

УДК 629.7.05

© 1993 г. М. А. УРЮПИН

## ТОЧНОСТЬ ОЦЕНИВАНИЯ АНОМАЛИЙ ИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМОЙ

Классическая теория инерциальной навигации [1] подразумевает известным гравитационное поле по траектории объекта. Но форма и гравитационное поле Земли известны лишь приближенно, а их неизвестные компоненты приводят к ошибкам в выработке навигационных параметров [2]. В [3, 4] приведен алгоритм типа фильтра Калмана для оценивания этих неизвестных компонент на основе сравнения данных от инерциальной навигационной системы, находящейся на борту объекта, и внешней информации. В данной работе анализируются точность оценивания аномалий в зависимости от типа внешней информации (позиционной, скоростной, градиентометрической) и ее точности и уровня погрешностей чувствительных элементов навигационной системы.

1. Под формой Земли будем понимать геоид — уровенную поверхность потенциала силы тяжести, на океанах совпадающую с невозмущенной поверхностью воды. Отличия геоида и поля тяготения реальной Земли от эллипсоидальной модели Земли принято называть аномалиями. Такими аномалиями, которые будем считать случайными функциями, заданными на поверхности эллипсоидальной Земли, являются: возвышение геоида над эллипсоидом, отличия величин ускорения силы тяжести модельной и реальной, отклонения отвесных линий (УОЛ).

Суть анализируемого алгоритма оценивания аномалий состоит в рассмотрении числовой карты аномалий, охватывающей область движения объекта, и вместо параметров аномального поля для точки местоположения объекта используется фрагмент этой карты. Стационарности и изотропности поля аномалий при таком представлении не требуется.

В данной работе рассматривается задача определения возвышений геоида, непосредственно не измеряемых на борту объекта. Это позволяет ограничиться двумерной картой аномального геопотенциала, из которой однозначно получаются возвышения геоида, УОЛ и три компоненты тензора вторых производных аномального геопотенциала. Возвышение геоида над эллипсоидом в данной точке эллипсоида равно значению аномального геопотенциала, деленному на величину ускорения силы притяжения в данной точке эллипсоида (уравнение Брунса). Для определенности будем рассматривать числовые карты с равномерной прямоугольной сеткой по широте и долготе, хотя возможно рассмотрение неравномерных и гексагональных сеток.

Рассматривается числовая карта аномального геопотенциала  $\{P_{ij}, i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, M\}$ , охватывающая область движения объекта и ее переменный фрагмент  $\{P_{ij}, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m\}$ , содержащий точку местоположения объекта. Для сохранения непрерывности вторых производных при движении объекта достаточно выбирать фрагменты карты размером 4 на 4 ( $n = m = 4$ ), который будем представлять в виде 16-мерного вектора  $x_p$ .

2. В качестве инерциальной навигационной системы (ИНС) рассматривается ИНС, невозмущаемая в гравитационном поле эллипсоидальной Земли. Объект, несущий эту ИНС, может двигаться на постоянной высоте (глубине) по заданной

траектории в аномальном гравитационном поле. Возмущенное состояние ИНС может быть описано следующими переменными [5]:  $\rho_1, \rho_2$  — два малых угла поворота приборного (горизонтируемого) трехгранника ИНС вокруг двух его осей и характеризующих отклонение его третьей оси от вертикали,  $u_1, u_2$  — две малых угловых скорости, являющихся разностями угловых скоростей приборного и горизонтного трехгранников в проекциях на те же оси, таким образом  $(\rho_1, u_1, \rho_2, u_2)^T = x_g$  — вектор возмущенного состояния контура горизонта;  $l_1, l_2, l_3$  — три малых угла поворота счислимого трехгранника относительно приборного вокруг собственных осей, таким образом,  $(l_1, l_2, l_3)^T = x_l$  — вектор возмущенного состояния контура счисления. Возмущенное состояние ИНС может быть описано уравнением

