

УДК 539.375

© 1993 г. В. В. БОЛОТИН, А. А. ГРИШКО

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТОВ ПРИ УДАРНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Для описания процессов повреждения и разрушения композиционных материалов при низкоэнергетических (низкоскоростных) ударных воздействиях использована теория слоистых сред регулярной структуры. Принято, что материал мягких слоев, имитирующий в данной модели матрицу и границу матрица — армирующие элементы, деформируется упругопластически, его свойства изменяются в процессе накопления микроповреждений, а разрушение при отрыве (или сочетаний отрыва и сдвига) происходит упруго. Приведены результаты вычислительного эксперимента для широкого диапазона нагрузок, времен удара, а также при различных соотношениях между жесткостью слоев. Исследована зависимость числа трещин и их размещение по толщине пакета в зависимости от параметров композита, условий на тыльной границе и параметров ударного воздействия.

1. Конструкционные композиты на основе высокопрочных волокон и пленок обладают высоким сопротивлением по отношению к нагрузкам, согласованным с полями механических характеристик. Однако это сопровождается низким сопротивлением по отношению к другим типам нагрузок и воздействий. Так, даже относительно слабые поверхностные удары поперек армирующих слоев вызывают межслойное растрескивание композита, повреждение границы матрица — волокно и т. п. Эти нарушения целостности могут приводить к полной или частичной утрате работоспособности — отказу технической системы, а также снижают сопротивление конструкции по отношению к основным нагрузкам. Примером служит снижение несущей способности сжатых элементов при появлении в последних дефектов типа расслоений [1].

В зависимости от параметров удара (энергии, начальные скорости, формы ударника и так далее) и свойств преграды результатом удара может быть повреждение, проникание или пробивание. Повреждения вызываются ударами с низким уровнем начальной энергии. Эти удары обычно называют низкоскоростными. Таковы удары при транспортировке и эксплуатации, связанные, например, с небрежностью персонала. Высокоскоростные удары вызывают либо образование кратера (проникание), либо пробивание. Типичный пример — пробивание стенки космического аппарата малым метеоритом. Термины низко- и высокоскоростные удары носят условный характер. Деление воздействий, в сущности, производится по картине разрушений, вызываемых ударом. Здесь роль играют не столько скорости соударения, сколько значения энергии (или импульса), отнесенные к единице контактной площади. Поэтому точнее было бы говорить о низко- и высокоэнергетических ударах, что к тому же позволяет включать в рассмотрение действие на конструкцию ударных волн, импульсных излучений и тому подобное.

В некотором смысле задачи высокоэнергетического удара легче поддаются количественному анализу, чем задачи низкоэнергетического удара. В то время как последствия сильных ударов могут быть оценены из соображений энергетического баланса, этот анализ мало эффективен для слабых ударов. Действительно, при слабом ударе лишь небольшая часть энергии расходуется на повреждение материала. Большая часть распространяется по конструкции в виде волн, вызывает упругие колебания и т. п. Далее, как показывает опыт (см., например, [2]),

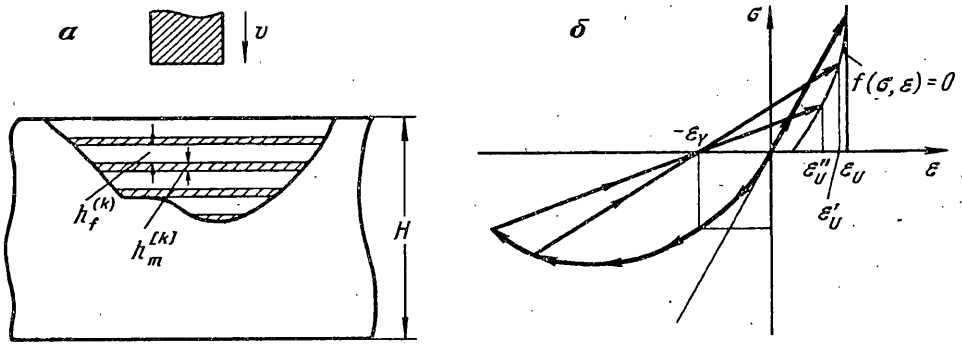
анализ размерностей и подобия позволяет упорядочить экспериментальные данные по высокоэнергетическим ударам. В результате получаются эмпирические формулы, содержащие не более трех — четырех безразмерных параметров типа  $v/c$ ,  $d/H$  и т. д. ( $v$  — начальная скорость ударника,  $c$  — скорость продольных волн в направлении удара,  $d$  — диаметр ударника,  $H$  — толщина преграды).

Попытки представить в аналогичном виде результаты испытаний на слабые удары не столь успешны. Действительно, когда время контакта ударника сопоставимо со временем однократного прохождения упругих волн, а структура преграды существенно неоднородна, взаимодействие ударника с преградой сопровождается весьма сложной волновой картиной из-за многократного отражения и интерференции волн. Картина усложняется из-за возникновения неупругих деформаций, накопления повреждений и растрескивания. Последнее явление, в частности, приводит к появлению новых свободных границ, т. е. к существенному изменению граничных условий для процессов распространения волн. К этому добавляется влияние колебательных процессов, повторных соударений и вовлечение в действие более удаленных частей конструкции. Все перечисленные явления четко прослеживаются в экспериментах, где можно наблюдать как последствия волновых явлений (растрескивание образцов под ударником и откол у противоположной границы), так и результаты колебательных процессов, например, образование трещин по плоскостям наибольших «балочных» касательных напряжений [3].

