецов О. В. Модели для расчета частотного спектра неоднородных оболочечных конструкций // Изв. АН СССР. МТТ. 1987. № 3. С. 185—189.
6. Зенкевич О. Метод конечных элементов. М.: Мир, 1977. 542 с.
7. Общая теория аэродинамики больших скоростей / Под. ред. У. Сирса. М.: Воениздат, 1962. 667 с.

8. *Алексеев Г. Ю., Еремин В. Ю.* Дискретный вихрь в сверхзвуковом потоке // Тр. ЦАГИ. 1987. Вып. 2321. С. 39—48.
9. *Белостоцкий А. М.* Модификация и применение численных методов к расчету плитно-оболочковых систем на сейсмические воздействия. В кн. Динамические характеристики и колебания элементов энергетического оборудования. М.: Наука, 1980. С. 41—58.
10. *Колесников К. С., Сухов В. Н.* Упругий летательный аппарат как объект автоматического управления. М.: Машиностроение, 1974. 267 с.
11. *Бранец В. Н., Шмыглевский И. П.* Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973. 320 с.

Москва

Поступила в редакцию
4.VI.1992