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} x_g \\ x_l \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{gg} & F_{gl} \\ 0 & F_{ll} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x_g \\ x_l \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{g\Delta} \\ F_{l\Delta} \end{Bmatrix} x_\Delta + \begin{Bmatrix} F_{gw} \\ 0 \end{Bmatrix} x_w \quad (1)$$

где  $x_g$  — вектор возмущенного состояния контура горизонта,  $x_l$  — вектор возмущенного состояния контура счисления,  $x_\Delta$  — вектор инструментальных погрешностей,  $x_w$  — вектор аномальных гравитационных ускорений. Матрицы  $F_{gg}, F_{gl}, F_{ll}$  приведены в [5], а вид матриц  $F_{g\Delta}$  и  $F_{l\Delta}$  и вектора  $x_\Delta$  и их размерности определяются спецификой конкретной ИНС.

В общем случае, изменение во времени вектора инструментальных погрешностей  $x_\Delta$  можно описать уравнениями формирующего фильтра вида

$$dx_\Delta/dt = F_{\Delta\Delta}x_\Delta + G_\Delta \xi(t) \quad (2)$$

где  $\xi$  — вектор белых шумов, а матрицы  $F_{\Delta\Delta}, G_\Delta$  определяются выбранной статистической моделью инструментальных погрешностей. В частном случае, компоненты вектора инструментальных погрешностей  $x_\Delta$  могут быть постоянными случайными величинами или интегралами от белых шумов.

Компоненты вектора  $x_w$  могут быть выражены через компоненты вектора фрагмента карты  $x_p$ :  $x_w = F_{wp}x_p$ , где компоненты матрицы  $F_{wp}$  зависят от траектории движения, а компоненты вектора  $x_p$  постоянны

$$dx_p/dt = 0 \quad (3)$$

но при пересечении объектом границы области интерполяции происходит переход к новому фрагменту карты и компоненты вектора  $x_p$  меняются скачкообразно.

В ИНС эпизодически поступает внешняя информация различной природы: позиционная, скоростная, градиентометрическая или какая-либо другая. Представить замер можно в следующем виде:

$$z(t) = H_g x_g + H_l x_l + H_\Delta x_\Delta + H_p x_p + H_z x_z + R_z \eta(t) \quad (4)$$

где  $x_z$  — вектор систематических погрешностей измерений,  $\eta$  — вектор белых шумов. Матрицы  $H_g, H_l, H_\Delta, H_p$  определяются содержанием замера, а матрицы  $H_z$  и  $R_z$  — погрешностями замера.

В общем случае, изменение во времени вектора систематических погрешностей измерений  $x_z$  можно описать уравнениями формирующего фильтра вида

$$dx_z/dt = F_{zz}x_z + G_z \zeta(t) \quad (5)$$

где  $\zeta$  — вектор белых шумов, а матрицы  $F_{zz}, G_z$  определяются выбранной статистической моделью систематических погрешностей измерений. В частном случае, компоненты вектора  $x_z$  могут быть постоянными случайными величинами или интегралами от белых шумов.

Математическая постановка задачи состоит в оценивании полного вектора состояния системы (1) — (3), (5), включающего в себя компоненты векторов  $x_g, x_l, x_\Delta, x_p, x_z$ , по измерениям (4).

3. В том случае, если имеется полная статистическая информация о рассматриваемой системе и погрешностях замеров, то такая задача может быть решена оптимальным фильтром Калмана. При этом вырабатываются оптимальная оценка вектора состояния системы (1)–(3), (5) содержащего компоненты векторов  $x_p$ ,  $x_\Delta$ ,  $x_p$ ,  $x_z$  и матрица ковариаций ошибок этих оценок.

Особенностью является то, что уравнение (3) справедливо лишь для текущего фрагмента карты и при переходе через границу текущей области аппроксимации вектор  $x_p$  терпит разрыв и уравнение (3) приобретает новые начальные условия. Это приводит к необходимости формирования новых начальных условий для части переменных в алгоритме фильтрации [3, 4].