Обзор работ по воздействию низкоскоростных ударов на слоистые композиты можно найти в [4, 5]. Основной и в сущности единственный путь получения численных результатов — вычислительный эксперимент. В большинстве публикаций композит представляют в виде однородного анизотропного линейно упругого материала. Рассчитывая поля динамических напряжений и деформаций, затем на основе некоторых критериев, например, квадратичного критерия Хилла, устанавливают границы поврежденных зон. Лишь в некоторых статьях рассматривают механизм образования расслоений; однако и здесь анализ повреждений в сущности производят по упругой модели [6].

Для анализа повреждений слоистых и слоисто-волоконистых композитов используем модель слоистой среды регулярной структуры, предложенную в [7] (см. также [8]). Представим композит в виде совокупности чередующихся слоев с существенно различными свойствами (фиг. 1, а). Одна группа слоев, названная в [7] жесткими, имитирует армирующие элементы композита — волокна, пленки и ткани. Другая группа (мягкие слои) описывает свойства матрицы и границы матрица — армирующие элементы. В отличие от жестких слоев мягкие слои обладают повышенной деформативностью и пониженной прочностью. В общей картине деформирования композита мягкие слои несут ответственность за межслойный сдвиг и межслойный отрыв, в то время как жесткие слои воспринимают основную нагрузку в плоскости армирования.

Разделение слоев на две группы не означает, что в реальных слоистых композитах оно всегда может быть проведено. В наиболее чистом виде такое разделение функций наблюдается в металло-полимерных многослойных конструкциях, в меньшей мере — в композитах с тканевыми армирующими элементами. При послойной намотке слоисто-волоконистых композитов свойства мягкого слоя приписываются границе между слоями с различным направлением волокон. Ни свойства армирующих элементов, ни свойства матрицы, рассматриваемые отдельно, еще не определяют свойства жестких и мягких слоев. Но в совокупности пакет из этих слоев удовлетворительно описывает свойства композита, начиная от его осредненных характеристик (например, эффективных модулей упругости) и кончая локальными эффектами типа межслойного растрескивания. Параметры каждой из групп слоев, в свою очередь, можно оценить по данным макроскопического эксперимента. Примеры применения теории многослойных сред регулярной структуры к задачам статики, динамики и устойчивости конструкций из композитов приведены в [8].



Фиг. 1

Одной из существенных сторон теории [7, 8] является совокупность кинематических гипотез. Деформация композита полностью задается перемещениями жестких слоев, для каждого из которых принимается либо гипотеза Кирхгофа — Лява, либо более общее допущение, которое учитывает поперечные сдвиги и/или изменения длины нормалей. На поверхностях контакта жестких и мягких слоев выполнены условия непрерывности перемещений, а для распределения деформаций внутри мягких слоев принимаются дополнительные гипотезы, например, гипотеза о равномерном распределении поперечных сдвигов по толщине каждого из мягких слоев.

Порядок составления определяющих уравнений покажем на примере пакета из плоских жестких слоев, деформирование которых описывается в рамках обобщенной гипотезы Тимошенко. Совместим срединные плоскости этих слоев с плоскостями локальной системы координат, обозначив эти координаты  $x_\alpha^{(k)}$  ( $\alpha = 1, 2$ ) и  $z^{(k)}$ . Здесь и в дальнейшем индексы пробегает значения  $k = 1, \dots, n$  для жестких слоев и  $k = 1, \dots, n - 1$  для мягких слоев, причем в первом случае индексы заключаются в круглые, во втором — в квадратные скобки. Перемещения в точках  $k$ -го жесткого слоя будут обозначаться  $u_\alpha^{(k)}$  ( $\alpha = 1, 2, 3$ ), в точках  $k$ -го мягкого слоя —  $u_\alpha^{[k]}$  ( $\alpha = 1, 2, 3$ ). Соответствующие перемещения точек срединной плоскости жестких слоев обозначим  $v_\alpha^{(k)}$  ( $\alpha = 1, 2$ ) и  $w^{(k)}$ , углы сдвига нормалей —  $\varphi_\alpha^{(k)}$  ( $\alpha = 1, 2$ ) и относительное изменение их длины —  $\theta^{(k)}$ .