Наличие в векторе состояния системы компонент вектора  $x_p$  позволяет оценивать аномалии для области, в которой происходило движение объекта. Примеры построения карт аномалий (возвышений геоида, уклонений отвесных линий, вторых производных аномального геопотенциала) приведены в [3, 4].

В данной работе ограничимся рассмотрением возвышений геоида. Под точностью оценивания будем понимать среднеквадратические отклонения (СКО) ошибки оценки, вырабатываемые фильтром.

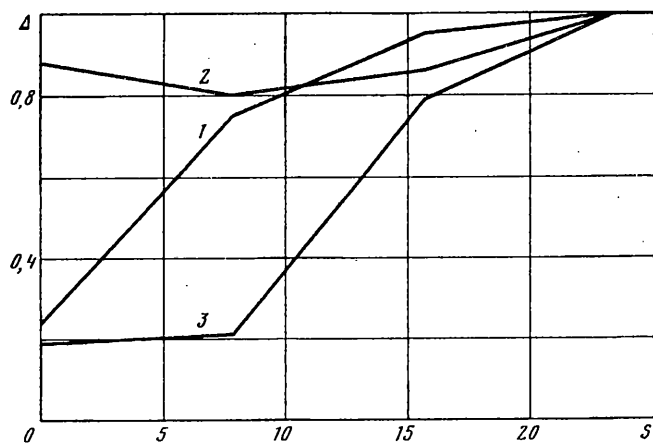
4. В качестве примера рассматривалось модельное стационарное изотропное аномальное гравитационное поле, задаваемое числовой картой возвышений геоида с нулевым средним значением, среднеквадратическим отклонением  $3\sigma = 1$  м и корреляционной функцией  $R(x[\text{км}]) = \exp(-0,006|x|) \cos(0,03x)$ . Числовая карта представляла собой таблицу чисел размером 30 на 30, соответствующих значениям возвышений геоида в узлах трапеций с равными шагами  $0,1^\circ$  по широте и долготе. Вид поля возвышений геоида, задаваемого такой картой, приведен в [4] на фиг. 2

Объект, на котором была установлена ИНС, двигался в таком поле аномалий с постоянной скоростью  $v = 6$  м/с на постоянной высоте курсом  $45^\circ$ . Во время движения объекта предполагалась доступной внешняя информация (позиционная, скоростная, градиентометрическая) с шагом по времени 6 мин.

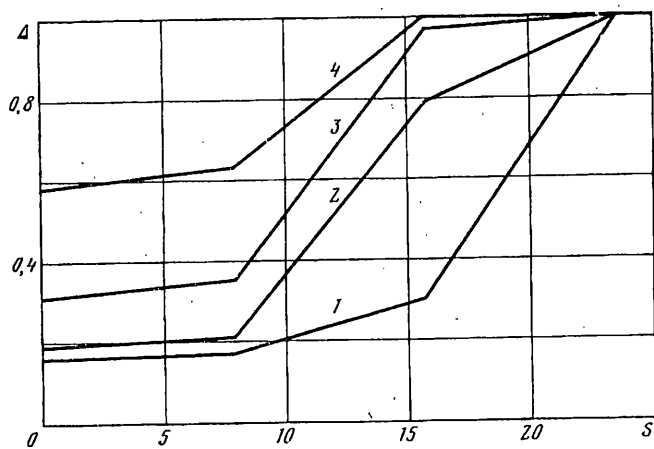
В результате обработки фильтром внешней информации происходит оценивание поля возвышений геоида и уменьшение среднеквадратических отклонений ошибок оценок. Тем самым, поле среднеквадратических отклонений оставшихся неизвестными возвышений геоида, априорно постоянное ( $3\sigma = 1$  м), вдоль траектории объекта приобретает углубление в виде канавы (см. фиг. 4 в [4]). Чем глубже и шире эта канава, тем точнее и для более широкой области оцениваются аномалии. Поэтому в качестве характеристики точности оценивания аномалий будем рассматривать полупрофиль такой канавы (сечение поверхности среднеквадратических отклонений (СКО) ошибок оценок возвышений геоида вертикальной плоскостью, перпендикулярной траектории объекта) для стационарного режима оценивания, который наступает после нескольких часов работы. Для всех вариантов выбран фиксированный момент времени  $t = 6$  час.

5. В работе представлены результаты математического моделирования работы инерциальной навигационной системы на борту движущегося объекта и снабженной алгоритмом оценивания аномалий, которые можно объединить в три группы. В первой группе исследуется влияние позиционной и скоростной внешней информации на точность оценивания аномалий. Во второй группе исследуется влияние качества чувствительных элементов инерциальной навигационной системы на точность оценивания аномалий. В третьей группе исследуется влияние градиентометрической внешней информации на точность оценивания возвышений геоида.

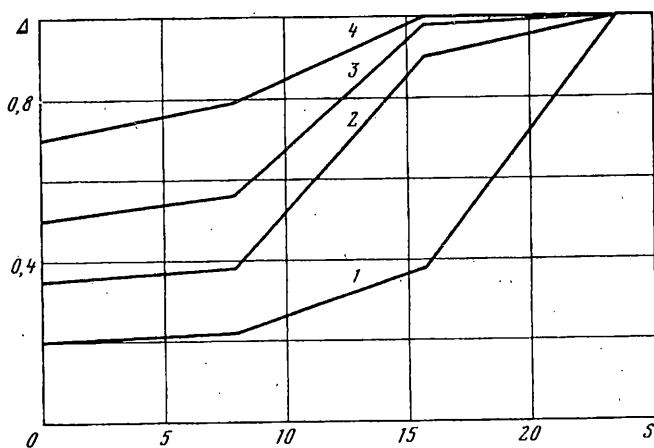
В качестве средств внешней информации были рассмотрены: однокомпонентные позиционные датчики, содержащие информацию о местоположении объекта либо вдоль, либо поперек траектории (точность замеров 1 м); двухкомпонентные позиционные датчики, содержащие информацию о широте и долготе объекта (точность замеров 0,1, 1, 5, 20 м); двухкомпонентные датчики скоростной информации, измеряющие скорость объекта относительно поверхности Земли (точность замеров 0,001, 0,01, 0,03, 0,1 узла или  $5 \cdot 10^{-4}$ ,  $5 \cdot 10^{-3}$ ,  $1,5 \cdot 10^{-2}$ ,  $5 \cdot 10^{-2}$  м/с соответственно); гравитационные вариометры, измеряющие две компоненты вторых производных аномального геопотенциала:  $\Gamma_{xx}$  и  $(\Gamma_{xx} - \Gamma_{yy})$  (точность замеров 0,01, 0,03, 0,05, 0,1 Е (1 Е (Этвеш) =  $10^{-9}$  с $^{-2}$ )); гравитационные градиентометры, позволяющие получить три независимых вторых производных аномального геопотенциала:  $\Gamma_{xx}$ ,  $\Gamma_{xy}$  и  $\Gamma_{yy}$  (точность замеров 0,01, 0,03, 0,05, 0,1 Е).



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

В качестве погрешностей чувствительных элементов инерциальной навигационной системы рассматривались: 1) шумовой дрейф нуля акселерометров интенсивностью 0,01, 0,05 и 0,1 угл.сек · g или  $5 \cdot 10^{-7}$ ,  $2,5 \cdot 10^{-6}$ ,  $5 \cdot 10^{-6}$  м/с<sup>2</sup> соответственно; 2) шумовой дрейф гироскопов интенсивностью  $10^{-5}$ ,  $10^{-4}$ ,  $10^{-3}$  °/час; 3) совместный дрейф акселерометров и гироскопов интенсивностью (0,01 угл.сек · g,  $10^{-5}$ °/час) и (0,05 угл.сек · g,  $10^{-4}$ °/час) или ( $5 \cdot 10^{-7}$  м/с<sup>2</sup>,  $10^{-5}$ °/час) и ( $2,5 \cdot 10^{-6}$  м/с<sup>2</sup>,  $10^{-4}$ °/час) соответственно. В качестве внешней информации во всех вариантах этой группы рассматривалась двухкомпонентная позиционная информация с погрешностью замера 1 м.