Перемещения в произвольной точке  $k$ -го жесткого слоя представим следующим образом:

$$u_\alpha^{(k)} = v_\alpha^{(k)} - z^{(k)} \left( \frac{\partial w^{(k)}}{\partial x_\alpha} - \varphi_\alpha^{(k)} \right) \quad (1.1)$$

$$u_3^{(k)} = w^{(k)} + z^{(k)} \theta^{(k)} \quad (\alpha = 1, 2; k = 1, \dots, n)$$

Здесь принято, что поперечные сдвиги и трансверсальные деформации постоянны по толщине жестких слоев. Перемещения в точках мягких слоев выразим через перемещения (1.1) при  $z^{(k)} = 1/2 h_f^{(k)}$  и  $z^{(k+1)} = -1/2 h_f^{(k+1)}$ , где  $h_f^{(k)}$  — толщина жестких слоев

$$\begin{aligned} u_\alpha^{[k]} = & \frac{1}{2} \left[ v_\alpha^{(k+1)} + v_\alpha^{(k)} + \frac{1}{2} h_f^{(k+1)} \left( \frac{\partial w^{(k+1)}}{\partial x_\alpha} - \varphi_\alpha^{(k+1)} \right) - \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} h_f^{(k)} \left( \frac{\partial w^{(k)}}{\partial x_\alpha} - \varphi_\alpha^{(k)} \right) \right] + \frac{z}{h_m^{[k]}} \left[ v_\alpha^{(k+1)} - v_\alpha^{(k)} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} h_f^{(k+1)} \left( \frac{\partial w^{(k+1)}}{\partial x_\alpha} - \varphi_\alpha^{(k+1)} \right) + \frac{1}{2} h_f^{(k)} \left( \frac{\partial w^{(k)}}{\partial x_\alpha} - \varphi_\alpha^{(k)} \right) \right] \end{aligned}$$

$$w_3^{[k]} = \frac{1}{2} \left[ w^{(k+1)} + w^{(k)} - \frac{1}{2} h_f^{(k+1)} \theta^{(k+1)} + \frac{1}{2} h_f^{(k)} \theta^{(k)} \right] + \\ + \frac{z}{h_m^{[k]}} \left[ w^{(k+1)} - w^{(k)} - \frac{1}{2} h_f^{(k+1)} \theta^{(k+1)} - \frac{1}{2} h_f^{(k)} \theta^{(k)} \right] \quad (1.2)$$

$$(\alpha = 1, 2; k = 1, \dots, n-1)$$

Теперь можно найти компоненты тензора деформаций  $\varepsilon_{ij}^{(k)}$  и  $\varepsilon_{ij}^{[k]}$ . В частности, для мягких слоев существенными компонентами будут  $(h_m^{[k]})$  — толщина  $k$ -го мягкого слоя):

$$\varepsilon_{\alpha 3}^{[k]} = \frac{1}{4} \left[ \frac{\partial w^{(k+1)}}{\partial x_\alpha} + \frac{\partial w^{(k)}}{\partial x_\alpha} - \frac{1}{2} h_f^{(k+1)} \frac{\partial w^{(k+1)}}{\partial x_\alpha} + \frac{1}{2} h_f^{(k)} \frac{\partial w^{(k)}}{\partial x_\alpha} \right] + \\ + \frac{z}{2h_m^{[k]}} \left[ \frac{\partial w^{(k+1)}}{\partial x_\alpha} - \frac{\partial w^{(k)}}{\partial x_\alpha} - \frac{1}{2} h_f^{(k+1)} \frac{\partial w^{(k+1)}}{\partial x_\alpha} - \frac{1}{2} h_f^{(k)} \frac{\partial w^{(k)}}{\partial x_\alpha} \right] + \quad (1.3)$$

$$+ \frac{1}{2h_m^{[k]}} \left[ v_\alpha^{(k+1)} - v_\alpha^{(k)} + \frac{1}{2} h_f^{(k+1)} \left( \frac{\partial w^{(k+1)}}{\partial x_\alpha} - \varphi_\alpha^{(k+1)} \right) + \frac{1}{2} h_f^{(k)} \left( \frac{\partial w^{(k)}}{\partial x_\alpha} - \varphi_\alpha^{(k)} \right) \right]$$

$$\varepsilon_{33}^{[k]} = \frac{1}{h_m^{[k]}} \left[ w^{(k+1)} - w^{(k)} - \frac{1}{2} h_f^{(k+1)} \theta^{(k+1)} - \frac{1}{2} h_f^{(k)} \theta^{(k)} \right] \quad (\alpha = 1, 2; k = 1, \dots, n-1)$$

Дальнейшие вычисления содержат переход к напряжениям на основе закона Гука или иных уравнений механического состояния и применения одного из вариационных принципов. Если материал жестких слоев деформируется упруго, а материал мягких слоев неупруго, то уравнение принципа Гамильтона — Остроградского целесообразно взять в виде

$$\delta \int_0^t (U_f - T) dU - \int_0^t (\delta A_m + \delta A_e) dt = 0 \quad (1.4)$$

Здесь  $U_f$  — потенциальная энергия деформации жестких слоев,  $\delta A_m$  — виртуальная работа внутренних сил в пределах мягких слоев, т. е.

$$\delta A_m = \sum_{k=1}^{n-1} \int_{V^{[k]}} (\sigma_{31}^{[k]} \delta \varepsilon_{31}^{[k]} + \sigma_{32}^{[k]} \delta \varepsilon_{32}^{[k]} + \sigma_{33}^{[k]} \delta \varepsilon_{33}^{[k]}) dV^{[k]} \quad (1.5)$$

где  $V^{[k]}$  — объем  $k$ -го слоя. В формуле (1.4)  $\delta A_e$  — виртуальная работа внешних сил, которые в общем случае неконсервативны,  $T$  — суммарная кинетическая энергия слоев. Результирующие уравнения и граничные условия громоздки, особенно если учитывать неупругое деформирование и анизотропию слоев. Некоторые примеры можно найти в [8].