Результаты представлены в виде графиков сечений поверхностей СКО погрешностей оценивания возвышений геоида (3б), измеряемых в метрах ( $\Delta$  — СКО (3б)), как функций расстояния  $S$  от траектории объекта, измеряемого в километрах. Масштаб расстояния  $S$  связан с шагом сетки цифровой карты аномалий, в свою очередь связанной с минимальным радиусом корреляции аномального геопотенциала. Кроме того, масштаб  $S$  связан с ориентацией траектории объекта относительно сетки карты. Сравнение размеров сечений вдоль расстояния  $S$  следует проводить на одной и той же траектории в одном и том же аномальном поле.

6. На фиг. 1 представлены результаты использования однокомпонентных (кривая 1 — координата вдоль траектории, кривая 2 — поперек траектории) и двухкомпонентного датчика позиционной информации (кривая 3) с одинаковой точностью 1 м. Как видно из графиков, использование позиционной информации вдоль траектории позволяет оценивать возвышения геоида практически с той же точностью, что и при двухкомпонентной позиционной информации, но в очень узкой области вдоль траектории. Использование позиционной информации поперек траектории практически не позволяет оценивать возвышения геоида, но ее дополнительное использование расширяет зону оценивания.

На фиг. 2 представлены результаты использования двухкомпонентных позиционных датчиков различной точности: кривая 1 — точность 0,1 м, кривая 2 — 1 м, кривая 3 — 5 м, кривая 4 — 20 м. При повышении точности позиционной информации до уровня 1 м повышается и точность оценивания возвышений геоида. При дальнейшем повышении точности внешней информации точность оценивания возвышений геоида повышается незначительно, но расширяется область точного оценивания.

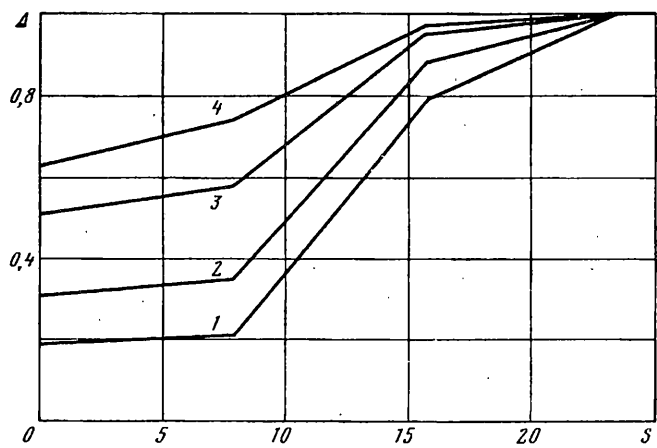
На фиг. 3 представлены результаты использования датчиков скоростной информации различной точности: кривая 1 — 0,001 узла, кривая 2 — 0,01 узла, кривая 3 — 0,03 узла, кривая 4 — 0,1 узла. Как и в случае позиционной информации, по мере повышения точности датчиков скоростной информации сначала повышается точность оценивания возвышения геоида, а потом расширяется область точного оценивания.

7. На фиг. 4 представлены результаты оценивания возвышений геоида с помощью двухкомпонентного датчика позиционной информации с точностью замера 1 м и инерциальной навигационной системы с различным уровнем дрейфа нуля акселерометров: кривая 1 — идеальные акселерометры, кривая 2 — дрейф нуля акселерометров 0,01 угл.сек · g, кривая 3 — 0,05 угл.сек · g, кривая 4 — 0,1 угл.сек · g.

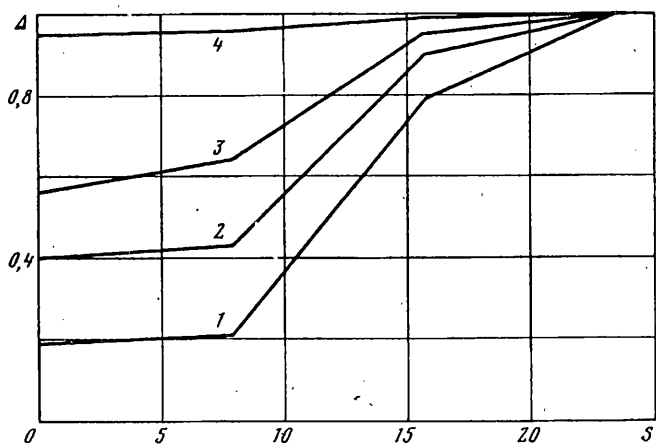
На фиг. 5 представлены результаты оценивания возвышений геоида с помощью двухкомпонентного датчика позиционной информации с точностью замера 1 м и инерциальной навигационной системы с различным уровнем дрейфа гироскопов: кривая 1 — идеальные гироскопы, кривая 2 — дрейф гироскопов  $10^{-5}$ °/час, кривая 3 —  $10^{-4}$ °/час, кривая 4 —  $10^{-3}$ °/час.

На фиг. 6 представлены результаты оценивания возвышений геоида с помощью двухкомпонентного датчика позиционной информации с точностью замера 1 м и инерциальной навигационной системы с одновременным дрейфом нуля акселерометров и дрейфом гироскопов различного уровня: кривая 1 — идеальные акселерометры и гироскопы, кривая 2 — дрейф нуля акселерометров 0,01 угл.сек · g и дрейф гироскопов  $10^{-5}$ °/час, кривая 3 — 0,05 угл.сек · g и  $10^{-4}$ °/час.

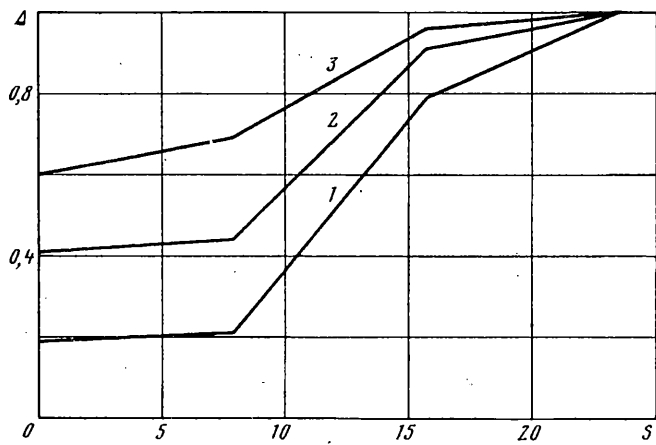
Данная группа вариантов позволяет оценить требуемое качество систем инерциальной навигации, вырабатывающих оценки возвышений геоида с заданной точностью. Другим выводом является то, что для инерциальных навигационных систем с уровнем дрейфа гироскопов  $10^{-3}$ °/час и дрейфом нуля акселерометров 0,1 угл.сек · g (и более точных) погрешности, вызванные локальными аномалиями (возвышения геоида  $3\sigma = 1$  м, радиус корреляции 20 км) выделяются на фоне собственных ошибок. Следовательно, для таких инерциальных навигационных систем (и более точных) требуется учет аномального гравитационного поля. Менее точные инерциальные навигационные системы не могут быть использованы для оценивания локальных аномалий при наличии только позиционной и скоростной