2. Одним из центральных вопросов является выбор подходящей модели для описания повреждений и разрушения. Примем, что жесткие слои остаются линейно упругими вплоть до их разрушения, момент которого будем устанавливать, используя обычные локальные критерии (например, наибольших нормальных напряжений). Материалу мягких слоев припишем свойства упругопластической повреждаемой среды. Простейшая модель такой среды, предложенная в [9], проиллюстрирована на фиг. 1, б. Здесь представлена диаграмма деформирования  $\sigma(\varepsilon)$  мягких слоев при одноосном растяжении — сжатии. Материал по-разному сопротивляется растяжению и сжатию: при сжатии он ведет себя как слабо упрочняющийся (может быть, даже разупрочняющийся), при растяжении — разрушается хрупко при достижении предельного соотношения  $f(\sigma, \varepsilon) = 0$  между напряжением и деформированием. Составная часть рассматриваемой модели — учет накопления микрповреждений материала, которые отвечают физическим процессам дробления и микрорастрескивания. На феноме-

нологическом уровне накопление микрповреждений выражается по меньшей мере в двух формах — в виде снижения модуля разгрузки и повторного нагружения и в виде уменьшения предельной деформации при растяжении.

Предлагаемая модель проиллюстрирована на фиг. 1, б. Первичная диаграмма деформирования — линейная при  $-\epsilon_y < \epsilon < \epsilon_U$ , где  $\epsilon_y$  — предельная упругая деформация при сжатии,  $\epsilon_U$  — разрушающая деформация при растяжении для неповрежденного материала. При  $\epsilon < -\epsilon_y$  начинается неупругое деформирование, сопровождаемое накоплением микрповреждений. Уже первая разгрузка из-за предела упругости происходит с модулем, меньшим начального модуля упругости. Степень снижения этого уровня зависит от достигнутого уровня неупругих деформаций. Если далее сжатие сменяется растяжением, то разрушение может произойти при меньшей деформации, чем соответствующее значение  $\epsilon_U$  для неповрежденного материала (на фиг. 1, б это значения  $\epsilon'_U$  и  $\epsilon''_U$ ). Очевидно, что для полного описания модели в одномерном случае требуется по меньшей мере задание первичной кривой деформирования  $\sigma(\epsilon)$ , закона снижения модуля разгрузки в зависимости от степени неупругого деформирования и уравнения  $f(\sigma, \epsilon) = 0$ , определяющего условие разрушения при растяжении. В [9] для сокращения объема информации о свойствах композита было принято, что линия разгрузки каждый раз проходит через начало координат, а предельная деформация  $\epsilon_U$  не зависит от накопленных микрповреждений. Вне рамок модели остаются также эффекты тепловыделения при ударе и влияние скорости нагружения на деформативные свойства [10].

Дополнительные усложнения вносит учет неоднородности напряженно-деформированного состояния в мягких слоях. Существенными компонентами деформаций в этих слоях являются сдвиги  $\epsilon_{13}^{[k]}$ ,  $\epsilon_{23}^{[k]}$  и линейная деформация  $\epsilon_{33}^{[k]}$ , задаваемые формулами типа (1.4). Даже если материал мягких слоев в начальном состоянии изотропный, по мере накопления микрповреждений он становится анизотропным. Поэтому стандартные подходы, например, применение ассоциированного закона течения, оказываются здесь непригодными. Однако, как и в теории течения, здесь можно принять, что приращения напряжений пропорциональны приращениям соответствующих деформаций

$$d\sigma_{\beta}^{[k]} = \Phi_j^{[k]} \{\epsilon\} d\epsilon_{\beta}^{[k]} \quad (j = 1, 2, 3; k = 1, \dots, n-1) \quad (2.1)$$

Здесь  $\Phi_j^{[k]} \{\epsilon\}$  — функционал от истории деформирования. В простейшем случае это функция последних достигнутых значений деформаций  $\epsilon_{13}^{[k]}$ ,  $\epsilon_{23}^{[k]}$ ,  $\epsilon_{33}^{[k]}$ , а также знаков приращений этих деформаций в рассматриваемый момент времени. Аналогично, уравнение поверхности хрупкого разрушения при растяжении принимает вид

$$\Phi_U^{[k]} \{\epsilon\} (\epsilon_{13}^{[k]}, \epsilon_{23}^{[k]}, \epsilon_{33}^{[k]}) = 0 \quad (2.2)$$

где  $\Phi_U^{[k]} \{\epsilon\}$  — наследственный функционал аналогичной структуры. В случае, если пакет подвергается ударному однородному растяжению-сжатию или однородному сдвигу, уравнения (2.1) и (2.2) превращаются в одномерные соотношения, проиллюстрированные на фиг. 1, б.