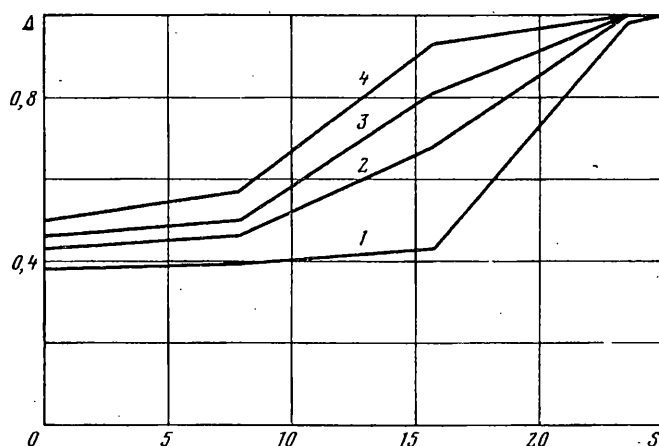
Фиг. 4



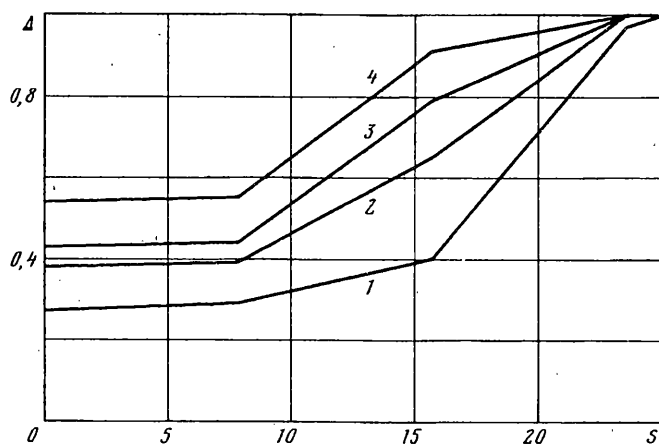
Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7



Фиг. 8

внешней информации. Для таких менее точных систем не имеет смысла учитывать аномалии гравитационного поля.

8. Принципиально иной механизм оценивания аномального гравитационного поля при использовании градиентометрической внешней информации. В этом случае инерциальная навигационная система требуется лишь для привязки оценок к карте. По этой причине существенно снижаются требования к точности навигационной системы. Однако достаточно высоки требования к точности градиентометрической информации для оценивания локальных возвышений геоида.

На фиг. 7 представлены результаты использования гравитационного вариометра, измеряющего две компоненты  $\Gamma_{xy}$  и  $(\Gamma_{xx} - \Gamma_{yy})$  вторых производных аномального геопотенциала с различной точностью: кривая 1 — 0,01 Е, кривая 2 — 0,03 Е, кривая 3 — 0,05 Е, кривая 4 — 0,1 Е.

На фиг. 8 представлены результаты использования гравитационного градиентометра, измеряющего три компоненты  $\Gamma_{xx}$ ,  $\Gamma_{xy}$  и  $\Gamma_{yy}$  вторых производных аномального геопотенциала с различной точностью: кривая 1 — 0,01 Е, кривая 2 — 0,03 Е, кривая 3 — 0,05 Е, кривая 4 — 0,1 Е.

Проведенное исследование выявило потенциальную точность предложенного субоптимального алгоритма оценивания возвышений геоида. Повышение этой точности связано с учетом взаимной корреляции оцениваемых величин в узлах цифровой карты. В результате среднеквадратические отклонения погрешностей оценивания геоида уменьшаются.

Что же касается самих погрешностей оценивания (разности между истинным значением и его оценкой), то во всех от моделированных вариантах они не превышают трех СКО погрешностей оценивания и по мере повышения точности внешней информации они стремятся к нулю.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ишлинский А. Ю. Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация. М.: Наука, 1976. 672 с.
2. Жбанов Ю. К., Климов Д. М., Урюпин М. А. Математическое моделирование работы инерциальной навигационной системы в аномальном гравитационном поле.//Известия АН СССР. МТТ. 1988. N 4. С. 13—16.
3. Урюпин М. А. Гравиинерциальная навигационная система с картографированием аномалий.// Гагаринские научные чтения по авиации и космонавтике 1991. М.: Наука, 1992. С. 155—166.
4. Урюпин М. А. Использование инерциальных навигационных систем для картографирования аномалий.//Известия АН. МТТ. 1993. N 3. С. 80—88.
5. Жбанов Ю. К. Уравнения малых колебаний инерциальной навигационной системы при учете эллипсоидальности Земли.//Известия АН СССР. МТТ. 1983. N 4. С. 51—56.

Москва

Поступила в редакцию  
11.III.1993