3. Приведем результаты вычислительного эксперимента применительно к нормальному нагружению пакета из композиционного материала давлением  $p_0$ , действующим на поверхность пакета в течение отрезка времени  $\tau_0$ . Такое воздействие можно отнести к низкоэнергетическим, если давление  $\tau_0$  имеет порядок  $\tau_*$  времени распространения упругих волн по толщине пакета. Чтобы истолковать условия такого нагружения в терминах низко- и высокоскоростных ударов, достаточно, используя теорему импульсов, оценить среднюю скорость  $V_0$ , сообщаемую пакету. Тогда  $V_0 \approx p_0 \tau_0 / (\rho_0 H)$ , где  $\rho_0$  — средняя плотность композита,  $H$  — толщина пакета. При  $p_0 = 100$  МПа,  $\tau_0 = 1$  мкс имеем  $p_0 \tau_0 = 100$  Па · с.

Если  $H = 2$  мм, то  $V_0 \approx 25 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ , а при  $H = 10$  мм средняя скорость уменьшается до  $5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ . Типичные же скорости высокоскоростных ударов — соударений метеоритов и других твердых частиц о стенки космических аппаратов составляют  $5 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}$  и более [2].

Для дальнейших расчетов возьмем неограниченную плиту регулярной структуры, состоящую из чередующихся упругих слоев, армированных волокнами, и упругопластических слоев с повреждаемой матрицей. Приведенный модуль упругости слоев, армированных волокнами, обозначим  $E_f$ . Для матричной прослойки с модулем упругости  $E_m$  примем кусочно-линейную модель деформирования, учитывающую упрочнение при сжатии за пределом упругости и изменение деформативных свойств в результате повреждения слоев. В пределах изменений деформаций сжатия  $-\varepsilon_Y < \varepsilon_m < \varepsilon_U$  примем упругий закон деформирования  $\sigma_m = E_m \varepsilon_m$  ( $\varepsilon_Y, \varepsilon_U$  — пределы деформаций при растяжении и сжатии); на участке  $\varepsilon_m < -\varepsilon_Y$  — линейный закон упрочнения. В частности, для первичного нагружения при сжатии положим  $\sigma_m = -E_m \varepsilon_Y + E_t (\varepsilon_m + \varepsilon_Y)$ , где  $E_t$  — модуль упрочнения связующего. Выбранная модель деформирования низко модульного связующего позволяет учесть не только диссипативные и пластические свойства связующего, но и увеличение деформативности из-за микроповреждений. Слой считаем разрушенным, если хотя бы в одном его сечении достигается равенство  $\varepsilon_m = \varepsilon_U$ .

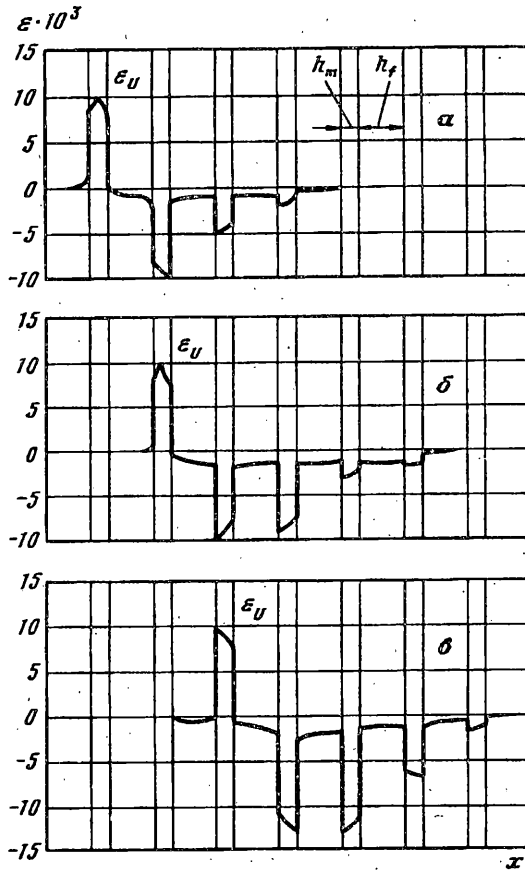
Чтобы оценить применимость модели, основанной на теории из [7], проведем вначале расчет по «точной» одномерной модели, учитывающей волновые процессы в пределах каждого из слоев. Тогда вместо соотношений (1.1)–(1.5) придется решать систему обобщенных волновых уравнений. Для плиты многослойной регулярной структуры в одномерном приближении напряжения  $\sigma(x, t)$  и скорости  $v(x, t)$  связаны уравнениями

$$\frac{\partial \sigma^{(k)}}{\partial x} - \rho_f \frac{\partial v^{(k)}}{\partial t} = 0, \quad (k-1)(h_f + h_m) \leq x \leq k(h_f + h_m) - h_m \quad (k = 1, \dots, n) \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \sigma^{(k)}}{\partial x} - \rho_m \frac{\partial v^{(k)}}{\partial t} = 0, \quad k(h_f + h_m) - h_m \leq x \leq k(h_f + h_m) \quad (k = 1, \dots, n-1)$$

Здесь  $h_f, h_m$  — толщины жестких и мягких слоев,  $\rho_f, \rho_m$  — их плотности соответственно. На неразрушенных границах слоев ставятся условия непрерывности напряжений и перемещений; на разрушенных границах смежных жестких слоев — условия равенства нулю напряжений. Решение системы уравнений проводилось при помощи комбинации методов Рунге — Кутты с шагами  $\Delta x$  и  $\Delta t$ , удовлетворяющими условию Куранта  $c_f \Delta t < \Delta x \leq h_m$  ( $c_f$  — скорость упругих продольных волн в жестких слоях).

Типичные результаты интегрирования системы (3.1) приведены на фиг. 2. Вычисления были выполнены для следующих данных:  $h_f = 0,5$  мм,  $h_m = 0,1$  мм,  $E_f = 100$  ГПа,  $E_m = 10$  ГПа,  $E_t = 1$  ГПа,  $\rho_m = 1,2 \cdot 10^3 \text{ кгм}^{-3}$ ,  $\rho_f = 3 \cdot 10^3 \text{ кгм}^{-3}$ ,  $\varepsilon_U = \varepsilon_Y = 10^{-2}$ . На поверхности  $z = 0$  в момент  $t = 0$  прикладывается напряжение  $\sigma_0 = 120$  МПа. Это напряжение поддерживалось постоянным до момента  $\tau_0 = 0,08$  мкс, после чего снималось. В момент  $t = 0,47$  мкс деформации растяжения в первом мягком слое достигли предельного значения  $\varepsilon_U = 10^{-2}$ . Фронт волны деформации к этому моменту достиг пятого жесткого слоя, так что критическое растяжение первого мягкого слоя является результатом многократного отражения от границ. В момент  $t = 0,55$  мкс разрушился второй мягкий слой. Фронт волны деформации уже прошел пятый жесткий слой. Левая граница второго жесткого слоя вследствие возникновения трещины свободна от напряжений. При  $t = 0,69$  мкс разрушился третий мягкий слой. Фронт волны деформации достиг к этому моменту границы девятого жесткого слоя. Дальнейший расчет показал, что в оставшихся мягких слоях деформация  $\varepsilon_m < \varepsilon_U$ . К другой внешней границе волна деформации сжатия

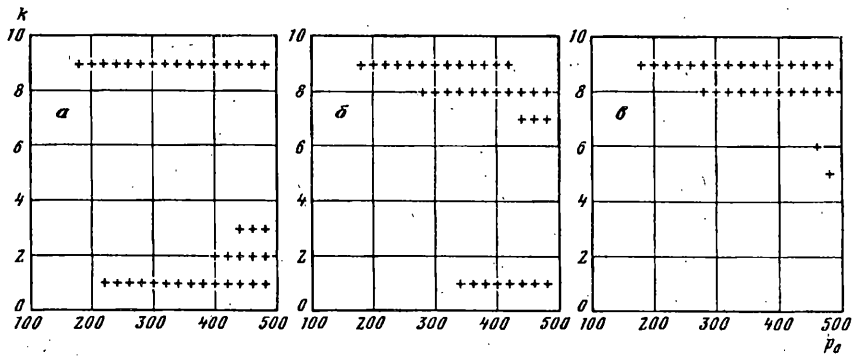


Фиг. 2

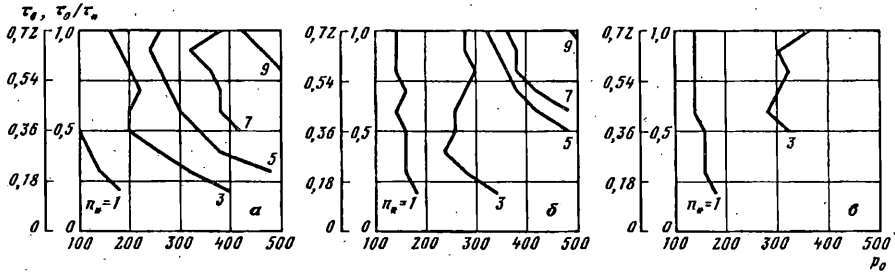
доходила настолько ослабленной и размазанной, что ее отражение не вызывало растяжения в прилегающих слоях.

Как видно из фиг. 2, распределение деформаций  $\epsilon_{33}^{(k)}$  и  $\epsilon_{33}^{[k]}$  в пределах слоев не сильно отличается от равномерного. Это значит, что при анализе межслойного разрушения этой неравномерностью можно пренебречь даже при относительно большой толщине слоев ( $h_f = 0,5$  мм). Исключения составляют начальные отрезки времени, пока фронт волны еще прошел два — три крайних слоя [9]. На этом этапе даже в пределах каждого слоя четко различается волна нагружения (сжатия) и следующая за ней волна разгрузки (растяжения). После многократного отражения, суперпозиции и диссипации волн, распространяющихся с различными скоростями, локальные неоднородности «размазываются» и формируется картина, показанная на фиг. 2. Вдоль композита распространяется зона сжатия, замыкаемая зоной растяжения. При достаточно сильном ударе происходит отражение волны сжатия от тыльной границы, что вызывает возникновение там зоны растяжения и, следовательно, откольных явлений.

4. Применяя метод вычислительного эксперимента, изучим влияние модуля упрочнения мягких слоев, типа закрепления границы  $z = H$ , интенсивности и длительности нагружения на характер разрушения композита. Примем, что  $n = 9$ ,  $E_f = 60$  ГПа,  $E_m = 4$  ГПа,  $\rho_f = 2,1 \cdot 10^3$  кг · м<sup>-3</sup>,  $\rho_m = 1,18 \cdot 10^3$  кг · м<sup>-3</sup>,  $h_f = 0,2$  мм,  $h_m = 0,02$  мм. Остальные параметры изменяем в следующих пределах: модуль начального упрочнения  $E_t = (0,1 - 1) E_m$ , давление на поверхность  $p_0 = 100 - 500$  МПа, длительность ударного воздействия  $\tau_0 = (0,2 - 1) \tau_*$ , где



Фиг. 3



Фиг. 4

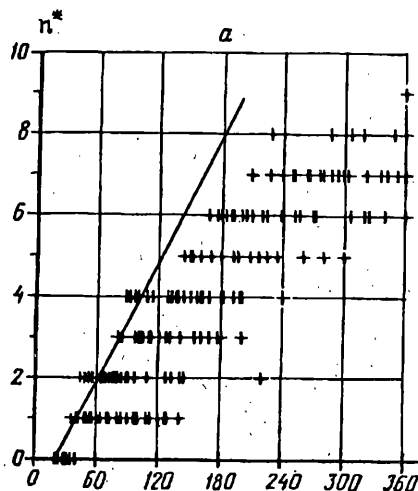
$\tau_* = (nh_f/c_f) + (n-1)(h_f/c_m)$  — характерное время прохождения упругой волной многослойной плиты.

На фиг. 3 выборочно представлена картина растрескивания при различных значениях  $p_0$ . Здесь точки против чисел  $k=1, \dots, 9$  означают образование трещины в соответствующем мягком слое. Фиг. 3, а построена при  $E_f/E_m = 0,1$ ,  $\tau_0 = 0,144$  мкс и жестком основании при  $z = H$ , фиг. 3, б — при тех же условиях, но для случая, когда тыльная граница свободна от напряжений. В обоих случаях наблюдаются как трещины непосредственно под ударяемой поверхностью ( $k=1, 2, 3$ ), так и откольные трещины ( $k=9$ ). Существенно, что при свободной тыльной границе преобладают откольные явления, а трещины на лицевой границе появляются только при достаточно больших  $p_0$ . Дополнительную информацию несет фиг. 3, в, где показана картина растрескивания для случая  $E_f/E_m = 1$  и свободной тыльной границы (отметим, что условие хрупкого разрушения при  $\epsilon = \epsilon_U$  здесь сохранено). Все трещины — откольные, но общее число трещин несколько меньше, чем при упругопластичном деформировании. Роль откольных трещин возрастает, поскольку волновой фронт доходит до границы  $z = H$  без диссипации и многократных отражений от неоднородностей.

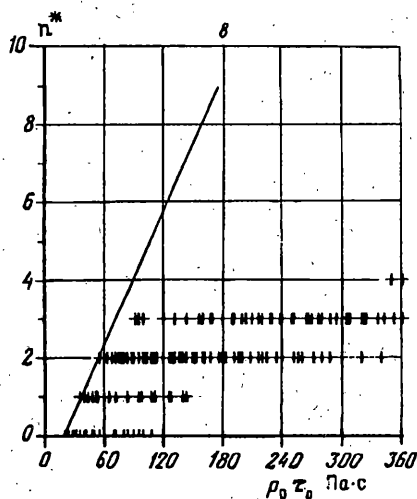
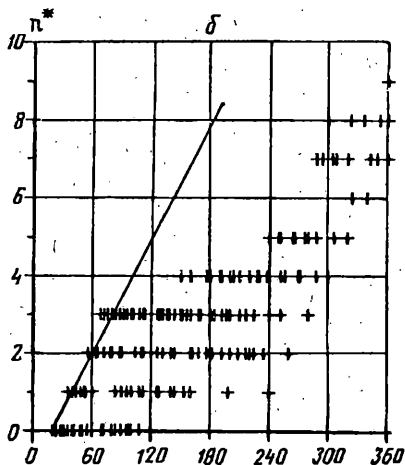
Аналогичные результаты получаются при больших значениях  $p_0$  и  $\tau_0$ . Если пакет композита лежит на жестком основании, время  $\tau_0$  близко к времени прохождения волны через пакет композита, а давление  $p_0$  достаточно велико, например,  $p_0 = 200$  МПа, то растрескивание охватывает почти весь пакет. В случае свободной тыльной стороны преобладают трещины в части пакета, прилегающей к этой стороне.

Зависимость общего числа трещин  $n_*$  от давления  $p_0$  и продолжительности его действия  $\tau_0$  показана на фиг. 4. Здесь отрезками прямых соединены точки, соответствующие одинаковым  $n_* = 1, \dots, 9$ . Фиг. 4, а построена при  $E_f/E_m = 0,1$  и жестком тыльном основании, фиг. 4, б при тех же данных и свободной тыльной стороне. В первом случае число трещин при равных  $p_0$  и  $\tau_0$  значительно больше,





Фиг. 5а



Фиг. 5 б, в

чем во втором. Наконец, при  $E_l/E_m = 1$  число трещин заметно убывает (ср. фиг. 4, б и 4, в, построенные для случая свободной тыльной стороны).

Возможно, что наиболее неожиданный результат вычислительного эксперимента — обнаружение немонотонных и даже нерегулярных зависимостей между  $p_0$  и  $\tau_0$ , отвечающих равным числам поврежденных слоев. С первого взгляда такая нерегулярность может быть объяснена вычислительной неустойчивостью (в сущности, решается задача Коши для системы 19 обобщенных волновых уравнений с граничными условиями, которые меняются в ходе решения). Однако анализ показал, что полученные результаты многократно воспроизводимы. Это значит, что нерегулярность на фиг. 4 отражает свойства математической модели и, в конечном счете, физические явления. Система настолько сложна, что ее поведение содержит элементы «детерминированного хаоса». Действительно, едва ли можно было ожидать, например, что на фиг. 3, б последний мягкий слой ( $k = 9$ ) перестанет растрескиваться при  $p_0 = 420$  МПа. Объяснение таково: взамен появляются трещины в двух слоях, расположенных несколько ближе к внешней поверхности ( $k = 7, 8$ ). Поскольку значительная часть энергии диссипирует в

этих слоях, то последний слой оказывается неразрушенным. При  $E_l/E_m = 1$  (фиг. 3, в и 4, в) картина оказывается менее хаотичной.

Естественно предпринять попытку упорядочить результаты вычислительного эксперимента путем выбора подходящих определяющих параметров. Таким параметром в данной задаче служит импульс  $p_0\tau_0$ . На фиг. 5 представлена зависимость числа трещин  $n$ , от импульса  $p_0\tau_0$ . Фиг. 5, а, б построены при  $E_l/E_m = 0,1$  соответственно для жесткой и свободной тыльной границы, фиг. 5, в — при  $E_l/E_m = 1$  для свободной границы. Каждому эксперименту отвечает вертикальная черта. Разброс результатов, как и следовало ожидать, весьма велик. Минимальное значение повреждающего импульса составляет около 20 Па · с. Прямые, нанесенные на фиг. 5, дают почти безопасную нижнюю границу для определения импульса, при котором образуется  $n$  трещин. Уравнение этой границы  $p_0\tau_0 = 20(1 + n_*)$  Па · с относится, разумеется, к численным данным рассматриваемых примеров.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болотин В. В., Зебельян Э. Х., Курзин А. А. Устойчивость сжатых элементов с дефектами типа расслоений//Проблемы прочности. 1980. № 7. С. 3—8.
2. Schonberg W. P. Hypervelocity impact response of spaced composite material structures//Int. J. Impact Engng. 1990. V. 10. No 1—4. P. 509—523.
3. Болотин В. В., Ефимов А. Е., Мезенцев Н. С., Щугорев В. Н. Экспериментальное исследование влияния локального ударного нагружения на межслойную прочность композитов//Механика композитных материалов. 1990. № 1. С. 48—51.
4. Greszczuk L. Damage in composite materials ane to low velocity impact//Impact Dynamics. New York et al.: John Wiley. 1982. P. 55—94.
5. Богданович А. Е., Ярове Э. В. Численный анализ ударного деформирования пластин из слоистых композитов//Механика композитных материалов. 1989. № 5. С. 804—820.
6. Lee J. D., Du S., Liebowitz H. Three-dimensional finite element and dynamic analysis of composite laminate subjected to impact//Computers and Structures. 1984. No. 5—6. P. 807—813.
7. Болотин В. В. К теории слоистых плит//Изв. АН СССР. МТТ. 1963. № 3. С. 65—72.
8. Болотин В. В., Новичков Ю. Н. Механика многослойных конструкций. М.: Машиностроение, 1980. 375 с.
9. Болотин В. В., Гришко А. А., Щугорев В. Н. Разрушение слоистых композитов при поверхностном ударе//Механика композитных материалов. 1990. № 2. С. 225—230.
10. Майборода В. П., Кравчук А. С., Холин Н. Н. Скоростное деформирование конструкционных материалов. М.: Машиностроение, 1986. — 206 с.
11. Schonberg W. P. Response of spacecraft window materials to hypervelocity projectile impact//J. Spaceraft. 1990. V. 28. No. 1. P. 118—123.

Москва

Поступила в редакцию  
21.I.1993